A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA NA AVALIAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Maria do Carmo Botelho[1], Helena Rocha[2]
[1]Externato São Vicente de Paulo,
[2]Faculdade de Ciências e Tecnologia – Universidade Nova de Lisboa
mcarmosbotelho@gmail.com, hcr@fct.unl.pt,

Resumo

A aprendizagem dos nossos alunos é fortemente influenciada pelas caraterísticas das tarefas que lhes propomos e a resolução de problemas é frequentemente apontada como uma das tarefas com mais potencial para promover aprendizagens ricas. Mas aprender implica ser capaz de desenvolver raciocínios, de comunicar as nossas ideias e de compreender as dos outros num processo argumentativo e reflexivo. A avaliação das aprendizagens num contexto de resolução de problemas envolve assim, necessariamente como parte importante do processo, uma análise da comunicação que se estabelece entre todos os envolvidos.
Nesta comunicação iremos focar-nos precisamente na comunicação que se estabelece durante a resolução de problemas, abordando as dificuldades dos alunos e dando atenção à interpretação que fazem do enunciado, à compreensão que manifestam das figuras apresentadas, à relação que conseguem estabelecer entre a situação em causa e a informação disponibilizada através de um gráfico, à forma como conseguem explicitar o seu raciocínio e à linguagem matemática que utilizam no decurso do processo de argumentação. Para tal vamos basear-nos num conjunto de problemas propostos a alunos do 10.º ano de escolaridade no decorrer do estudo de funções.

Palavras chave: comunicação; avaliação; resolução de problemas.

Introdução

A comunicação é uma das capacidades transversais a toda a aprendizagem da matemática, sendo necessário que sejam propostos aos alunos atividades que promovam a utilizam da comunicação matemática através de linguagem oral e escrita (Ministério da Educação, 2001). Uma das atividades consideradas relevantes na matemática é a resolução de problemas, pois potencia nos alunos o processo de exploração e desenvolvimento dos conhecimentos adquiridos, bem como a aquisição de novos conhecimentos, servindo de estímulo ao seu processo de aprendizagem (NCTM, 2007).

Com este artigo pretendemos identificar alguns aspectos em que a comunicação matemática pode trazer informação relevante para a avaliação da resolução de problemas realizada pelos alunos.

Resolução de problemas

Em Portugal, a resolução de problemas na educação em matemática, evidenciou-se pela reforma curricular de 1991, tendo como objetivo uma nova conceção para o saber e pensar matemático, de forma a que os alunos adquiram aprendizagens mais significativas (Boavida, 1993).

É defendido por Menino e Santos (2004) que o ensino está centrado na resolução e compreensão de problemas e não apenas na mera aquisição de conceitos. Ainda assim, Abrantes (1998) e Boavida et al. (2008) consideram que a resolução de problemas é algo a intensificar no currículo de matemática.

As Normas do NCTM de 1991, referem que para a resolução de problemas de matemática os alunos deverão possuir as seguintes competências: saber investigar e compreender os assuntos matemáticos; saber correlacionar conhecimentos matemáticos, recorrendo a estratégias na aplicação da resolução de problemas de matemática; saber reconhecer e formular problemas, tanto ligados diretamente como indiretamente à matemática; saber relacionar os conhecimentos adquiridos para a resolução de situações problemáticas da vida real.

Segundo Pólya (1995), o processo de resolução de problemas desenvolve-se em quatro fases: a primeira consiste na compreensão do problema e, para isso, será necessário verificar qual a incógnita e quais os dados disponíveis; a segunda consiste em encontrar ou construir uma estratégia, onde por vezes é necessário recorrer ao auxílio de outros problemas, na perspectiva de alcançar uma nova estratégia para a sua resolução; a terceira compreende a execução dessa estratégia, visando a aplicação prática da mesma e a quarta define-se pela retrospetiva, ou seja, proceder à verificação da solução encontrada.

Comunicação matemática

De acordo com Ponte et al. (2007) é através de mensagens orais e escritas que os alunos conseguem comunicar ideias e apropriarem-se de conceitos matemáticos. No entanto, é importante que alunos e professores estabeleçam entre si uma linguagem matemática entendível por todos. Para o autor, as aprendizagens podem ser facilitadas se houver uma boa comunicação na sala de aula, podendo esta ainda servir de regulador das boas práticas no processo de ensino-aprendizagem.

Segundo o NCTM (2007), o programa de ensino prevê nos diversos anos de escolaridade capacitar os alunos para: desenvolver um pensamento matemático consolidado e organizado apoiado pela comunicação; transmitir informação recorrendo à comunicação, para expressar o seu pensamento matemático corretamente aos colegas e professores; saber analisar e refletir numa perspectiva de pensamento crítico, identificando as estratégias e o pensamento matemático dos outros; e dominar a linguagem matemática para transmitir noções matemáticas com fidelidade. Ainda para o NCTM (2007), a comunicação escrita matemática é importante, pois permite que os alunos reflitam sobre a forma que lhes é mais facilitadora para compreenderem e interiorizarem os conceitos matemáticos abordados e trabalhados em sala de aula. A utilização da comunicação matemática em sala de aula permite assim desenvolver competências tais como saber: escutar, questionar, interpretar e compreender, analisar e refletir. A frequência da prática da comunicação escrita é um fator importante na aprendizagem, o mesmo acontecendo com a elaboração e utilização de argumentos matemáticos na justificação e demonstração dos resultados (idem).

A comunicação matemática (oral ou escrita) é um meio importante para que os estudantes clarifiquem o seu pensamento, estabeleçam conexões, reflitam na sua aprendizagem, aumentem o apreço pela necessidade de precisão na linguagem, conheçam conceitos e terminologia, aprendam a ser críticos (Ministério da Educação, 2007, p.11).

Interpretar enunciados, expressar as suas ideias usando linguagem matemática, explicar oralmente ou por escrito os procedimentos matemáticos que utilizaram para chegar aos resultados que apresentam e ainda, argumentar sobre o seu raciocínio ou mesmo questionar o raciocínio dos outros, são de entre outras, algumas das competências a desenvolver pelos alunos (Ministério da Educação, 2007).

Avaliação em Matemática

A avaliação está ao serviço da aprendizagem com a intenção de contribuir para esta, assim como para a tomada de decisões sobre o ensino (Santos, 2005). Quando temos a avaliação direcionada para a aprendizagem de forma adequada, o aluno tem acesso aos critérios valorizados no processo de avaliação e, consequentemente, terá controlo sobre o seu percurso na aprendizagem (idem).

A avaliação das aprendizagens em matemática insere-se na compreensão dos conhecimentos adquiridos em contexto de sala de aula, sabendo-se que o processo de aprendizagem tem mais sucesso quando os alunos assumem um papel de poder sobre as suas próprias aprendizagens, em que conseguem vigiar os conhecimentos que são aprendidos e os que não o são, permitindo assim analisar o seu progresso nas aprendizagens (NCTM,1999).

A avaliação das aprendizagens pressupõe uma postura de diagnóstico e identificação das necessidades que os alunos enfrentam no processo de aprendizagem (Tinoco, 2011).

Na avaliação das aprendizagens podemos ter em conta determinados indicadores que as conseguem identificar. Estes indicadores podem ser breves narrações orais ou escritas e podem apoiar-se em recursos como o computador ou a calculadora (NCTM, 1999). Assim, este artigo centra-se na comunicação matemática, procurando analisar a forma como esta pode disponibilizar elementos relevantes para avaliar a resolução de problemas.

As tarefas

Apresentamos aqui duas das tarefas propostas a dois alunos do 10.º ano, o Mário e a Mónica de uma escola da Grande Lisboa. Analisamos a resolução que estes efetuaram, assim como as razões que fundamentam essas resoluções e que partilharam connosco em entrevista.

A Tarefa 1 apresenta três questões: na primeira pretende-se que os alunos justifiquem com cálculos se na situação descrita foi golo; na segunda é solicitado que determinem a altura máxima atingida pela bola; na terceira pretende-se que o aluno determine a distância da bola à linha de golo, quando esta atinge a altura máxima. Esta tarefa tem como objetivo avaliar se o aluno consegue efetuar um raciocínio utilizando linguagem matemática.

Num jogo de futebol, vai ser cobrado um livre, a 25 metros da baliza (ver figura 1)
A barreira está à distância regulamentar de 9,15 metros da bola.
O plano da trajetória da bola é perpendicular à linha de golo.
A bola pode não passar a barreira ou pode passar por cima dela.
Se passar por cima da barreira, a bola segue na direção da baliza, fora do alcance do guarda-redes.
Admita que só pode acontecer uma das quatro situações seguintes:

- a bola não passa a barreira;
- a bola sai por cima da barra da baliza;
- a bola bate na barra da baliza;
- a bola entra na baliza.

Na barreira , o jogador mais alto tem 1,95 metros de altura.
A barra da baliza está a 2,44 metros do chão.

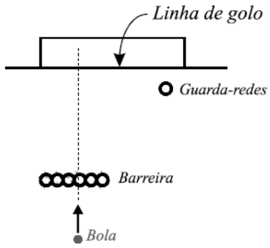


Figura 1

Admita que, depois de rematada, a bola descreve um arco, de tal modo que a sua altura, relativamente ao solo, medida em metros, é dada por

$$! (!) = 0{,}32! \; - 0{,}01!^{!}$$

Sendo x a distância, em metros, da projeção da bola no solo ao local onde ela é rematada (ver figura 2).

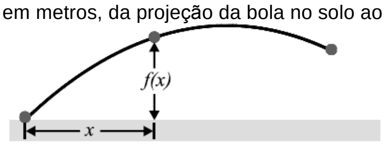


Figura 2

Resolve os itens seguintes, utilizando exclusivamente métodos analíticos. Podes utilizar a calculadora, para efetuar cálculos numéricos.

1. É golo? Justifica a tua resposta.
2. Qual é a altura máxima atingida pela bola?
3. A que distância da linha de golo está a bola, quando atinge a altura máxima?
   Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas.

Itens Matemática A – 10.ºano

A Tarefa 2 solicita aos alunos que elaborem uma breve composição, indicando qual a opção correta e identificando a razão da rejeição para cada uma das restantes. O objetivo desta tarefa consiste em verificar se o aluno consegue interpretar a situação descrita no enunciado e relacioná-la com as três representações gráficas.

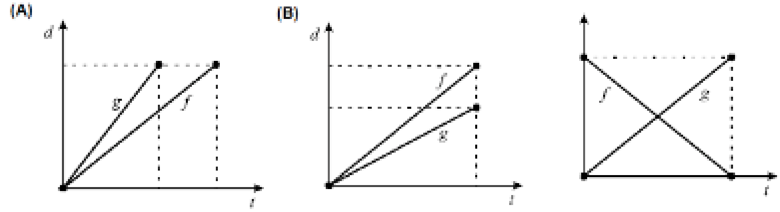
A Fernanda e a Gabriela são duas irmãs que frequentam a mesma escola. Certo dia, a Fernanda está em casa e a Gabriela está na escola. Num certo instante, a Fernanda sai de casa e vai para a escola e, no mesmo instante, a Gabriela sai da escola e vai para casa. Há um único caminho que liga a casa e a escola. Ambas fazem o percurso a pé cada uma delas caminha a uma velocidade constante.

Seja f a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Fernanda, t minutos depois de ter saído de casa (a contagem do tempo tem início quando a Fernanda sai de casa e termina quando ela chega à escola).

Seja g a função que dá, em metros, a distância percorrida pela Gabriela, t minutos depois de ter saído da escola (a contagem do tempo tem início quando a Gabriela sai da escola e termina quando chega a casa).

Indica em qual das opções seguintes podem estar representadas graficamente as funções f e g.

Numa pequena composição, apresente, para cada uma das outras duas opções, uma razão pela qual a rejeita.



Adaptado do Teste Intermédio de Matemática A

O Mário

O Mário obteve a classificação de 12 valores na disciplina de matemática A nos 1.º e 2.º períodos, aparentando ser um aluno constante, nunca tendo reprovado. Nas aulas de matemática distraía-se facilmente com os colegas. Apesar deste comportamento o aluno participava nas aulas, demonstrando conhecimento e raciocínio matemático. Relativamente às aulas de apoio o aluno não as frequentava de forma regular. Contudo, o Mário referiu a matemática como uma das suas disciplinas preferidas, manifestando ainda o gosto pelo trabalho individual. Quando questionado sobre a profissão desejada, o Mário refere gostar de vir a ser Designer de Vídeo Jogos.

A escolha deste aluno deveu-se às suas caraterísticas, enquanto aluno de matemática, pois evidencia participações pertinentes, raciocínio e facilidade na aquisição das aprendizagens em contexto de sala de aula.

Discussão dos resultados

Pela análise da resolução apresentada pelo Mário (ver figura 3), podemos constatar que o aluno teve alguma dificuldade na compreensão e interpretação do enunciado da tarefa 1, bem como em estabelecer a relação deste com as figuras apresentadas:

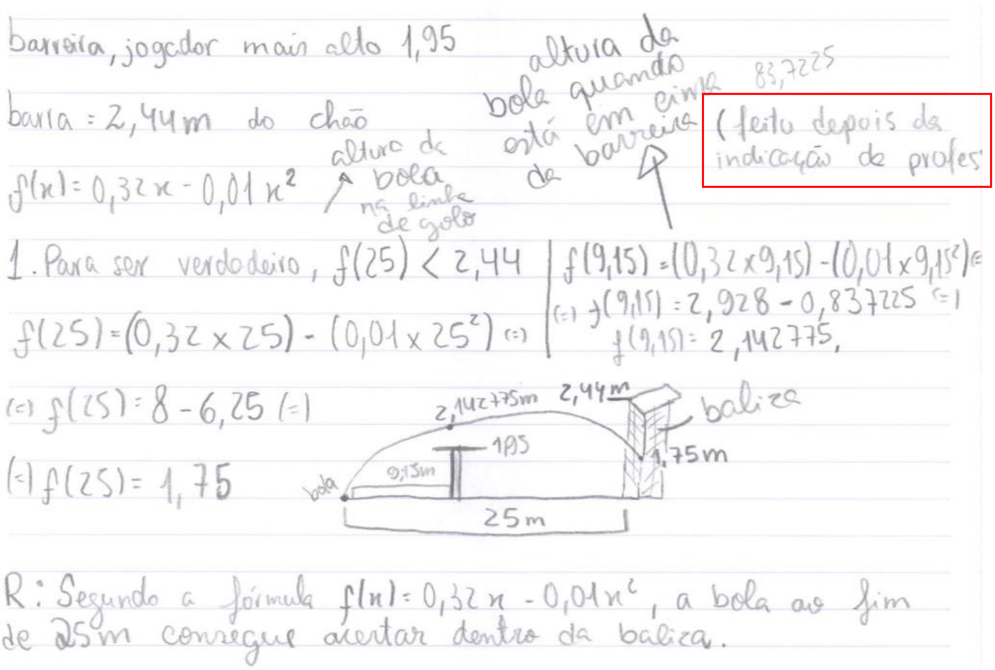
Mário: Isto aqui é a barreira? É os 9.15m?

> Prof.: Não, o que nos estão a dizer, é que a função nos dá a altura da bola a x metros depois ter sido lançada. Não tem a ver com a barreira. Isto é o movimento da bola, a barreira não aparece aqui. (explicação da figura 2)

O aluno considera que a altura assinalada na figura 2, é a barreira de jogadores que é referida no enunciado. O Mário não consegue integrar na sua resolução todos os aspectos do problema, pois limita-se a calcular a altura da bola quando esta passa a linha de golo. Na explicação oral dos cálculos que efetuou afirma não considerar relevante para a resolução do exercício a existência da barreira:

> Mário: Primeiro recolhi os dados do exercício: a distância da bola à baliza era de 25m, da barreira à bola era 9.15m, mas isto para o primeiro [exercício] não interessa muito. Na barreira o jogador mais alto, tem 1.95m e da barra ao chão já na linha de golo são 2.44m. A fórmula para descobrir a trajetória da bola a x número de metros é $0{,}32x - 0{,}01x^2$
>
> Depois fui pelo raciocínio que para isto ser verdadeiro, para saber se foi golo, a trajetória ao fim 25m tem de ser menor do que 2.44m, que é a altura da baliza. E foi o que aconteceu, substitui o f(x) pelo f(25), substitui o x da fórmula por 25, e deu 1.75m, e de facto 1.75 é menor que 2.44 o que indica que é golo, segundo uma trajetória perpendicular à linha de golo.
>
> Prof.: Será que para ser golo, a bola não tem de passar primeiro pela barreira?
>
> Mário: Ups! É verdade.
>
> Prof.: Então o que temos de fazer?
>
> Mário: Também temos de fazer o f(9.15), e isto vai-nos dizer a que altura a bola tem de estar para passar a barreira.

Após a intervenção da professora, o Mário acrescenta na sua resolução o cálculo da altura da bola quando esta passa a barreira e completa o esquema desenhando a barreira.


barreira, jogador mais alto 1,95

barra: 2,44m do chão

$f(x) = 0,32x - 0,01x^2$

altura da bola na linha de golo

altura da bola quando está em cima da barreira

83,7225

(feito depois da indicação da profes)

1. Para ser verdadeiro, $f(25) < 2,44$

$f(25) = (0,32 \times 25) - (0,01 \times 25^2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(25) = 8 - 6,25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(25) = 1,75$

$f(9,15) = (0,32 \times 9,15) - (0,01 \times 9,15^2) \Leftrightarrow$

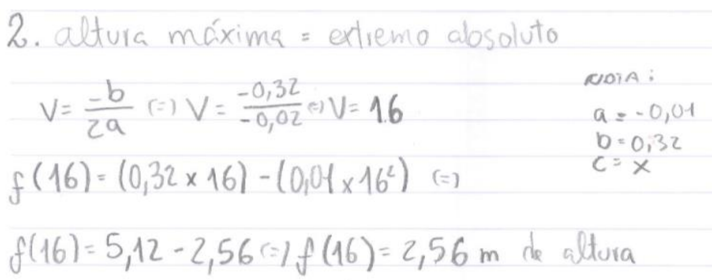
$\Leftrightarrow f(9,15) = 2,928 - 0,837225 \Leftrightarrow$

$f(9,15) = 2,142775$

R: Segundo a fórmula $f(x) = 0,32x - 0,01x^2$, a bola ao fim de 25m consegue acertar dentro da baliza.

Figura 3 Resolução da questão 1 da tarefa 1 apresentada pelo Mário

O Mário nas suas resoluções escritas apenas apresenta cálculos matemáticos, e por vezes nem uma resposta ao problema concretiza. Quanto ao rigor na linguagem matemática, o aluno nem sempre revela preocupação na forma como o utiliza, tal como se verifica na resolução do exercício 2, em que o aluno escreve $\boldsymbol{V = \frac{-b}{2a}}$ em vez de $\boldsymbol{x = \frac{-b}{2a}}$ como seria formalmente correto (ver figura 4).


2. altura máxima = extremo absoluto

$V = \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow V = \frac{-0,32}{-0,02} \Leftrightarrow V = 16$

NOTA:
$a = -0,01$
$b = 0,32$
$c = x$

$f(16) = (0,32 \times 16) - (0,01 \times 16^2) \Leftrightarrow$

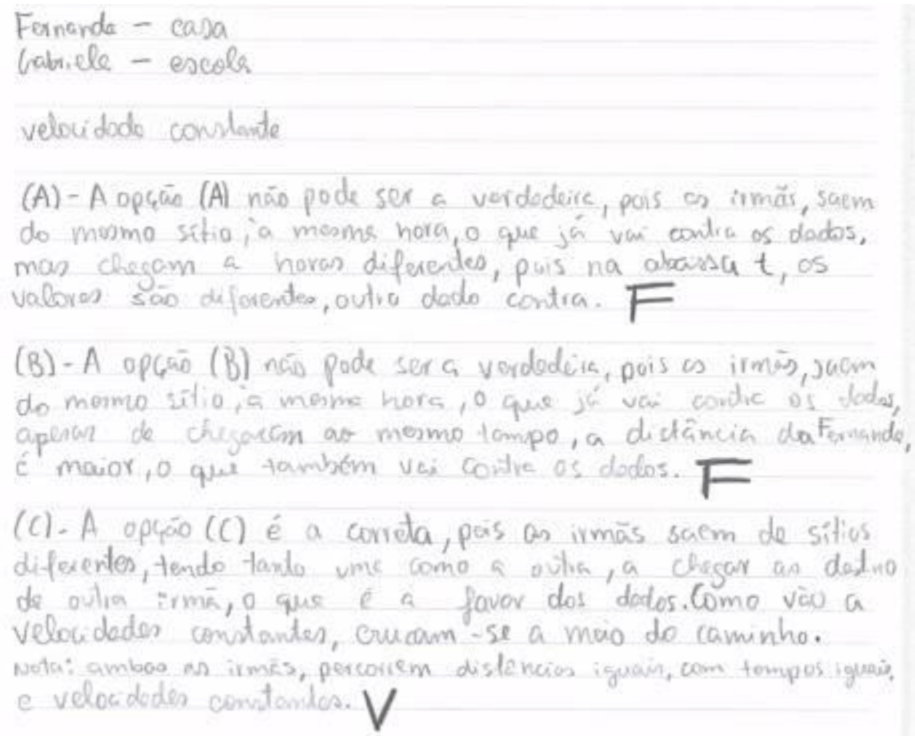
$f(16) = 5,12 - 2,56 \Leftrightarrow f(16) = 2,56$ m de altura

Figura 4 Resolução apresentada pelo Mário na questão 2 da tarefa 1

É ainda possível concluir que o aluno nem sempre utiliza corretamente a linguagem matemática oral, pois onde deveria dizer que o gráfico da função é uma parábola, o Mário afirma que a função é uma parábola. Apesar de o aluno responder corretamente ao que é solicitado na questão, quando lhe é pedido que relacione o vértice com as coordenadas e com a parábola em geral, evidencia alguma dificuldade:

> Mário: Como a função é uma parábola, quando pedem o máximo, querem o extremo absoluto que é o vértice. Por isso, vou pela fórmula do vértice, para saber o x do vértice, que é $V = -\frac{b}{2a}$
>
> Prof.: O que é o vértice?
>
> Mário: É o extremo absoluto.
>
> Prof.: Sim, mas é um ponto. Um ponto, tem quantas coordenadas?
>
> Mário: Duas, e estão aqui. Este é o x [referindo-se ao V] e este é o y.
>
> Prof.: Vê o que escreves-te, $-\frac{b}{2a}$ dá-nos o valor de x e não V. Estás a dizer que o ponto V só tem uma coordenada.
>
> Mário: Então faço x de V ou V(x)?
>
> Prof.: Deves escrever $x = -\frac{b}{2a}$.
>
> Mário: Já percebi, porque assim o V era uma constante.
>
> Prof.: O vértice só é máximo se a concavidade da parábola estiver voltada para...
>
> Mário: Ai stora, isso eu não sei muito bem. Se isto for para baixo é para baixo.

O Mário apresenta a seguinte resolução, na forma escrita, para a tarefa 2:


Fernanda – casa
Gabriele – escola

velocidade constante

(A) - A opção (A) não pode ser a verdadeira, pois os irmãos, saem do mesmo sítio, à mesma hora, o que já vai contra os dados, mas chegam a horas diferentes, pois na abcissa t, os valores são diferentes, outro dado contra. F

(B) - A opção (B) não pode ser a verdadeira, pois os irmãos, saem do mesmo sítio, à mesma hora, o que já vai contra os dados, apesar de chegarem ao mesmo tempo, a distância da Fernanda é maior, o que também vai contra os dados. F

(C) - A opção (C) é a correta, pois os irmãos saem de sítios diferentes, tendo tanto uma como a outra, a chegar ao destino da outra irmã, o que é a favor dos dados. Como vão a velocidades constantes, cruzam-se a meio do caminho.
nota: ambos os irmãos, percorrem distâncias iguais, com tempos iguais, e velocidades constantes. V

Figura 5 Resolução apresentada pelo Mário na tarefa 2

Analisando as justificações apresentadas pelo aluno, podemos concluir que o mesmo teve dificuldade em relacionar a situação descrita no enunciado com os gráficos, como ilustra a argumentação oral efetuada pelo aluno ao ser-lhe pedida uma explicação para a sua resolução:

> O [gráfico] A, não pode ser porque logo na origem tem um erro, porque elas não podem ter saído do mesmo sítio à mesma hora, elas saíram de sítios diferentes casa-escola, não saíram casa-casa nem escola-escola. Na abcissa t elas chegam em horas diferentes, como elas vão a velocidades constantes, elas não podem chegar a horas diferentes, têm de chegar à mesma hora. Por isso, a opção A está errada.
>
> A opção B, também não pode ser porque encontramos o mesmo erro na origem, terem começado no mesmo sítio. Mas é indiferente, agora na abcissa t o resultado é o mesmo mas a distância é diferente. A distância neste caso que é f é diferente, a distância da Fernanda não pode ser maior que a distância da Gabriela, pois ambas vão do sítio A para o sítio B, ou do sítio B para o sítio A, não pode ser o A+B+1 ou A para B-1 não pode ser. O 1 é um número que inventei.
>
> A opção C é a correta, porque elas começam de sítios diferentes, imaginamos que, como isto é a Gabriela, a Gabriela começa da escola, isto é a escola. Esta é a Fernanda, ela começa de casa. Elas vão a velocidade constante e encontram-se, como aqui (gráfico) está-nos a dizer que elas vão à mesma distância, porque daqui aqui é a mesma distância e daqui aqui é o mesmo tempo, por isso elas têm a mesma distância, mesmo tempo, velocidades constantes, tanto que se cruzam a meio do trajeto. (entrevista)

Relativamente à comunicação matemática escrita podemos inferir que o aluno apresenta constrangimentos quanto à interpretação e compreensão do enunciado dos problemas, não conseguindo relacionar todos as informações presentes no enunciado. Podemos ainda concluir que a forma como o aluno expressa as suas ideias ao longo da resolução dos problemas permite identificar aspetos do conhecimento matemático do aluno que carecem ainda de aprofundamento.

A Mónica

A Mónica no 1.º período obteve a classificação de 17 e no 2.º período de 18 valores na disciplina de matemática A e durante o seu percurso escolar nunca reprovou. Nas aulas de matemática, tende a ser bastante participativa e mostra-se sempre interessada. Esta demonstra ser uma aluna trabalhadora dentro e fora da aula, sendo assídua nas aulas de apoio. A Mónica refere a matemática como a disciplina onde sente mais dificuldade, mostrando por isso alguma insegurança sobre os seus conhecimentos matemáticos nas participações em aula. A aluna pretende prosseguir para o ensino superior, afirmando desejar vir a ser educadora de infância ou psicóloga.

A escolha da Mónica deveu-se às suas caraterísticas enquanto aluna de matemática, pois evidencia ser interessada, trabalhadora e com uma boa aquisição das aprendizagens.

Discussão dos resultados

Relativamente à compreensão e interpretação do enunciado da tarefa 1, a Mónica apresentou dificuldade. Podemos ainda identificar constrangimentos em estabelecer a relação deste com as figuras apresentadas, tendo necessitado de ajuda para a interpretação do que era solicitado no enunciado:

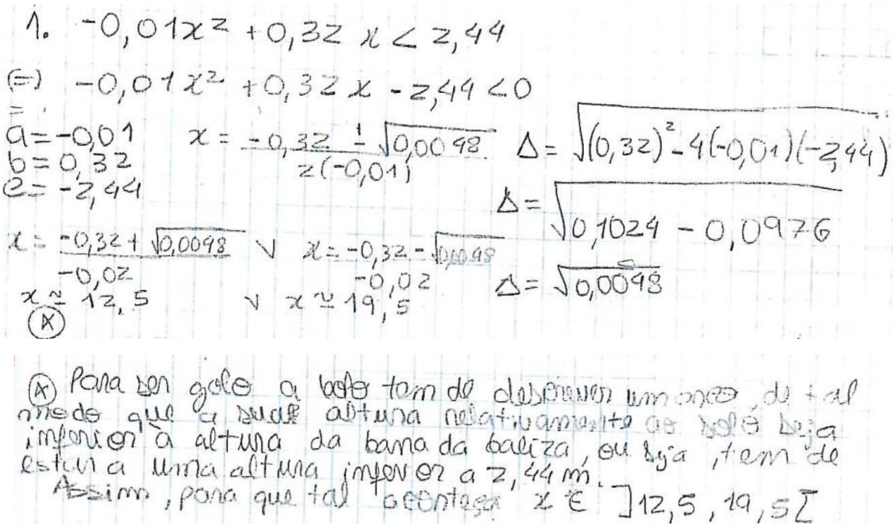
> Tem muito texto, muitos dados e há dados que pois na resolução nem acabamos por utilizar, é super confuso. Eu acho que ainda não percebi bem este exercício, porque acho estúpida esta pergunta: É golo? Justifica a tua resposta. É um bocado parva. Não sei o que é para fazer. Como é que mostro que é golo? Pra mim é golo se a bola entrar na baliza, ou seja, tem de ser menor que a altura da baliza, não tenho de pensar na barreira, não percebo porque é que tenho de pensar na barreira. Acho este complicado. Aqui qual é a altura máxima, é fácil; é aquela parte do vértice, isso é matemática. (entrevista)

A aluna referiu que o excesso de informação no enunciado do problema aumentou o grau de dificuldade na interpretação do mesmo:

> Não gosto muito deste tipo de exercícios, porque não tem contas. É mais concreto, e este não, é preciso um certo raciocínio, temos de chegar lá, perceber a lógica e depois já está, mas é parecido com os que fizemos nos nossos testes. (tarefa 2)

Evidenciou ainda o seu desagrado relativamente à tarefa 2, por não ser necessário efetuar cálculos para a sua resolução, mas sim relacionar e interpretar os dados do problema conjuntamente com as representações gráficas do mesmo.

As dificuldades na interpretação do enunciado por parte da aluna, estão patentes na resolução que apresenta à questão 1 da tarefa 1 (figura 6), onde a aluna não responde ao pretendido.



1. $-0{,}01x^2 + 0{,}32x < 2{,}44$

$\Leftrightarrow -0{,}01x^2 + 0{,}32x - 2{,}44 < 0$

$a = -0{,}01$
$b = 0{,}32$
$c = -2{,}44$

$x = \frac{-0{,}32 \pm \sqrt{0{,}0048}}{2(-0{,}01)}$ $\Delta = \sqrt{(0{,}32)^2 - 4(-0{,}01)(-2{,}44)}$

$\Delta = \sqrt{0{,}1024 - 0{,}0976}$

$x = \frac{-0{,}32 + \sqrt{0{,}0048}}{-0{,}02} \vee x = \frac{-0{,}32 - \sqrt{0{,}0048}}{-0{,}02}$ $\Delta = \sqrt{0{,}0048}$

$x \simeq 12{,}5 \vee x \simeq 19{,}5$

(A)

(A) Para ser golo a bola tem de descrever um arco, de tal modo que a sua altura relativamente ao solo seja inferior à altura da barra da baliza, ou seja, tem de estar a uma altura inferior a 2,44 m.
Assim, para que tal aconteça $x \in]12{,}5 , 19{,}5[$

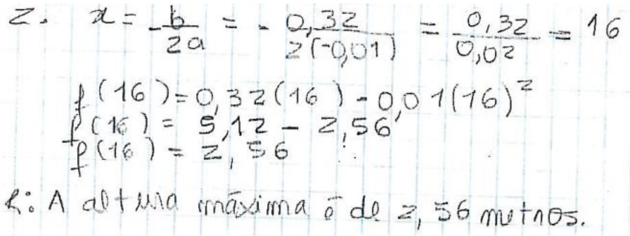
Figura 6 Resolução apresentada pela Mónica na questão 1 da tarefa 1

Apresenta como resposta um intervalo de valores para x, correspondendo este à distância em metros da projeção da bola ao local onde é rematada, quando era espectável que fosse apresentado um valor de y, uma vez que o objectivo é comparar a altura atingida pela bola na linha de golo com a altura da baliza. É ainda possível constatar que o intervalo de valores apresentado pela aluna não é a resposta à inequação de segundo grau. Conclui-se assim que alguns dos conceitos matemáticos envolvidos careçam ainda de aprofundamento.

A Mónica refere sentir dificuldade na utilização da comunicação matemática escrita para a explicação do seu raciocínio, pois não sente segurança na resposta, por sentir que esta nunca se encontra totalmente correta. Por este motivo afirma considerar preferível a utilização do cálculo para a explicação de um raciocínio. Reforça ainda a dificuldade na utilização da linguagem matemática no domínio escrito:

> Não, faço os cálculos e pronto já expliquei. Só quando às vezes aqueles que a stora fez os exercícios das hipóteses daquele texto em que temos de explicar porque é que é aquela hipótese e porque é que não é aquela, até posso explicar bem, mas tenho a certeza que nunca vou ter a cotação máxima, há sempre qualquer coisa que vai falhar, por escrito, a matemática pra mim não é muito bom, complico-me sempre mais. Mas por cálculos não, acho fácil. Mas a escrita na matemática acho difícil. (entrevista)

Quanto ao rigor matemático, na resposta apresentada pela aluna à questão 2 da tarefa 1, podemos inferir a qualidade da mesma (ver figura 7).



2. $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-0,32}{2(-0,01)} = \frac{-0,32}{-0,02} = 16$

$f(16) = 0,32(16) - 0,01(16)^2$

$f(16) = 5,12 - 2,56$

$f(16) = 2,56$

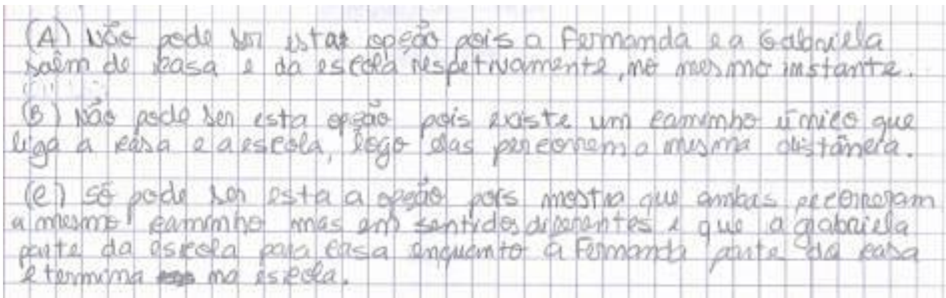
R: A altura máxima é de 2,56 metros.

Figura 7 Resolução apresentada pela Mónica na questão 2 da tarefa 1

No entanto, quando a Mónica é questionada oralmente sobre a sua resolução, constata-se que a aluna não tem consolidado o conceito de vértice, o que vem mostrar a relevância da articulação entre diferentes formas de comunicação (escrita e oral) para uma adequada avaliação do nível de compreensão alcançado pela aluna.

> Prof.: Que fórmula é essa?
>
> Mónica: É da parábola...
>
> Prof.: Porque é que vais usar essa fórmula?
>
> Mónica: Não sei, nunca percebi muito bem porque é assim, sabia que era $-\frac{b}{2a}$ que é para descobrir sempre o x e depois substituir na fórmula para descobrir o y.
>
> Prof.: Esse x e y são as coordenadas de que ponto?
>
> Mónica: São as coordenadas da parábola, do ponto máximo, do extremo
>
> Prof.: Numa parábola que nome damos a esse extremo?
>
> Mónica: O vértice. Ah, sim, exato isto é para descobrir o x do vértice.
>
> Mónica: É um máximo ou um mínimo consoante ela está virada para cima ou para baixo.

Podemos ainda verificar através da comunicação escrita apresentada pela aluna (ver figura 8), que esta tem dificuldade em relacionar a informação do enunciado com os gráficos:



(A) Não pode ser esta opção pois a Fernanda e a Gabriela saem de casa e da escola respetivamente, no mesmo instante.

(B) Não pode ser esta opção pois existe um caminho único que liga a casa e a escola, logo elas percorrem a mesma distância.

(C) Só pode ser esta a opção pois mostra que ambas percorrem o mesmo caminho mas em sentidos diferentes e que a Gabriela parte da escola para casa enquanto a Fernanda parte da casa e termina ~~na~~ na escola.

Figura 8 Argumentação apresentada pela Mónica na tarefa 2

Através dos registos efetuados pela aluna nos gráficos, observamos que a mesma tenta interpretar a situação que é descrita no enunciado com as três representações gráficas. Assim, é possível concluir que a Mónica considera o mesmo ponto do gráfico como sendo simultaneamente instante inicial e final da situação problema apresentada, evidenciando a fragilidade do seu conhecimento matemático de função e de representação gráfica.

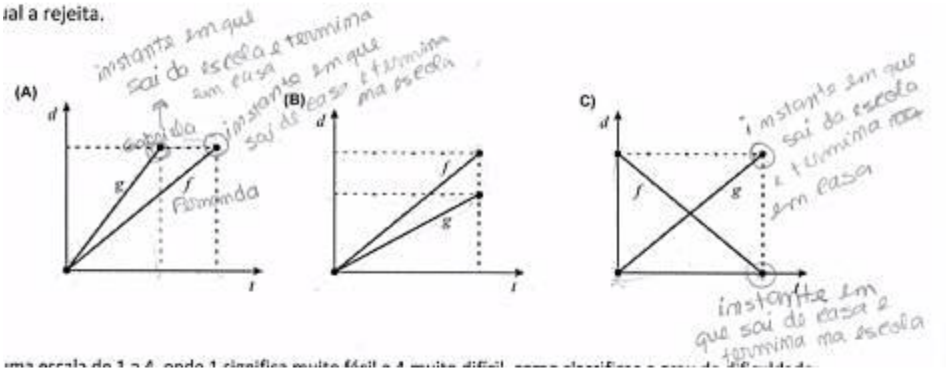


Figura 9 Anotações feitas pela Mónica nos gráficos da tarefa 2

No que diz respeito, à comunicação matemática escrita verificamos que a aluna apresenta constrangimentos quanto à interpretação e compreensão do enunciado, bem como dificuldades quando é confrontada com o que considera ser um excesso de informação no enunciado. A forma como a aluna expressa as suas ideias ao longo da resolução dos problemas permitiu-nos identificar aspetos do conhecimento matemático da aluna que carecem ainda de aprofundamento.

Conclusão

Sendo o objeto da avaliação as aprendizagens é desejável que a avaliação seja um instrumento de regulação das mesmas de forma a orientar o professor nas suas estratégias de transferência de conhecimentos (NCTM, 1991).

Os elementos recolhidos junto destes alunos sugerem que estes sentiram dificuldade na compreensão e interpretação dos enunciados, tendo sido necessário reformulá-los, recorrendo a outras palavras que não as iniciais, de forma a que os alunos conseguissem resolver o(s) problema(s). Assim, tal como identificado por Ponte et al. (2007), verifica-se a importância de estabelecer uma linguagem matemática entre professor e aluno, para que este se familiarize com a comunicação matemática.

A extensão de informação no enunciado, foi apresentada como causa do aumento da dificuldade sentida para a resolução das tarefas que lhes foram propostas, bem como a dificuldade em relacionar o enunciado com as figuras que constavam deste.

Relativamente à avaliação das aprendizagens conclui-se que os alunos apresentam, de uma forma geral, dificuldade na interpretação do enunciado, bem como na compreensão das figuras presentes no mesmo; dificuldade em relacionar a situação descrita pelo gráfico; dificuldade na utilização da linguagem matemática durante o processo de argumentação e dificuldade na elaboração e explicação do seu raciocínio. Constata-se que as aprendizagens relativas ao estudo da função através do gráfico necessitam de ser consolidadas. A aplicação destas tarefas permitiu assim identificar o papel da comunicação matemática em contexto de resolução de problemas, tendo em vista o processo de avaliação das aprendizagens.

O facto de os alunos não concretizarem com sucesso a primeira etapa da resolução de problemas apresentada por Pólya (1995), torna-se uma condicionante nas etapas seguintes, transformando-se num obstáculo para a concretização correta do que é pretendido.

Parece-nos pois que a análise aqui apresentada permite identificar alguns aspetos do contributo que a comunicação matemática pode trazer à avaliação das aprendizagens e à subsequente (re)orientação do processo de ensino. Esperamos, assim que este possa ser um contributo para estimular a reflexão dos professores em torno desta temática.

Referências bibliográficas

Abrantes, P. (1988). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, 8, 7-10 e 35.

Boavida, A. (1993). *Resolução de Problemas em Educação Matemática – contributos para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores.* Dissertação de mestrado. Universidade Nova de Lisboa.

Boavida, A., et al. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: programa de formação contínua em Matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico.* Lisboa: ME-DGIDC.

Menino, H. & Santos, L. (2004). Instrumentos de avaliação das aprendizagens em matemática. O uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portefólio no 2.º ciclo do ensino básico. In *Atas do XV Seminário de Investigação em Educação Matemática,* (pp. 271-291). Lisboa: APM.

Ministério da Educação (2001). *Matemática: programa de Matemática A - 10º ano*. Lisboa: Editorial do ME.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIC.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática Escolar.* Lisboa: APM.

NCTM (1999). *Normas para a avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* Lisboa: APM.

Pólya, G. (1995). *A arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência.

Ponte, J., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J., Veia, L., & Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 39-74.

Santos, L. (2005). A avaliação das aprendizagens em Matemática: Um olhar sobre o seu percurso. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 169-187). Lisboa: APM.

Tinoco, M. (2011). *A avaliação das Aprendizagens dos Alunos na Disciplina de Educação Visual Tecnológica – Um Estudo Exploratório.* Tese de Mestrado. Braga: Instituto de Educação da Universidade do Minho.