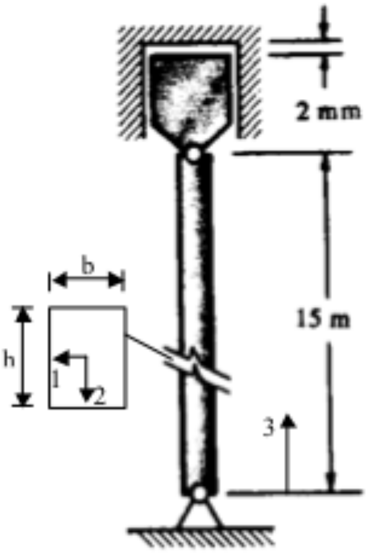
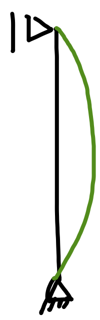
2º Problema (8,0 valores)



A coluna de aço ($E = 210$ GPa, $\alpha = 12 \times 10^{-6}/°C$, $\sigma_c = 235$ MPa) representada na figura tem secção transversal rectangular de lados b e h, possui nas suas extremidades rótulas cilíndricas de eixo perpendicular ao plano da figura (plano 1-3) e está sujeita a um aumento de temperatura uniforme. Na extremidade superior da coluna, existe uma folga de 2 mm entre o apoio e a parede adjacente.

(1,5 val.) a) Determine a relação b/h que deve existir entre os lados da secção para que a coluna tenha igual resistência à encurvadura em torno de ambos os eixos principais da secção.

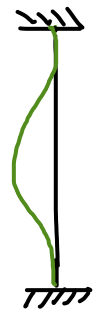
PLANO DA FIGURA (1-3)



$$I_2 = \frac{b^3 h}{12}$$

$L_e = L$

PLANO ⊥ FIGURA (2-3)



$$I_1 = \frac{b h^3}{12}$$

$L_e = 0{,}5\, L$

$$P_{cr}^1 = P_{cr}^2 \Rightarrow \frac{\pi^2 E I_2}{L^2} = \frac{\pi^2 E I_1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 L^2} \Rightarrow 4\,\frac{b^3 h}{12} = \frac{b h^3}{12} \Rightarrow \underline{\underline{\frac{b}{h} = 2}}$$

$$\Downarrow$$

$$b = 2h$$

(2,5 val.) b) Utilizando a relação obtida em a), determine a menor secção que a coluna pode ter de modo a suportar um aumento de temperatura de 15ºC sem instabilizar nem atingir a cedência.

$$\underbrace{\alpha \, \Delta T \times L}_{\delta_{TEMP}} - \underbrace{2}_{\delta_0} = \frac{N}{EA} L \Rightarrow N = \underbrace{E}_{210 \times 10^3 \ (MPa)} A \left(12 \times 10^{-6} \times 15 - \frac{2}{1500}\right)$$

$$N = 9{,}8\,A \Rightarrow \frac{N}{A} = \sigma = 9{,}8\,MPa < 235$$

$$9{,}8\,bh = \frac{\pi^2 E \frac{bh^3}{12}}{(1500)^2} \Rightarrow h = 56{,}5\,mm \Rightarrow b = 113\,mm$$

$$(b = 2h)$$

(2,0 val.) c) Utilizando a secção obtida em b) e sabendo que o correspondente factor de imperfeição é igual a 0,49, determine o maior aumento de temperatura que a coluna pode suportar de acordo com o Eurocódigo 3.

$$P_{ced} = 113 \times 56{,}5 \times 235 \times 10^{-3} = 1500\ kN$$

$$P_{cr} = 9{,}8 \times 56{,}5 \times 113 \times 10^{-3} = 62{,}57$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{P_{ced}}{P_{cr}}} = 4{,}896$$

$$\alpha = 0{,}49$$

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] = 13{,}636 \longrightarrow \chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = 0{,}03793$$

$$N_{b,Rd} = 0{,}03793 \times 1500 = 56{,}9\ kN$$

$$\alpha \, \Delta T = \frac{56{,}9}{EA} + \frac{2}{1500} \Rightarrow \Delta T = 14{,}32^\circ$$

(2,0 val.) d) Admita agora que inicialmente a coluna não é perfeitamente recta mas tem forma sinusoidal no plano 1-3 com amplitude de 30 mm no ponto médio. Nestas condições e utilizando a secção obtida em b), determine a tensão normal máxima na coluna quando esta se encontra sujeita ao aumento de temperatura obtido em c).

$$\boxed{\delta^{max} = \frac{\delta^{0}}{1-\dfrac{P}{P_{cr}}}} \Rightarrow \delta^{max} = \frac{30}{1-\dfrac{56,9}{62,57}} = 331,06 \text{ mm}$$

$$M_{max} = P\,\delta^{max} = 56,9 \times 0,331 = 18,84 \text{ kNm}$$

$$\sigma = \frac{56,9}{A} + \frac{18,84}{I_2}\,\frac{b}{2} = \underline{\underline{165,6 \text{ MPa}}}$$