

ESCOAMENTOS NÃO SATURADOS EM MEIOS COM POROSIDADE DUPLA DURANTE O PROCESSO DE FABRICO RTM

Dr. Zuzana Dimitrovová* e Prof. Suresh G. Advani**

* IDMEC, Instituto Superior Técnico
Universidade Técnica de Lisboa
Av. Rovisco pais, 1
1049-001 Lisboa, Portugal
e-mail: zdimitro@dem.ist.utl.pt, página web <http://www.dem.ist.utl.pt/IDMEC/>

** Department of Mechanical Engineering, Center for Composite Materials
University of Delaware
126 Spencer Laboratory
Newark, Delaware 19716
e-mail: advani@me.udel.edu, página web: <http://www.me.udel.edu/>

Palavras Chave: meios com porosidade dupla, moldação por transferência de resina, permeabilidade relativa, pressão capilar, tensão de superfície, escoamentos de fronteira livre.

Resumo. *Neste trabalho apresenta-se metodologia de determinação de permeabilidade relativa e pressão capilar homogeneizada para o caso de escoamentos através de fibras ou fitas de fibra da secção transversal arbitrária. A metodologia é principalmente analítica, apenas numa fase é preciso uma estimativa baseada nos resultados numéricos. Os resultados numéricos são obtidos pelo Programa de fronteira livre desenvolvido pelos autores. Apresenta-se uma discussão dos resultados relativamente a viscosidade e a tensão de superfície da resina, que são os factores, cuja influência no modo de progressão da fronteira de resina é principal.*

1. INTRODUÇÃO

Os compósitos reforçados por fibras formam uma classe importante de materiais de engenharia, devido à possibilidade de costurar as suas propriedades de acordo com as exigências industriais e devido ao desenvolvimento de processos eficientes da sua fabricação. O processo chamado Resin Transfer Molding (RTM ou Moldação por Transferência de Resina) tornou-se nas últimas três décadas, um dos mais populares métodos de fabricação deles. O processo consiste em quatro fases: o arranjo de fibras dentro da cavidade do molde, o enchimento do molde com uma resina polímera, a fase de cura e a desmoldação, [1]. As características do processo (as propriedades da resina, a pressão ou o fluxo aplicado em lugares de injeção, a temperatura, a localização dos pontos de injeção e as aberturas de ar, etc.) deveriam ser escolhidas de tal modo que a fase de cura começará depois de ser completado o enchimento do molde. Assim, a fase de enchimento pode ser estudada como um problema independente. O principal objectivo da simulação numérica da fase de injeção é determinar a progressão da posição da fronteira da resina, a evolução da pressão e a distribuição da temperatura. É importante conseguir otimizar a localização dos lugares de injeção e das aberturas de ar para diminuir o tempo de enchimento (que é um dos principais factores de custo) e a probabilidade de formação de bolhas de ar ou espaços vazios.

Durante a fase de enchimento uma resina polímera da viscosidade baixa (habitualmente apenas de 50 até 5000 vezes maior do que a da água) injecta-se dentro dum molde com pré-forma de fibras estacionárias. A infiltração da resina é gerida por gradiente de pressão hidrodinâmica, cuja origem é dada pela pressão nos lugares de injeção. Tradicionalmente a análise global de enchimento é tratada como escoamento pelo meio poroso ([2], [3]) cuja lei principal é a lei de Darcy. Além disso uma aproximação chamada modelação em 2,5 dimensões é adoptada. A lei de Darcy é confirmada analiticamente pelas técnicas de homogeneização ([4], [5], [6]) como a lei macroscópica, quando no nível microscópico um escoamento de número de Reynolds baixo, saturado e estacionário, dum líquido Newtoniano incompressível é aplicado. No método tradicional assume-se que a fronteira de resina é formada pela linha de descontinuidade, implicando que durante o enchimento existem somente zonas saturadas ou não saturadas. O enchimento macroscópico trata-se como quase-estacionário e método explícito aplica-se à equação de fronteira livre para modelar a progressão de resina. Assim, apenas a teoria de escoamentos saturados e estacionários é exigida. É obvio que o método tradicional não pode modelar alguns dos problemas de enchimento que tem origem no nível microscópico.

Às vezes a resistência das pré-formas é tão elevada, que durante o processo de enchimento ocorrem sítios com o gradiente de pressão hidrodinâmica muito baixo. Devido a isso a pressão capilar pode se tornar mais importante e mudar o mecanismo de infiltração. Esta situação é comum quando as fibras com menor diâmetro, alinhadas de modo que formam fitas de fibras e interligadas como têxteis usam-se na composição das pré-formas. Neste caso as fibras de reforço formam um meio com porosidade dupla.

Pouca atenção foi dada até agora aos escoamentos não saturados em meios com porosidade dupla, apesar que estes estudos poderiam ajudar a compreender alguns problemas de injeção

durante RTM e conseqüentemente prevenir ocorrência das zonas com dificuldades de enchimento ou formação das bolhas de ar ou espaços vazios.

2. EQUAÇÕES PRINCIPAIS NO NÍVEL MACROSCÓPICO

As fitas de fibra podem conter de 2000 até 48000 de fibras e habitualmente são interligadas como têxteis formando camadas (Figura 1 e 2). A pré-forma final das fibras é composta por várias camadas com orientações principais diferentes.

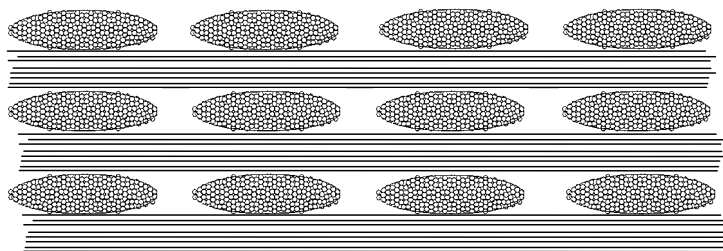


Figura 1. As camadas em corte transversal.

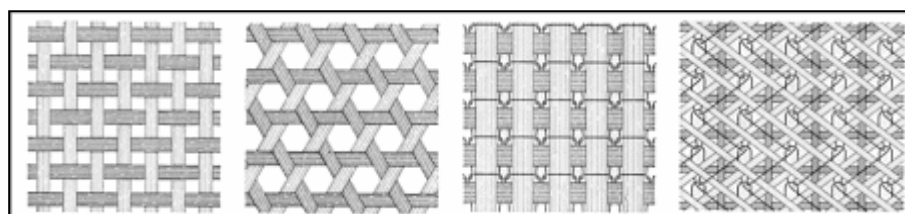


Figura 2. As camadas em forma de têxteis, vista de cima.

Nestes meios com porosidade dupla as permeabilidades dentro das fitas e entre as fitas são muito diferentes, que no caso de gradiente de pressão hidrodinâmica alto atrasa o enchimento das fitas e ao contrário quando o gradiente de pressão hidrodinâmica é baixo, as forças capilares dentro das fitas podem adiantar o enchimento destas.

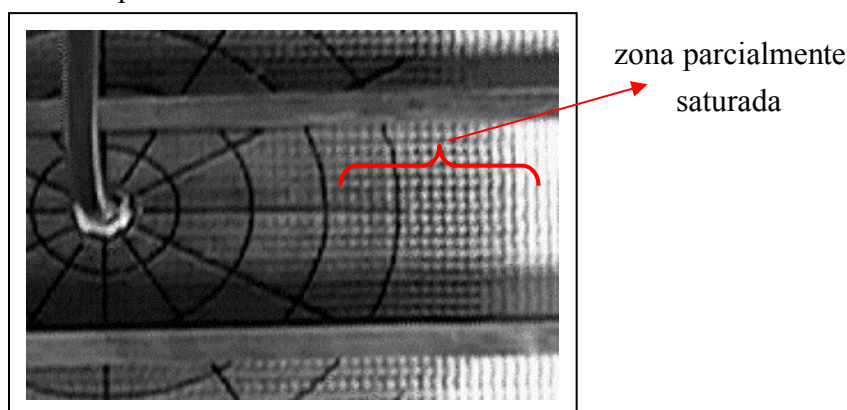


Figura 3. A formação da zona parcialmente saturada.

Resumindo, as fitas de fibra causam não-uniformidade da fronteira de resina no nível microscópico, o que resulta em zonas parcialmente saturadas no nível macroscópico, como é evidente da Figura 3. A fronteira da resina não se parece com a linha de descontinuidade como é assumido no método tradicional, mas é formada por uma região de transição ou intermédia com saturação dentro do intervalo (0,1).

As primeiras tentativas para considerar a influência do enchimento das fitas na análise macroscópica introduziram um termo para a redução da massa de resina que corresponde ao enchimento das fitas. As forças capilares não foram introduzidas no desenvolvimento deste termo em [7], [8]. Assim, nem se consegue modelar o comportamento da resina na região intermédia, nem formação das bolhas de ar ou espaços vazios.

Além dos trabalhos experimentais, dos outros estudos nesta direcção pode-se mencionar [9], [10]: análise transiente no nível mesoscópico (sem forças capilares); [11]: o primeiro código de simulação com a formação de espaços vazios e bolhas de ar; [12]: o primeiro termo para a redução da massa de resina com a influência das forças capilares e [13], [14]: a formação e o transporte de bolhas de ar.

É obvio, que a zona parcialmente saturada tem que ser incluída na análise. Por isso, a teoria de escoamentos não saturados deverá ser invocada. A base é ainda formada pela lei de Darcy mas modificada e as modificações devem ser introduzidas também na equação de continuidade. Uma das possibilidades mais usada é a seguinte, [15], [16]:

$$\mathbf{v}^D = -\frac{k}{\mu} \mathbf{K} \cdot \nabla(P - P_c), \quad (1)$$

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{v}^D, \quad (2)$$

onde \mathbf{v}^D e P são o vector da velocidade macroscópica (velocidade de Darcy) e a pressão macroscópica, \mathbf{K} exprime o tensor da permeabilidade absoluta e ϕ , μ , t são a porosidade, a viscosidade e o tempo, respectivamente. As novas funções são $k \in [0,1]$, que representa a permeabilidade relativa e P_c , que é o análogo macroscópico da pressão capilar (a pressão capilar homogeneizada); sendo ambas funções decrescentes da nova variável, s , que é a saturação. Quando a saturação atinge 1, $P_c=0$ e $k=1$, que significa que as equações (1) e (2) se reduzem à lei de Darcy e a condição de continuidade dos métodos tradicionais. Apesar de esta modificação ter sido introduzida há bastante tempo, não foi utilizada nos processos RTM muito, porque não existe uma metodologia sistemática para determinação das funções k e P_c , que têm que entrar na análise como funções conhecidas.

A pressão capilar homogeneizada e a permeabilidade relativa têm uma forma características para cada combinação de resina, fibras e geometria de pré-forma, que pode ainda ser influenciada pela estratégia de injeção. A pressão capilar homogeneizada não é relacionada à curvatura da fronteira macroscópica da resina (como o seu análogo microscópico) mas corresponde à média das pressões capilares microscópicas e actua em toda a zona intermédia. Assim:

$$P_c(s) = 2\gamma\langle H \rangle(s), \quad (3)$$

onde $\langle H \rangle$ é a curvatura média homogeneizada.

Pode-se assumir que as regiões depois da saturação completa ($s=1$) continuam a ser saturadas. Por isso apenas a região intermédia tem que ser estudada profundamente utilizando as equações (1) e (2). Esta região liga as zonas saturadas e não saturadas e ocorre por volta dos espaços não preenchidos. Por isso é conveniente introduzir mais um nível, o nível *mesoscópico* onde a dimensão característica é o diâmetro de fitas de fibra e as equações (1) e (2) usar na análise mesoscópica.

Todos estes aspectos já foram estudados nas diferentes áreas de investigação, por exemplo nas áreas relacionadas com a fabricação de papel e têxtil, onde infelizmente, a pressão capilar homogeneizada e a permeabilidade relativa foram obtidas apenas experimentalmente. Estes resultados não podem ser aplicados nos processos RTM como aqui a geometria interna dos meios porosos é completamente diferente (a pré-forma costuma ser anisotrópica) e o líquido (a resina) é viscoso. Ainda não foram desenvolvidos modelos específicos relacionados com os processos de RTM nem para a pressão capilar homogeneizada nem para a permeabilidade relativa, ao contrário da permeabilidade absoluta, que tem a sua determinação precisamente definida usando as técnicas de homogeneização.

É obvio que a determinação da permeabilidade relativa e da pressão capilar homogeneizada é extremamente importante e que tem que ter origem no nível micro ou mesoscópico. As técnicas de homogeneização neste caso têm que incluir também uma média relativamente a nova variável que é a saturação. Com este objectivo, foi desenvolvido o *Programa de fronteira livre*, que permite estudar progressão de resina no nível micro e mesoscópico e os primeiros passos para definir uma metodologia para determinação de permeabilidade relativa e a pressão capilar homogeneizada foram dados.

3. ANÁLISE MICROSCÓPICA

As equações principais de escoamento de número de Reynolds baixo (sem termos de inércia) e estacionário (sem derivada parcial da velocidade em relação ao tempo) dum líquido Newtoniano, homogéneo, isotrópico e incompressível e sem actuação das forças volumétricas, i.e. do escoamento de Stoke, tem a seguinte forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (4)$$

$$\nabla p = \mu \Delta \mathbf{v}, \quad (5)$$

onde \mathbf{v} , p e μ são o vector da velocidade, a pressão e a viscosidade, respectivamente. No lado de infiltração $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0(t)$ ou $p = p_0(t)$ são definidas. No caso do líquido ter uma fronteira livre, as condições estáticas e cinemáticas têm que ser satisfeitas na forma (assumindo que a pressão do ar é pequena e que as tensões viscosas normais são muito menores do que a pressão), [17]:

$$\boldsymbol{\tau}^v \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}, \quad (6)$$

$$p = -p_c = -2\gamma H, \quad (7)$$

$$\partial f / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla f = 0, \quad (8)$$

onde τ^v é a tensão viscosa de corte, γ é a tensão de superfície, H é a curvatura média de superfície e p_c é a pressão capilar microscópica. A normal \mathbf{n} corresponde a função implícita f , que descreve a posição da fronteira. Sendo o escoamento no meio poroso, na superfície das fibras a condição $\mathbf{v}=\mathbf{0}$ deve ser satisfeita e no ponto da fronteira livre, onde entram em contacto as três fases (o líquido, a fibra e o ar) o ângulo de contacto tem que ser formado, [17]. É importante saber que quando todos os efeitos são pequenos e somente a tensão de superfície é dominante, forma-se uma superfície livre com uma curvatura constante (ao longo da superfície) gerida pelo ângulo de contacto.

Costuma-se usar o número capilar para exprimir a importância das forças capilares em relação às forças viscosas:

$$N_c = \frac{v\mu}{\gamma}, \quad (9)$$

onde v é uma componente de velocidade característica do problema.

4. PROGRAMA DE FRONTEIRA LIVRE

Foi desenvolvido o *Programa de fronteira livre* que resolve progressão de fronteira através da condição da fronteira livre, quer usando método explícito quer implícito. Geralmente a utilização do método explícito é mais favorável como não exige o tempo de cálculo elevado, mas obviamente precisa passos de tempo bastante baixos. O melhor sinal que o passo de tempo escolhido é demasiado grande, é a ocorrência de linhas não lisas na fronteira ou a oscilação da fronteira.

O Programa de fronteira livre já foi apresentado ao longo do seu desenvolvimento em [18], [19] e [20]. A presente forma ainda é aplicável apenas aos problemas em duas dimensões, mas pode ser usada às várias análises. Em princípio, há sempre uma análise de base, que é resolvida no ANSYS.

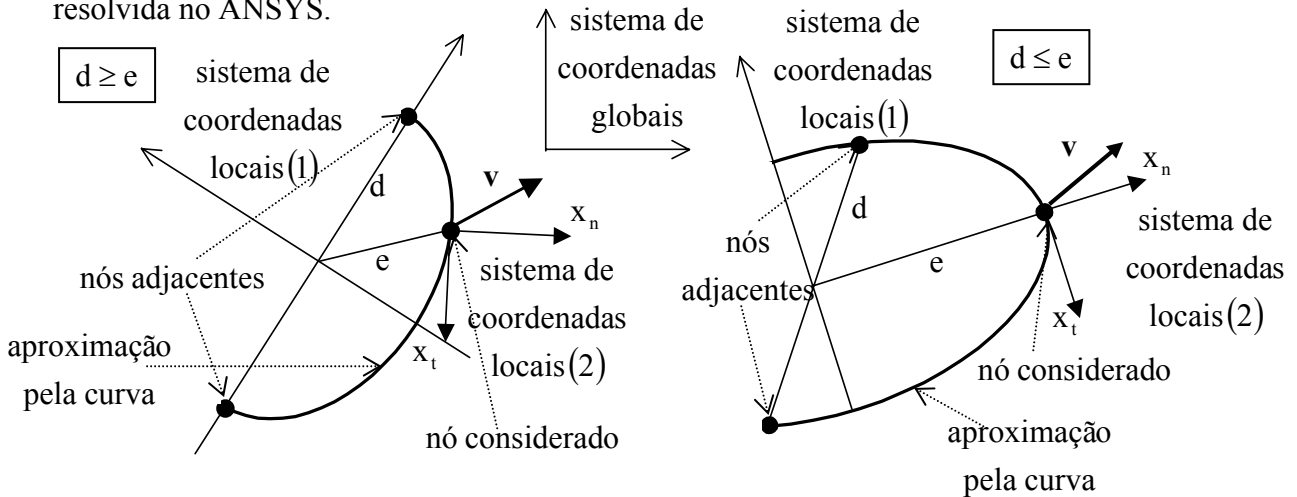


Figura 4. Duas maneiras de aproximação da curva de fronteira e a definição de sistemas de coordenadas.

Depois da resolução da análise de base no tempo corrente, t_k , a velocidade do líquido é extraída em cada nó frontal e o sistema de coordenadas locais (1) é formado usando mais dois nós frontais para a aproximação local da curva de fronteira, que é feita de duas maneiras de acordo com a Figura 4. Isso permite definir unicamente a normal da curva de fronteira, que serve para definição do sistema de coordenadas locais (2), onde os eixos coincidem com a direcção normal e tangencial (Figura 4). Se a função de fronteira for $x_n=g(x_t)$, a equação de fronteira livre simplifica-se a:

$$v_n - v_t \frac{\partial g}{\partial x_t} = v_n = \frac{\partial g}{\partial t}, \quad (10)$$

que no método explícito dá a posição da nova fronteira em forma:

$$x_{n,t_{k+1}} = x_{n,t_k} + (t_{k+1} - t_k) v_{n,t_k}. \quad (11)$$

Antes de proceder ao passo de tempo seguinte, aplicam-se várias verificações de fronteira para prevenir cruzamento das normais, eliminar nós muito próximos, para manter o líquido dentro de cavidade, etc. Em geral, o passo de tempo é sempre reduzido de modo que toda a nova fronteira fica dentro de cavidade, apenas pode tocar as paredes de cavidade (fibras) ou linhas de simetria. Isso é útil especialmente no caso de escoamento de Stoke sem utilização de ângulo de contacto, como se explica no parágrafo seguinte. Depois, onde é preciso aplicar a pressão capilar, a aproximação pela função g é repetida para a nova fronteira, com o objectivo de calcular a curvatura. Aplicam-se as condições de fronteira e o processo repete-se.

Actualmente o Programa de fronteira livre se pode aplicar ao (i) escoamento de Darcy, (ii) escoamento de Stoke com ou sem adaptação ao ângulo de contacto e com ou sem influência de tensão de superfície. Recentemente a utilização aos problemas de mesolevel foi implementada, i.e. (iii) combinação dos dois escoamentos. A análise de base podia ser para todos os casos a análise de dinâmica dos fluídos (ANSYS FLOTRAN), que é da sua natureza altamente não-linear. Por isso é mais vantajoso no caso (i) e (ii) explorar problemas análogos, que são análise termal estacionária e elasticidade incompressível. Assim a análise de base é linear. No caso (iii) a análise é na sua forma particular também linear, mas neste caso a definição a partir de dinâmica dos fluídos não se pode evitar e a resolução tem que ser feita pelo algoritmo de análise não-linear.

No caso (ii) a singularidade em ponto de contacto da fronteira de resina e da fibra é removida da seguinte forma. Sem adaptação ao ângulo de contacto a progressão ao longo da fibra é feita pelo ajusto de passo de tempo de maneira que o nó frontal mais próximo entra em contacto com a fibra (Figura 5a); com ajusto ao ângulo de contacto, uma superfície circular adicional (pequena para não influenciar a progressão global da fronteira) é formada perto da fronteira para a adaptar ao valor de ângulo de contacto dado (Figura 5b).

O Programa de fronteira livre é do grupo de malha móvel, mas geralmente a criação da malha não é o factor que consumava o tempo de cálculo. O programa permite criar uma malha fina ao longo da fronteira e uma malha grossa nas partes afastadas da fronteira. Tem a possibilidade de modificar para cada passo de tempo vários parâmetros relacionados com a análise e a criação da malha, de reiniciar a análise a partir dum passo de tempo especificado, etc.

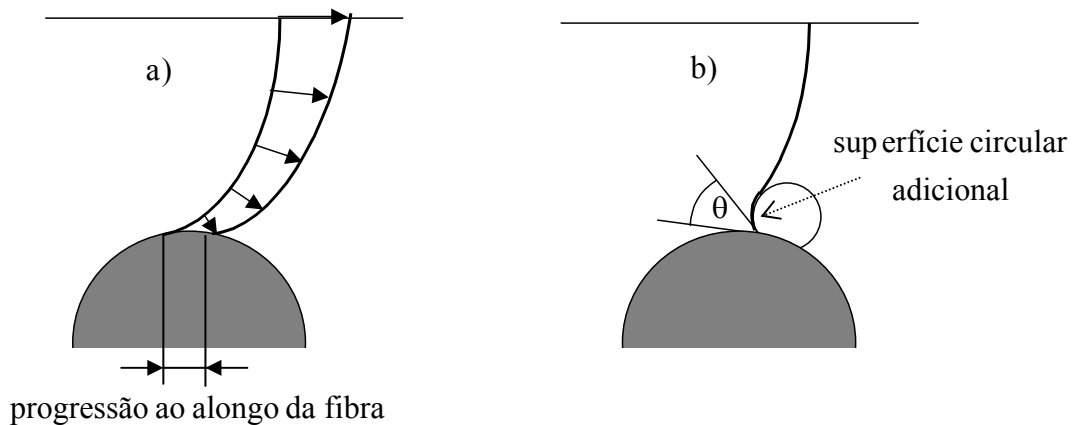


Figura 5. A progressão da fronteira sem (a) e com (b) adaptação ao ângulo de contacto.

O Programa de fronteira livre tem duas utilizações principais, primeiro estudar escoamentos no nível micro ou mesoscópico, que permite concluir quais as propriedades da resina são importantes para um enchimento sem perigo de criação das zonas vazias. Segundo, aplicando métodos de homogeneização podem-se determinar as características como a permeabilidade relativa e a pressão capilar homogeneizada, os problemas que ainda não foram tratados para os processos de RTM numa forma sistemática e apenas poucos resultados experimentais são disponíveis, por exemplo em [11]. Como já foi dito estas características são extremamente importantes para modificação da análise macroscópica de acordo com as equações (1) e (2).

5. ESCOAMENTO NO NÍVEL MICRO OU MESOSCÓPICO

Dois exemplos dos resultados do Programa de fronteira livre são mostrados neste epígrafe. Primeiro a influência de número capilar na progressão de fronteira de resina através das fibras e segundo a influência de número capilar e número das fibras dentro das fitas de fibra na progressão da fronteira de resina através das fitas de fibra.

No primeiro exemplo somente número capilar e ângulo de contacto influenciam a progressão de resina. Para os escoamentos mostrados nas Figuras 6 e 7 foi escolhida variação do número capilar com um ângulo de contacto fixo ($\theta=28,36^\circ$). As fibras têm secção transversal circular com o raio relativo à distância dos centros igual a 0,25, que forma um meio poroso com porosidade igual a 0,8. Na Figura 6a) o escoamento corresponde ao número capilar igual a ∞ , i.e. influência de tensão de superfície não está considerada e neste caso a viscosidade pode ter um valor arbitrário para a mesma progressão de fronteira, como este é um parâmetro da análise linear. Para escoamento na Figura 6b) as propriedades da resina são: a viscosidade $\mu=0,057$ Pa·s, a tensão de superfície $\gamma=2,06 \cdot 10^{-2}$ N/m e a velocidade característica 1m/s, que corresponde ao número capilar igual a 2,76. Casos nas Figuras 6c) até 6e) correspondem à variação do número capilar de 0,276 até 0,00276, que pode ser feito, quer pela modificação da velocidade quer pela variação das propriedades da resina. Pode-se concluir da Figura 6, que quando o número capilar é baixo, a capilaridade torna-se mais forte

e a forma da superfície de fronteira está se a aproximar a forma da curvatura constante gerida pelo ângulo de contacto. Quase nenhuma acção viscosa é notável no caso da Figura 6e).

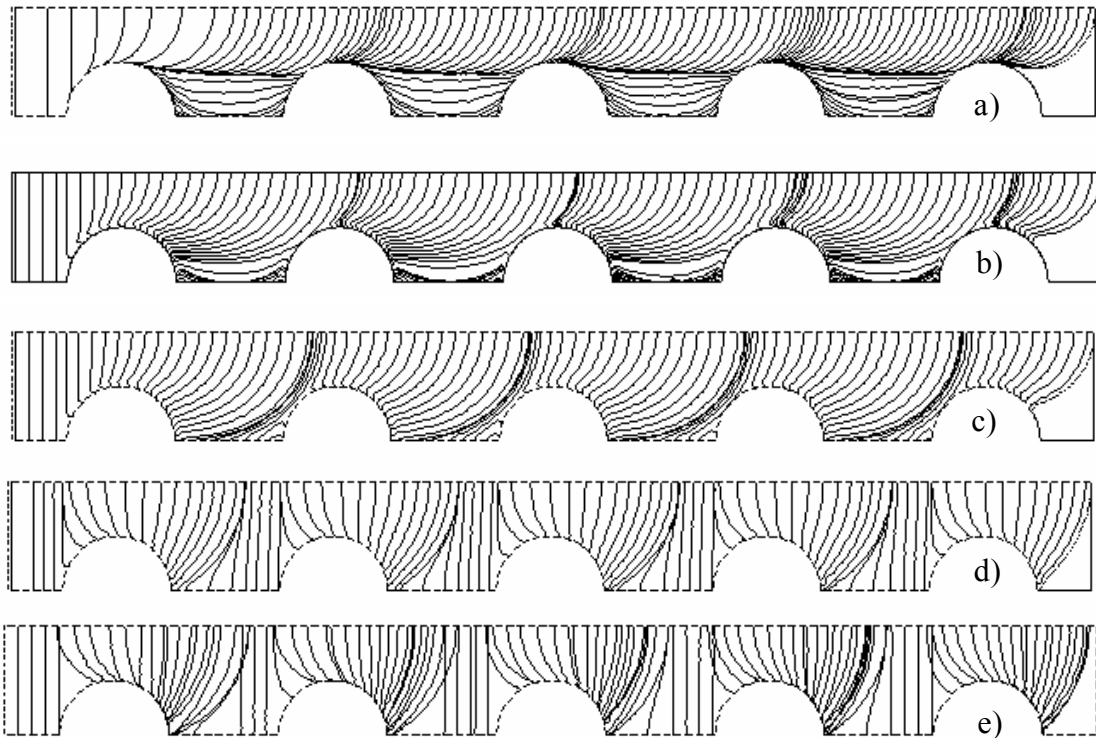


Figura 6. Progressão da fronteira em função do número capilar igual a ∞ ; 2,76; 0,276; 0,0276 e 0,00276.

Por razões de comparação, na Figura 7 progressão de fronteira é desenhada para o caso da curvatura constante criada somente pela acção capilar. É obvio, que neste caso o enchimento seria terminado na fronteira recta como esta não está sujeita a nenhuma pressão capilar, que movia a fronteira para frente.

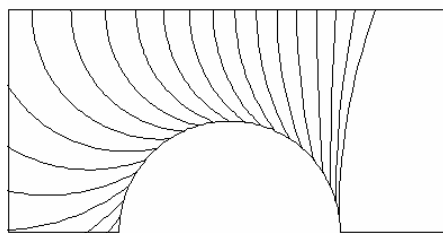


Figura 7. Progressão da fronteira de curvatura constante gerida somente pelo ângulo de contacto.

Pode-se concluir que cada escoamento nesta cavidade com ângulo de contacto como especificado vai ter progressão de fronteira entre os caso limites mostrados nas Figuras 6a) e 7. Os números capilares favoráveis ao processo RTM são para este exemplo menores do que

0,0276.

Ao contrário do primeiro exemplo, no segundo exemplo as dimensões usadas na criação de cavidade são importantes. Além disso mais parâmetros pode influenciar a progressão de resina. Para verificação da interface entre meio poroso e o resto da cavidade, gradiente de macropressão unitário foi aplicado numa célula com fita de fibra de secção transversal circular e com o raio relativo ao lado da célula igual a 0,3. Figuras 8 e 9 mostram distribuição das velocidades e da pressão, que se formou de acordo com as expectativas.

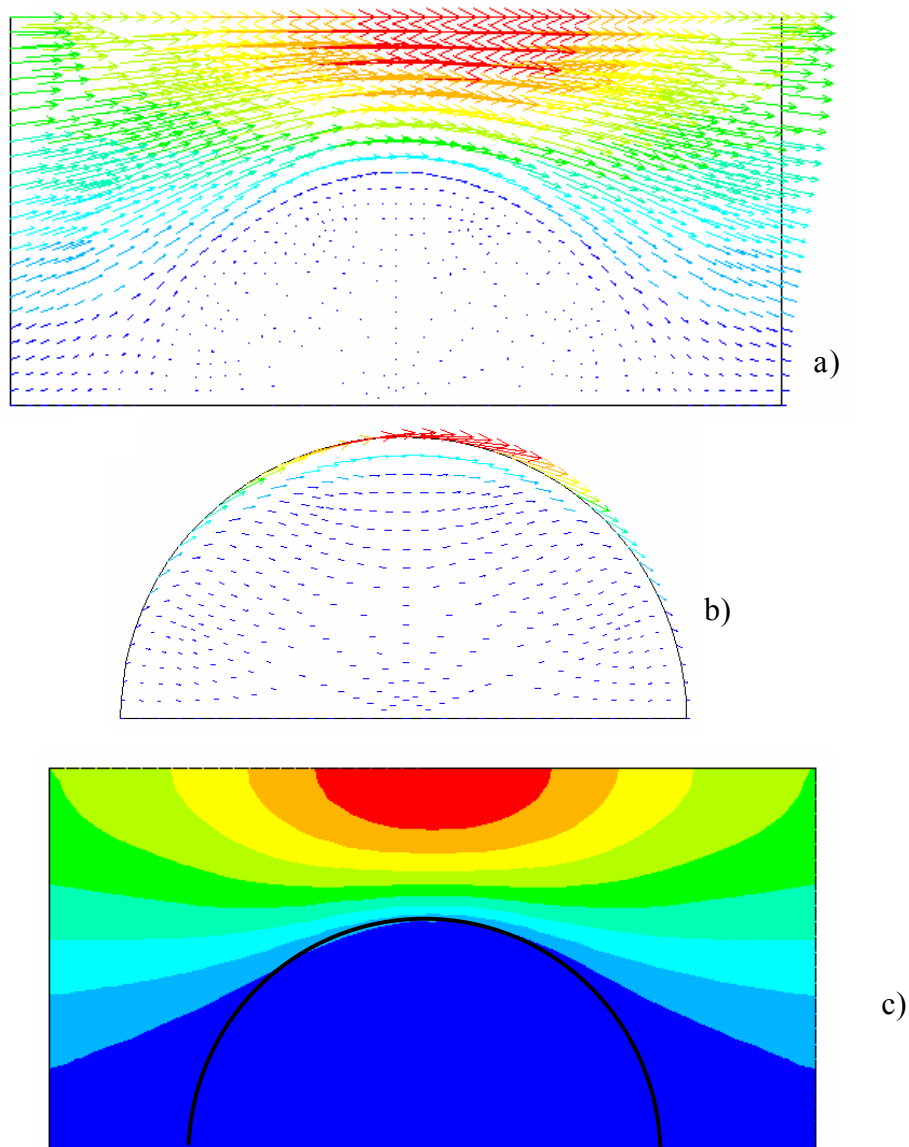


Figura 8. Distribuição das velocidades: a) visualização vectorial, b) visualização vectorial dentro da fita (aplicada re-escala das setas), c) componente horizontal.

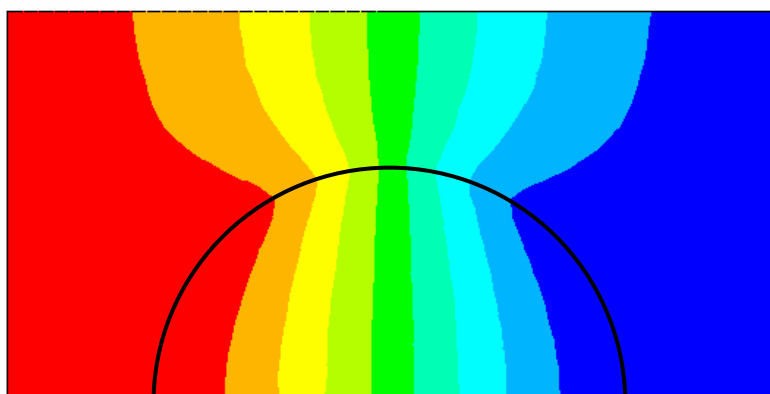


Figura 9. Distribuição da pressão.

No segundo exemplo foi estudada influência do número das fibras dentro da fita no enchimento das fitas. As fitas têm secção transversal circular com o raio 0,6mm e distância dos centros igual a 2mm, que forma um meio com porosidade dupla, cuja porosidade entre as fitas é igual a 0,72. A porosidade dentro das fitas foi escolhida de 0,37 que corresponde a permeabilidade sem dimensão igual a $3,4 \cdot 10^{-4}$. As propriedades da resina são: a viscosidade $\mu=0,05\text{Pa}\cdot\text{s}$, a tensão de superfície $\gamma=2,06 \cdot 10^{-2}\text{N/m}$, o ângulo de contacto $\theta=15^\circ$ e a velocidade característica é 10mm/s, que corresponde ao número capilar de $2,42 \cdot 10^{-2}$.

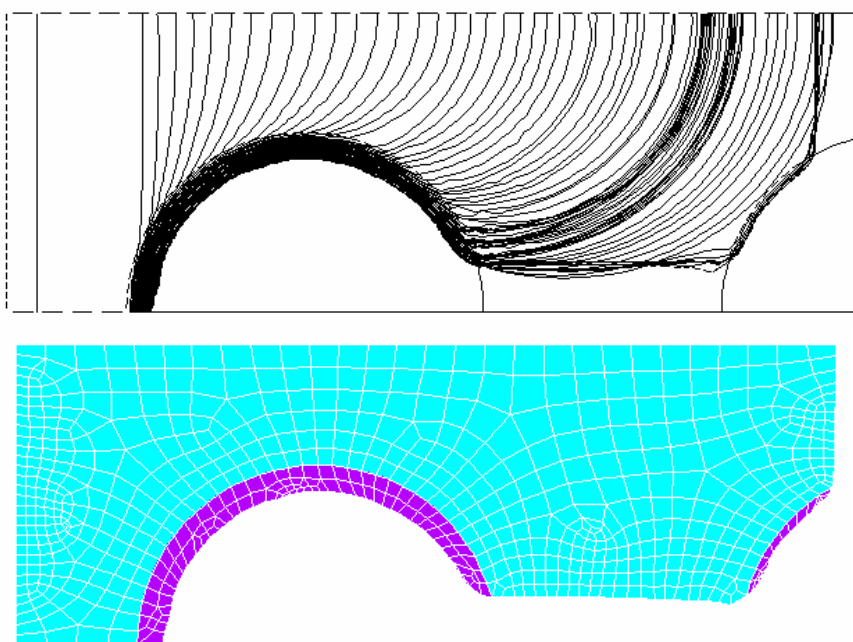


Figura 10. Progressão da fronteira no enchimento da fita de fibra com 1000 fibras (em cima) e malha dos elementos finitos, que mostra o enchimento actual da fita pela cor diferente.

Ângulo de contacto neste caso apenas influencia a pressão capilar homogeneizada dentro

de fita de fibra. Neste problema simples e de acordo com o próximo epígrafe, a pressão capilar pode-se estimar pela sua média e usar este valor como constante na fronteira dentro das fitas. A estimativa depende (além de γ e θ) na dimensão da célula dentro da fita, que de facto determina o número dos pontos de contacto. Dois casos foram estudados, correspondentes a 1000 e 4000 fibras dentro da fita, que dão dimensão da célula 0,034mm e 0,017mm e o diâmetro da fibra 15 μ m e 7,5 μ m, respectivamente. Assim, no primeiro caso a permeabilidade dentro da fita é $3,85 \cdot 10^{-7} \text{mm}^2$ e a estimativa da pressão capilar $9,29 \cdot 10^{-4} \text{MPa}$. No segundo caso, onde o número das fibras é maior, baixa a permeabilidade para $9,62 \cdot 10^{-8} \text{mm}^2$, mas aumenta a estimativa da pressão capilar para $1,86 \cdot 10^{-3} \text{MPa}$. Os dois casos são mostrados nas Figuras 10 e 11. Pode-se concluir, que a progressão da fronteira é praticamente igual e que nos dois casos o enchimento das fitas é muito atrasado. Na Figura 10 ainda se mostra que depois de ser atingida a segunda fita de fibra, a fronteira muda da sua forma e endireita-se. Entretanto o enchimento da primeira fita fica praticamente parado.

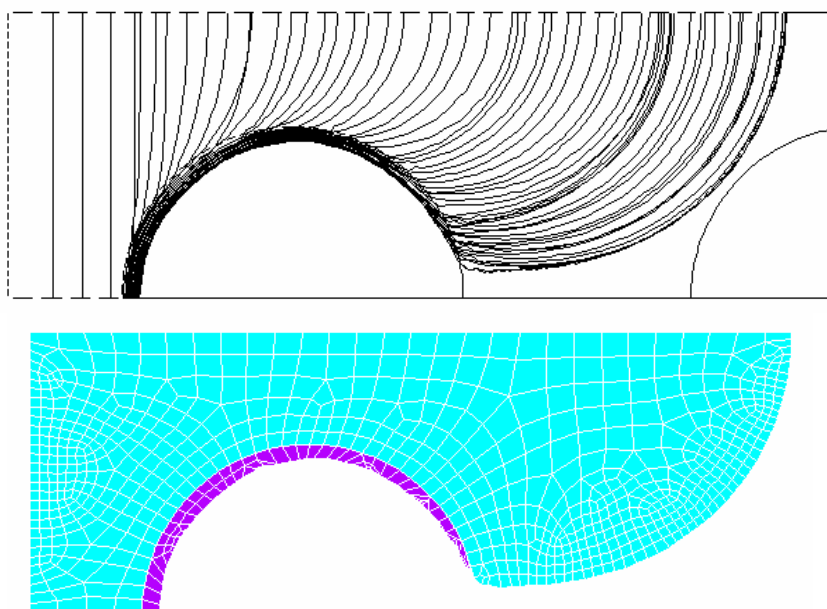


Figura 11. Progressão de fronteira no enchimento da fita de fibra com 4000 fibras (em cima) e malha dos elementos finitos, que mostra o enchimento actual da fita pela cor diferente.

Pode-se concluir este epígrafe com exemplo de progressão de resina através de fibras com secção transversal elíptica, que se mostra na Figura 12 para o número capilar infinito.

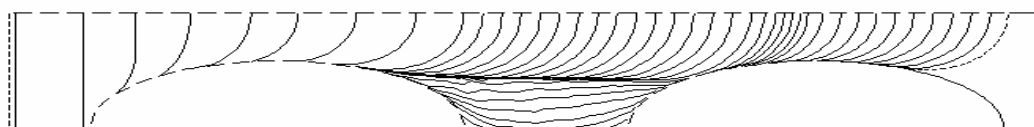


Figura 12. Progressão da fronteira de resina no caso de secção transversal das fibras elíptica.

6. METODOLOGIA DE DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE RELATIVA E A PRESSÃO CAPILAR HOMOGENEIZADA

Apresenta-se metodologia de determinação de permeabilidade relativa e pressão capilar homogeneizada para o caso de escoamentos macroscopicamente unidimensionais através de fibras, [21]. A metodologia é principalmente analítica, apenas numa fase é preciso uma estimativa baseada nos resultados numéricos feitos pelo Programa de fronteira livre. O resultado final pode ser facilmente aplicado a outros casos de escoamentos, desde que o pressuposto principal para esta metodologia mantém-se válido.

É preciso introduzir algumas novas definições e termos:

(a) A *solução periódica* é a solução (v, p) da análise microscópica estacionária numa célula saturada com as condições de fronteira seguintes:

$$v \text{ cumpre condições de fronteira periódicas nos lados externos da célula,} \quad (12)$$

$$v=0 \text{ na superfície da fibra,}$$

$$\bar{p} = G \cdot \xi \text{ em todas as fronteiras,} \quad (13)$$

onde $G < 0$ é o gradiente de macropressão imposto e ξ é a variável espacial dentro da célula na direcção do gradiente. Solução v é única e a pressão p pode ser escrita na forma: $p = \bar{p} + \tilde{p} + c$, onde \tilde{p} é único e satisfaz condições de fronteira periódicas nos lados externos da célula, $\bar{p} = G \cdot \xi$ também dentro da célula e c é uma constante arbitrária. A viscosidade nesta análise apenas toma forma dum parâmetro da análise linear.

(b) A *célula uniforme* é uma célula básica, cuja saturação se aumenta durante o enchimento de 0 até 1, enquanto a célula anterior mantém a saturação igual a 1 e a posterior igual a 0. Consequentemente, os lados da célula uniforme são formados pelas fronteiras de resina periodicamente localizadas e por isso dependentes do número capilar. Quando a célula uniforme encontra-se na fase de transição, chama-se a *célula de transição*.

(c) O *enchimento uniforme* é o enchimento de velocidade de injeção constante, onde (i) imediatamente depois de ser célula de transição preenchida, (v, p) correspondem a solução periódica; (ii) a velocidade média é função linear de variável ξ e (iii) o gradiente de macropressão é constante.

O pressuposto principal da metodologia proposta é que para velocidade de injeção constante, imediatamente depois de ser célula de transição preenchida, (v, p) correspondem a solução periódica. Para a derivação do resultado final, uma célula uniforme de referência tem que ser escolhida e cada outra célula uniforme vai ter a sua posição determinada dentro dela pelo parâmetro ξ_{s_0} , que tem o mesmo significado como ξ . O índice “s” designa que a coordenada tem que corresponder à saturação s e o índice “0” significa que para cada célula uniforme ξ_{s_0} é constante; no outro lado ξ_s é variável dentro da célula de transição e ambos, ξ_{s_0} e ξ_s tomam valores de 0 até L , que é a distância dos centros das fibras. Na realidade o pressuposto principal não está satisfeito exactamente para os casos examinados, mas verificou-se que o error introduzido na análise não era significativo.

A derivação segue os passos seguintes: nas células preenchidas a média da pressão tem a

forma:

$$P_j^{ff}(\xi_s, \xi_{s_0}) = P_j^{fu}(\xi_s, \xi_{s_0}) + P^v(\xi_s, \xi_{s_0}) + A(\xi_{s_0}), \quad (14)$$

onde j é o número da célula considerada, $P^v(\xi_s, \xi_{s_0})$ é a parte variável, cujos valores confirmam $P^v(0, \xi_{s_0}) = P^v(L, \xi_{s_0}) = 0$, $P_j^{fu}(\xi_s, \xi_{s_0}) = -G \cdot \xi_s - G \cdot L(n - j + 1/2)$ corresponde ao enchimento uniforme (n é o número das células totalmente preenchidas) e $G < 0$ é o gradiente de macropressão periódico. $A(\xi_{s_0}) - GL/2$ é o valor inicial para $n=j$ e $\xi_s=0$. Foi concluído que $P^v(\xi_s, \xi_{s_0})$ pode ser escrito em forma:

$$\begin{aligned} P^v(\xi_s, \xi_{s_0}) &= \tilde{P}(\xi_s + \xi_{s_0}) - \tilde{P}(\xi_{s_0}) & \text{para } \xi_s + \xi_{s_0} \leq L, \\ P^v(\xi_s, \xi_{s_0}) &= \tilde{P}(\xi_s + \xi_{s_0} - L) - \tilde{P}(\xi_{s_0}) & \text{para } \xi_s + \xi_{s_0} > L. \end{aligned} \quad (15)$$

Na célula de transição:

$$P^{ft}(\xi_s, \xi_{s_0}) = m \cdot P^v(\xi_s, \xi_{s_0}) - G \cdot \xi_s / 2 + g(\xi_s, \xi_{s_0}), \quad (16)$$

onde m é um coeficiente, cujo valor não influencia o resultado final, e $g(\xi_s, \xi_{s_0})$ é uma função, que ajusta o valor inicial e final.

Pressão capilar pode ser determinada analiticamente em função de posição do ponto de contacto (usou-se na designação P maiúsculo no sentido de pressão média, como este corresponde a força capilar total uniformemente distribuída sobre a linha de actuação):

$$\begin{aligned} P_c(\xi_s, \xi_{s_0}) &= \tilde{P}_c(\xi_s + \xi_{s_0}) & \text{para } \xi_s + \xi_{s_0} \leq L, \\ P_c(\xi_s, \xi_{s_0}) &= \tilde{P}_c(\xi_s + \xi_{s_0} - L) & \text{para } \xi_s + \xi_{s_0} > L. \end{aligned} \quad (17)$$

Gradiente de macropressão pode-se estimar como:

$$\bar{G}(\xi_s, \xi_{s_0}) = -2(P^{ft}(\xi_s, \xi_{s_0}) - P_c(\xi_s, \xi_{s_0})) / \xi_s, \quad (18)$$

e a velocidade média corresponde a:

$$\begin{aligned} v_x^D(\xi_s, \xi_{s_0}) &= \tilde{v}_x^D(\xi_s + \xi_{s_0}) - \tilde{v}_x^D(\xi_{s_0}) & \text{para } \xi_s + \xi_{s_0} \leq L, \\ v_x^D(\xi_s, \xi_{s_0}) &= \tilde{v}_x^D(\xi_s + \xi_{s_0} - L) + \tilde{v}_x^D(L) - \tilde{v}_x^D(\xi_{s_0}) & \text{para } \xi_s + \xi_{s_0} > L. \end{aligned} \quad (19)$$

A permeabilidade relativa derivada destas equações dependeria da célula uniforme escolhida. Por isso mais uma média tem que ser efectuada, agora em relação a ξ_{s_0} . Finalmente, depois de mais algumas derivações, a permeabilidade relativa tem a forma:

$$k_{xx} = \frac{G \cdot \xi_s / L}{G + \frac{2A_{P_c, \varepsilon_s}}{\xi_s} (1 - (2\xi_s / L - 1)^q)} = \frac{\hat{G} \cdot \varepsilon_s}{\hat{G} + \frac{2A_{P_c, \varepsilon_s}}{\varepsilon_s} (1 - (2\varepsilon_s - 1)^q)}, \quad (20)$$

onde $\hat{G} = GL$, A_{P_c, ε_s} é o valor médio da pressão capilar, $\varepsilon_s = \xi_s / L$ é a contraparte sem dimensão de ξ_s e q é um número par.

Permeabilidade relativa do primeiro exemplo no epígrafe anterior e que corresponde ao número capilar igual a 0,276 é representada na Figura 13 para $q=2$ e $q=8$. Pode-se concluir que a diferença entre estas curvas é pequena, o que significa que a escolha deste parâmetro

não vai influenciar muito os resultados. A parte principal da curva da permeabilidade relativa é o afastamento máximo da linha recta que corresponde a função linear (também incluída na Figura 13). Este afastamento depende de A_{p_c, ϵ_s} e de $\hat{G} = GL$.

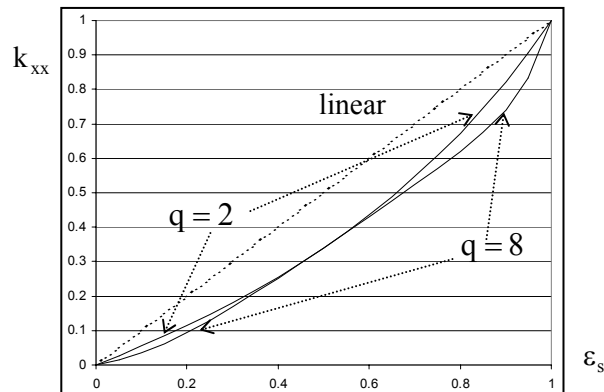


Figura 13. Permeabilidade relativa para o número capilar 0,276; dois parâmetros $q=2$ e 8 forma introduzidos na equação (20).

A influência do número capilar mostra-se na Figura 14. Para a mesma cavidade, diminuição do número capilar significa aumento na pressão capilar, i.e. aumento em A_{p_c, ϵ_s} , mas no outro lado também um aumento no valor de gradiente de macropressão periódico G . Além da recta, na Figura 14 as curvas correspondem a variação do número capilar de 0,276; 0,0276 e 0,00276, i.e. aos casos c) até e) do primeiro exemplo do epígrafe anterior (compare com Figura 6c)-e)).

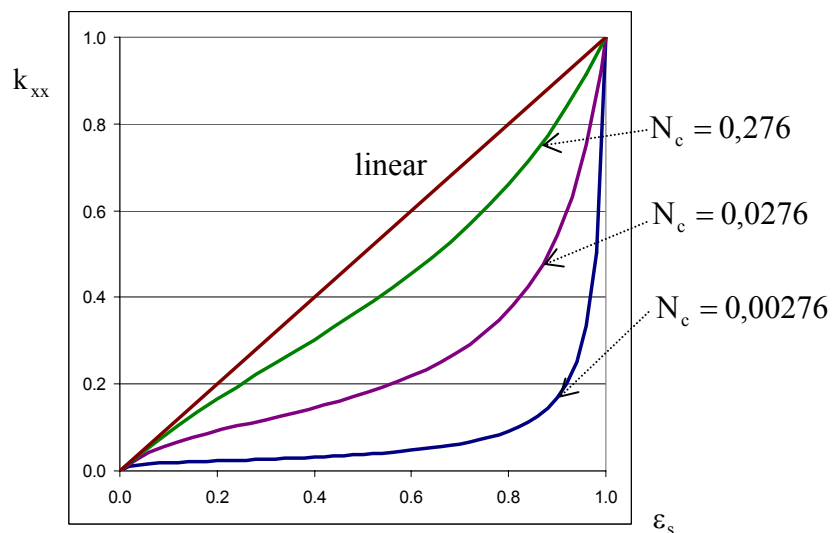


Figura 14. Permeabilidade relativa em função do número capilar.

Como um resultado intermédio a pressão capilar homogeneizada foi determinada como

$\langle P_c(\xi_s, \xi_{s_0}) \rangle_{\xi_{s_0}} = A_{P_c, \epsilon_s}$, que é um valor constante independente de ξ_s . Esta conclusão já foi utilizada no segundo exemplo no epígrafe anterior.

7. CONCLUSÃO

Neste artigo foram resumidas as tendências recentes relacionadas com o processo de fabricação de compósitos reforçados por fibras conhecido como RTM. Apresentaram-se vários resultados do Programa de fronteira livre desenvolvido pelos autores. O Programa de fronteira livre tem duas utilizações principais, primeiro estudar escoamentos no nível micro ou mesoscópico, que permite concluir quais das propriedades de resina são importantes para um enchimento sem perigo de criação das zonas vazias. Segundo, aplicando técnicas de homogeneização podem-se determinar as características como a permeabilidade relativa e a pressão capilar homogeneizada, os problemas que ainda não foram tratados para os processos de RTM numa forma sistemática. Os primeiros passos foram dados em [20], [21] e neste artigo. O resultado final da permeabilidade relativa é fácil utilizar, pode mostrar importantes conclusões sobre influência do número capilar e , apesar de ainda restringido pelo pressuposto principal, poderia ser facilmente generalizável para outros tipos de escoamentos.

Pode-se concluir que as forças capilares tem que ser introduzidas no processo RTM, pelo menos nas análises mesoscópicas. O enchimento das fitas de fibra sem forças capilares não pode dar resultados realísticos.

REFERÊNCIAS

- [1] S.G. Advani, M.V. Brusckhe and R.S. Parnas, Resin transfer molding, in *Flow and Rheology in Polymeric Composites Manufacturing*, Ed. S.G. Advani, Elsevier Publishers, Amsterdam, pp. 465-516, (1994).
- [2] A.E. Scheidegger, *The Physics of Flow through Porous Media*, The Macmillan Company, New York, (1957).
- [3] J. Bear, *Dynamics of Fluids in Porous Media*, Dover Publications, New York, (1972).
- [4] M. Kaviany, *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, Springer-Verlag, New York, (1995).
- [5] E. Sanchez-Palencia, *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*, Lecture Notes in Physics, **127**, Springer-Verlag, pp.129-157, (1980).
- [6] H.I. Ene and D. Polisevski, *Thermal Flow in Porous Media*, D. Reidel Publishing Company, (1987).
- [7] T.A.K. Sadiq, S.G. Advani and R.S. Parnas, "Experimental investigation of transverse flow through aligned cylinders", *International Journal of Multiphase Flow*, **21**, 755-774, (1995).
- [8] R.S. Parnas and F.R. Phelan, "The effect of heterogeneous porous media on mold filling in resin transfer molding", *SAMPE Quarterly*, **22**, 53-60, (1991).
- [9] F.R. Phelan and G. Wise, "Analysis of transverse flow in aligned fibrous porous media", *Composites A*, **27A**, 25-33, (1996).

- [10] M.A.A. Spaid and F.R. Phelan, "Lattice Boltzman method for modeling microscale flow in fibrous porous media", *Physics of Fluids*, **9**, 2468-2474, (1997).
- [11] K. Han, *Analysis of Dry Spot Formation and Changes in Liquid Composite Molding*, Ph.D. theses, The Ohio State University, (1994).
- [12] K.M. Pillai, *Flow Modeling in Dual Scale Porous Media*, Ph.D. theses, The University of Delaware, (1997).
- [13] T.S. Lundstrom, "Bubble transport through constricted capillary tubes with application to resin transfer molding", *Polymer Composites*, **17**, 770-779, (1996).
- [14] T.S. Lundstrom, "Void collapse in resin transfer molding", *Composites A*, **28A**, 201-214, (1997).
- [15] M. Muskat, *The flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*, New York, NY:McGraw Hill, (1937).
- [16] R.E. Collins, *Flow of Fluids through Porous Media*, Reinhold Publishing Corporation, (1961).
- [17] F.M. White, *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, (1994).
- [18] A.W. Adamson, *Physical Chemistry of Surfaces*, John Wiley & Sons, New York, (1982).
- [19] Z. Dimitrovová and L. Faria, *Finite element modeling of the RTM process*, *Proceedings of the 5th International Conference on Flow Processes in Composite Materials*, Plymouth, UK, July (1999), pp.125-135.
- [20] Z. Dimitrovová, and S.G. Advani, *A Semi-Analytical Approach to the Relative Permeability Determination in LCM Processes*, D. Hui ed., *Proceedings of the 8th International Conference on Composites Engineering*, Tenerife, Canary Islands, Spain, August, (2001), pp. 191-192.
- [21] Z. Dimitrovová and S.G. Advani, "Analysis and Characterization of Relative Permeability and Capillary Pressure for Free Surface Flow of a Viscous Fluid across an Array of Aligned Cylindrical Fibers", *Journal of Colloid and Interface Science*, **245**, 325-337, (2002).