



**UNIC**

**Centro de Investigação em  
Estruturas e Construção da UNL**

**MODELAÇÃO NUMÉRICA DE PILARES  
MODELOS DOS MATERIAIS E MODELAÇÃO DOS PILARES  
REFORÇADOS COM FRP**

**Carlos Chastre Rodrigues**

Publicação UNIC – DTC5 - Abril de 2005



# Índice

<b>Lista de figuras</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de tabelas</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de símbolos</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Comportamento e Modelação Numérica de Pilares</b>	<b>3</b>
2.1 Modelos dos Materiais . . . . .	3
2.1.1 Aço . . . . .	3
2.1.2 Compósitos de FRP . . . . .	16
2.1.3 Betão . . . . .	17
2.1.4 Confinamento do betão por armaduras transversais . . . . .	26
2.1.5 Confinamento do betão com FRP . . . . .	36
2.2 Modelação dos Pilares . . . . .	46
2.2.1 Introdução . . . . .	46
2.2.2 Método da rótula plástica . . . . .	46
2.2.3 Reforço por adição de coletes de materiais compósitos . . . . .	48
2.3 Modelo de Avaliação de Desempenho . . . . .	50
2.3.1 Introdução . . . . .	50
2.3.2 Determinação dos parâmetros de cálculo . . . . .	52
<b>3 Modelação Numérica de Pilares Reforçados com FRP</b>	<b>57</b>
3.1 Reforço de Colunas de Secção Circular à Compressão Axial . . . . .	57
3.1.1 Modelo proposto para acções monotónicas . . . . .	57
3.1.2 Extensão lateral, $\varepsilon_l$ . . . . .	65
3.1.3 Modelo proposto vs resultados experimentais vs outros autores . . . . .	68
3.1.4 Modelo proposto para acções cíclicas . . . . .	70
3.2 Reforço de Pilares de Secção Circular à Flexão Composta . . . . .	73
3.2.1 Modelo numérico desenvolvido . . . . .	73
3.2.2 Modelos dos materiais . . . . .	74
3.2.3 Critério de rotura . . . . .	75
3.2.4 Resultados do modelo numérico vs resultados experimentais . . . . .	78

3.2.5	Comparação dos resultados obtidos com o modelo numérico .	90
3.2.6	Apreciação global . . . . .	96
<b>Referências Bibliográficas</b>		<b>99</b>

# Lista de Figuras

2.1	Diagramas tensão-deformação de aços de diversas classes . . . . .	4
2.2	Diagramas tensão-deformação dos varões de aço para betão armado de dureza natural (A) e endurecidos a frio (B) . . . . .	4
2.3	Modelos elasto-plástico (A), bilinear (B) e trilinear (C) . . . . .	5
2.4	Diagrama tensão-deformação do aço de acordo com os modelos de Park-Paulay ou de Mander, Priestley e Park . . . . .	6
2.5	Modelo de Esmaeily-Gh e Xiao . . . . .	7
2.6	Principais características das relações constitutivas de um modelo hysterético dos varões de aço . . . . .	8
2.7	Modelos elasto-plástico e bilinear . . . . .	9
2.8	Modelo multilinear . . . . .	10
2.9	Modelo de Giuffrè, Menegotto e Pinto . . . . .	11
2.10	Modelo de Gomes . . . . .	12
2.11	Modelo de Mander . . . . .	13
2.12	Diagrama tensão-deformação para diferentes tipos de compósitos unidireccionais de FRP . . . . .	16
2.13	Lei tensão-deformação do betão em compressão axial . . . . .	17
2.14	Diagramas tensão-deformação do betão em cilindros submetidos a compressão axial . . . . .	18
2.15	Critério Mohr-Coulomb, estados de tensão na rotura . . . . .	19
2.16	Critério Mohr-Coulomb, ensaio de compressão simples . . . . .	20
2.17	Betão simples. Modelo de Kent e Park (1971) . . . . .	21
2.18	Betão simples. Model Code 90 . . . . .	22
2.19	Betão simples. Modelo do Eurocódigo 2 (2002) . . . . .	23
2.20	Diagrama tensão-deformação para betão simples sob acções cíclicas . . . . .	24
2.21	Diagrama tensão-deformação idealizado para o betão submetido a compressão e tracção uniaxial cíclica . . . . .	25
2.22	Diagramas tensão-deformação do betão submetido a diversos tipos de confinamento . . . . .	26
2.23	Diagrama tensão-extensão para betão confinado com armaduras . . . . .	27
2.24	Núcleo de betão efectivamente confinado . . . . .	28
2.25	Diagrama tensão-deformação do betão confinado de acordo com o Model Code 90 . . . . .	30
2.26	Modelo de Razvi . . . . .	30

2.27	Diagrama tensão-deformação idealizado para o betão submetido a compressão e tracção uniaxial cíclica por Park, Kent e Sampson -1972	32
2.28	Diagramas tensão-deformação do modelo de Mander, Priestley e Park	33
2.29	Modelo de Esmaeily-Gh - Xiao, 2002 . . . . .	35
2.30	Influência da secção no desempenho dos pilares confinados com FRP	36
2.31	Tensão lateral de confinamento em secções circulares . . . . .	37
2.32	Modelo bilinear proposto por Samaan et al. . . . .	38
2.33	Modelo de Hosotani e Kawashima . . . . .	39
2.34	Modelo de Toutanji . . . . .	41
2.35	Procedimento de cálculo para determinação da tensão e da extensão axial de rotura no Modelo de Spoelstra e Monti,1999 . . . . .	42
2.36	Comportamento do betão confinado com FRP e respectiva comparação com o aço de acordo com o modelo de Spoelstra e Monti, 1999 . . . .	44
2.37	Comparação entre os resultados experimentais realizados com cargas cíclicas e a modelação numérica . . . . .	45
2.38	Índices RDI, $\xi_{eq}$ e $K_{eff}$ de ciclos histeréticos simétricos . . . . .	55
2.39	Índices RDI, $\xi_{eq}$ e $K_{eff}$ de ciclos histeréticos não simétricos . . . . .	56
3.1	Modelo proposto para acções monotónicas . . . . .	57
3.2	Parâmetro $E_2$ - calibração experimental com modelos de 250 e 400 mm de betão armado reforçados com CFRP ou GFRP . . . . .	59
3.3	Parâmetro $E_2$ - calibração experimental com modelos de 250 e 400 mm de betão simples ou armado reforçados com CFRP ou GFRP . . . . .	60
3.4	Relação entre $f_{cc}$ , $f_D$ e $f_l$ . Colunas de betão armado com 150, 250 e 400 mm, reforçadas com CFRP ou GFRP . . . . .	62
3.5	Relação entre $f_{cc}$ , $f_D$ e $f_l$ . Colunas de betão simples com 150, 250 e 400 mm, reforçadas com CFRP ou GFRP . . . . .	63
3.6	Relação entre $f_{cc}$ , $f_D$ e $f_l$ . Colunas de betão simples ou armado com D entre 150 e 400 mm, reforçadas com CFRP ou GFRP . . . . .	64
3.7	Esquema da forma de rotura dos modelos sujeitos a compressão axial	65
3.8	Parâmetro $E_{2\ell}$ - calibração experimental com modelos de 150, 250 e 400 mm de betão simples ou armado reforçados com CFRP ou GFRP	67
3.9	Comparação dos diagramas tensão-deformação obtidos pelo modelo proposto com os correspondentes modelos experimentais . . . . .	68
3.10	Comparação do modelo proposto com os modelos apresentados por outros autores . . . . .	69
3.11	Modelo proposto para acções cíclicas . . . . .	70
3.12	Diagramas tensão-deformação cíclica das colunas C40 e C41 e respectiva simulação do último ciclo obtida com o modelo proposto .	72
3.13	Diagramas tensão-deformação adoptados na zona comprimida da secção	76
3.14	Diagrama tensão-deformação adoptado para o aço . . . . .	77
3.15	Diagramas força-deslocamento dos modelos N1, N2 e N3. Comparação do modelo N1 com o pilar P1 . . . . .	79

3.16	Diagramas força-deslocamento dos modelos N5, N6 e N7. Comparação com os ensaios experimentais . . . . .	80
3.17	Diagramas força-deslocamento dos modelos N10. Comparação com o pilar P10 . . . . .	81
3.18	Diagramas momento-curvatura do modelo N10 reforçado com 4 CFRP. Comparação com o ensaio experimental . . . . .	81
3.19	Diagramas momento-curvatura dos modelos N1, N2 e N3. Comparação entre o modelo N1 e o pilar P1 . . . . .	82
3.20	Diagramas momento-curvatura dos modelos reforçados com 2 CFRP, N7, N5 e com 4 CFRP, N6. Comparação com os ensaios experimentais	83
3.21	Diagramas da deformação da secção na cedência, na força máxima e na rotura dos modelos N1, N2 e N3 . . . . .	84
3.22	Diagramas da deformação da secção na cedência, na força máxima e na rotura dos modelos N5 e N7 . . . . .	85
3.23	Diagramas da deformação da secção na cedência, na força máxima e na rotura dos modelos N6 e N10 . . . . .	86
3.24	Tensões de compressão no betão na cedência das armaduras, na força máxima e na rotura dos modelos N1, N2 e N3 . . . . .	87
3.25	Tensões de compressão no betão na cedência das armaduras, na força máxima e na rotura dos modelos N5 e N7 . . . . .	88
3.26	Tensões de compressão no betão na cedência das armaduras, na força máxima e na rotura dos modelos N6 e N10 . . . . .	89
3.27	Comparação dos diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos N1, N2 e N3 . . . . .	91
3.28	Comparação dos diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos N1 e N2 com N7 e N5 reforçados com 2CFRP . . . . .	92
3.29	Comparação dos diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos N1 e N3 com N6 e N10 reforçados com 4CFRP . . . . .	93
3.30	Comparação dos diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos reforçados com 2 CFRP, N7 e N5 com N6 e N10(4 CFRP)	94
3.31	Diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos N1 a N10 . . . . .	95



# Lista de Tabelas

2.1	Avaliação dos danos em pilares de betão armado . . . . .	51
2.2	Avaliação do desempenho de pilares de betão armado . . . . .	51
2.3	Parâmetros de cálculo do desempenho dos pilares . . . . .	52
3.1	Resumo dos resultados dos ensaios experimentais dos modelos P1, P3R, P7, P5, P6 e P10 . . . . .	96
3.2	Resumo dos resultados obtidos com o modelo numérico . . . . .	97
3.3	Diferenças entre os resultados obtidos experimental e numericamente	97



# Lista de Símbolos

## Siglas

ACI	- American Concrete Institute
CFRP	- polímeros (ou compósitos) reforçados com fibras de carbono (do inglês Carbon Fiber Reinforced Polymers)
ECCS	- European Convention for Constructional Steelwork
ELSA	- European Laboratory of Structural Analysis
EMPA	- Swiss Federal Laboratories for Materials Testing and Research
FEMA	- Agência Federal de Gestão de Emergências (do inglês Federal Emergency Management Agency)
FEUP	- Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
FIB	- Fédération Internationale du Béton
FRP	- família dos polímeros (ou compósitos) reforçados com fibras contínuas (do inglês Fiber Reinforced Polymers)
GFRP	- polímeros (ou compósitos) reforçados com fibras de vidro (do inglês Glass Fiber Reinforced Polymers)
IST	- Instituto Superior Técnico
INEGI	- Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
JSCE	- Japan Society of Civil Engineers
LNEC	- Laboratório Nacional de Engenharia Civil
LVDT	- transdutor de deslocamentos (do inglês Linear Voltage Displacement Transformer)
NCHRP	- National Cooperative Highway Research Program
REBAP	- Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado
RSA	- Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes
SIA	- Société Suisse de Ingénieurs et des Architectes
UC	- Universidade de Coimbra
UNL	- Universidade Nova de Lisboa
UM	- Universidade do Minho

## Notações Escalares Latinas

$A_c$	- área da secção de betão
$A_{conf}$	- área da secção transversal do sistema de confinamento
$A_e$	- área da secção de betão efectivamente confinado
$A_f$	- área da secção transversal do FRP
$A_g$	- área total da secção de betão
$A_s$	- área da armadura ordinária
$A_{sl}$	- área total de armaduras longitudinais
$A_{sw}$	- área da armadura transversal
$B$	- largura da secção de betão
$D$	- diâmetro ou largura da secção de betão
$E$	- módulo de elasticidade
$E_c$	- módulo de elasticidade tangente do betão
$E_{cm}$	- valor médio do módulo de elasticidade do betão
$E_f$	- módulo de elasticidade à tracção do FRP
$E_{fib}$	- módulo de elasticidade à tracção das fibras
$E_{fm}$	- valor médio do módulo de elasticidade do FRP
$E_j$	- módulo de elasticidade à tracção do colete de FRP
$E_m$	- módulo de elasticidade à tracção da matriz
$E_r$	- módulo de elasticidade à tracção da resina
$E_s$	- módulo de elasticidade do aço
$E_{sec}$	- módulo de elasticidade secante do betão
$F$	- força horizontal
$F_m$	- valor médio da força
$F_y$	- força horizontal na cedência
$K_0$	- rigidez inicial
$K_e$	- coeficiente de eficácia do confinamento
$K_{eff}$	- rigidez efectiva
$L$	- altura total do pilar
$L_t$	- altura total do pilar incluindo troço da rótula plástica que entra na fundação
$M$	- momento
$M_u$	- momento na secção crítica
$M_y$	- momento de cedência
$M_n$	- momento nominal de cedência
$N$	- esforço normal
$RDI$	- índice de deformação residual
$V_{conf}$	- volume do sistema de confinamento
$V_{fib}$	- fracção volumétrica de fibras
$V_r$	- fracção volumétrica da matriz
$V_o$	- volume do núcleo de betão confinado
$W_{acum}$	- energia dissipada acumulada por ciclo
$W_d$	- energia dissipada em cada ciclo ou amortecimento hysterético
$W_s$	- energia de deformação elástica

$c$	- coesão
$d$	- diâmetro do núcleo de betão confinado, medido em relação à linha média do sistema de confinamento
$d_0$	- deslocamento de referência
$d_{be}$	- diâmetro da armadura longitudinal
$d_s$	- diâmetro do núcleo de betão confinado, medido em relação ao eixo das armaduras transversais
$f_c$	- tensão de compressão do betão
$f_{cc}$	- tensão máxima de compressão do betão confinado
$f_{cd}$	- valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
$f_{conf}$	- tensão de tracção do sistema de confinamento
$f_{c,cub}$	- tensão de rotura à compressão do betão em provetes cúbicos
$f_{ck}$	- tensão característica de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
$f_{cm}$	- valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
$f_{cm,cub}$	- valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cúbicos
$f_{cm,t}$	- valor médio da tensão de rotura à compressão do betão aos t dias
$f_{ct,fl}$	- valor médio da tensão de rotura à tracção por flexão do betão
$f_{ctk}$	- valor característico da tensão de rotura à tracção do betão
$f_{ctm}$	- valor médio da tensão de rotura à tracção do betão
$f_{e0}$	- tensão máxima de compressão do betão não confinado
$f_f, f_{fu}$	- tensão de rotura à tracção do FRP
$f_{fib}$	- tensão de rotura à tracção das fibras
$f_{fm}$	- valor médio da tensão de rotura do FRP
$f_{fu}$	- tensão de rotura à tracção do FRP
$f_j$	- tensão de tracção do colete de FRP
$f_l$	- tensão lateral de confinamento
$f_{l,ef}$	- tensão lateral efectiva de confinamento
$f_{l,eq}$	- tensão lateral equivalente de confinamento
$f_m$	- tensão de rotura à tracção da matriz
$f_{pc}$	- tensão de rotura à compressão do betão polimérico
$f_{pct}$	- tensão de rotura à tracção do betão polimérico
$f_{pctm}$	- valor médio da tensão de rotura à tracção do betão polimérico
$f_r$	- tensão de rotura à tracção da resina
$f_{su}$	- tensão de rotura do aço
$f_{sum}$	- valor médio da tensão de rotura do aço
$f_{sy}$	- tensão de cedência do aço
$f_{syd}$	- valor de cálculo da tensão de cedência do aço
$f_{sym}$	- valor médio da tensão de cedência do aço
$f_t$	- tensão máxima no aço
$f_y$	- tensão de cedência do aço
$f_{0,2m}$	- valor médio da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2%

$h$	- altura da coluna
$k_e$	- coeficiente de eficácia do confinamento
$l_p$	- comprimento da rótula plástica
$n_K$	- rigidez efectiva normalizada
$n_{sl}$	- número de varões longitudinais
$s$	- espaçamento das armaduras transversais
$s'$	- espaçamento livre das armaduras transversais
$t$	- espessura, tempo
$t_{fib}$	- espessura das fibras (manta, tecido, etc.)
$t_{FRP}$	- espessura do FRP
$t_j$	- espessura do colete de FRP

## Notações Escalares Gregas

$\alpha$	- coeficiente de eficácia do confinamento
$\gamma$	- peso volúmico do betão
$\gamma_c$	- coeficiente de segurança do betão
$\gamma_s$	- coeficiente de segurança do aço
$\delta$	- deslocamento, deslocamento horizontal
$\delta_f$	- deslocamento do FRP
$\delta_R$	- deslocamento da resina
$\delta_r$	- deformação lateral permanente
$\delta_t$	- deslocamento total
$\delta'_y$	- deslocamento no início da cedência
$\varepsilon$	- extensão
$\varepsilon_{AN}$	- extensão no aço, lado Norte
$\varepsilon_{AS}$	- extensão no aço, lado Sul
$\varepsilon_{BN}$	- extensão no betão, lado Norte
$\varepsilon_{BS}$	- extensão no betão, lado Sul
$\varepsilon_c$	- extensão axial de compressão do betão
$\varepsilon_{cc}$	- extensão axial do betão correspondente à tensão máxima de compressão do betão confinado ( $f_{cc}$ )
$\varepsilon_{c0}, \varepsilon_{c1}$	- extensão axial do betão correspondente à tensão máxima de compressão do betão não confinado $f_{c0}, f_{cm}$
$\varepsilon_{fm}$	- valor médio da extensão de rotura à tracção do FRP
$\varepsilon_{fu}$	- extensão de rotura à tracção do FRP
$\varepsilon_j$	- extensão de tracção do colete de FRP
$\varepsilon_l$	- extensão lateral de confinamento
$\varepsilon_{mx}$	- extensão máxima
$\varepsilon_{md}$	- extensão média

$\varepsilon_{pc}$	- extensão de rotura do betão polimérico
$\varepsilon_r$	- extensão de rotura da resina
$\varepsilon_{rm}$	- valor médio da extensão de rotura da resina
$\varepsilon_{sh}$	- extensão de endurecimento do aço
$\varepsilon_{sr}$	- extensão do aço na rotura
$\varepsilon_{srm}$	- valor médio da extensão do aço na rotura
$\varepsilon_{su}$	- extensão total no aço para a força máxima
$\varepsilon_v$	- extensão volumétrica
$\varepsilon_y$	- extensão de cedência no aço
$\theta$	- ângulo entre a orientação principal das fibras e o eixo longitudinal do elemento estrutural
$\theta_p$	- rotação plástica
$\mu_\varphi$	- coeficiente de ductilidade em curvatura
$\mu_\Delta$	- coeficiente de ductilidade em deslocamento
$\mu_{d,rot}$	- deslocamento normalizado na rotura
$\mu_{d,Fmax}$	- deslocamento normalizado para a força máxima
$\mu_{F,rot}$	- força normalizada na rotura
$\mu_{F,max}$	- força normalizada para a força máxima
$\nu$	- esforço normal reduzido
$\xi_{eq}$	- taxa de amortecimento viscoso equivalente
$\rho_{conf}$	- relação volumétrica do confinamento
$\rho_f$	- relação volumétrica do FRP de confinamento
$\rho_{sc}$	- percentagem de armaduras longitudinais em relação à área da secção de betão confinado
$\rho_s$	- percentagem de armaduras longitudinais em relação à área total da secção de betão
$\rho_{sw}$	- relação volumétrica de armaduras transversais
$\sigma$	- tensão
$\sigma_c$	- tensão de compressão no betão
$\sigma_l$	- tensão lateral efectiva (de confinamento)
$\sigma_s$	- tensão de tracção na armadura
$\tau$	- tensão de aderência
$\phi$	- ângulo de atrito interno do material
$\emptyset$	- diâmetro da armadura
$\varphi$	- curvatura
$\varphi_{lp}$	- curvatura no topo da rótula plástica
$\varphi_u$	- curvatura na secção crítica
$\varphi_y$	- curvatura de cedência
$\omega_j$	- percentagem mecânica volumétrica do colete de FRP
$\omega_w$	- percentagem mecânica volumétrica de armaduras transversais



# Capítulo 1

## Introdução

No presente relatório apresentam-se alguns modelos que caracterizam o comportamento individual dos materiais aço, betão e compósitos de FRP e a respectiva resposta monotónica ou histerética. Descrevem-se, de forma breve, vários modelos numéricos ou empíricos, baseados em ensaios experimentais de pilares de betão confinado com armaduras e/ou com compósitos de FRP. Referem-se alguns índices que permitem avaliar o desempenho de pilares quando sujeitos a acções cíclicas e apresenta-se, em pormenor, um modelo de avaliação de desempenho do comportamento dos pilares.

Apresenta-se posteriormente o modelo de comportamento proposto para colunas de secção circular reforçadas com compósitos de FRP e sujeitas a compressão axial monotónica ou cíclica. Com o objectivo de aferir o modelo faz-se, complementarmente, a comparação dos resultados experimentais com os resultados obtidos da implementação do modelo, quer para acções monotónicas, quer para acções cíclicas.

Por fim, apresenta-se o modelo numérico desenvolvido para simulação do comportamento de pilares de secção circular reforçados à flexão composta e comparam-se os resultados obtidos com os resultados experimentais.



# Capítulo 2

## Comportamento e Modelação Numérica de Pilares

### 2.1 Modelos dos Materiais

Durante a ocorrência de um sismo os diversos elementos de uma estrutura de betão armado ficam sujeitos a ciclos de deformações repetidas e alternadas a que se convencionou designar por ciclos histeréticos porque o comportamento do material inclui dissipação energética por histerese.

Têm sido propostos diversos modelos de relações constitutivas para os materiais constituintes do betão armado, quer em resposta monotónica, quer em resposta histerética. Em geral, o modelo monotónico para a resposta de cada material corresponde à curva envolvente do modelo histerético.

#### 2.1.1 Aço

##### i) Modelos analíticos do comportamento monotónico dos varões de aço

O comportamento dos varões de aço para betão armado depende do seu processo de fabrico. O diagrama tensão-deformação obtido dos ensaios de tracção pode ter ou não patamar de cedência. Na figura 2.1 apresenta-se o andamento dos diagramas tensão-deformação de aços de diversas classes. O andamento do diagrama corresponde ao apresentado na Figura 2.2-A se estivermos em presença de um aço laminado a quente (dureza natural), ou ao apresentado na Figura 2.2-B caso se trate de um aço endurecido a frio.

É normalmente assumido que os diagramas tensão-deformação do aço são idênticos em tracção e compressão, o que se tem verificado razoavelmente correcto através de ensaios experimentais [8].

Apresentam-se, em seguida, alguns modelos propostos para simular o comportamento monotónico dos varões de aço para betão armado:

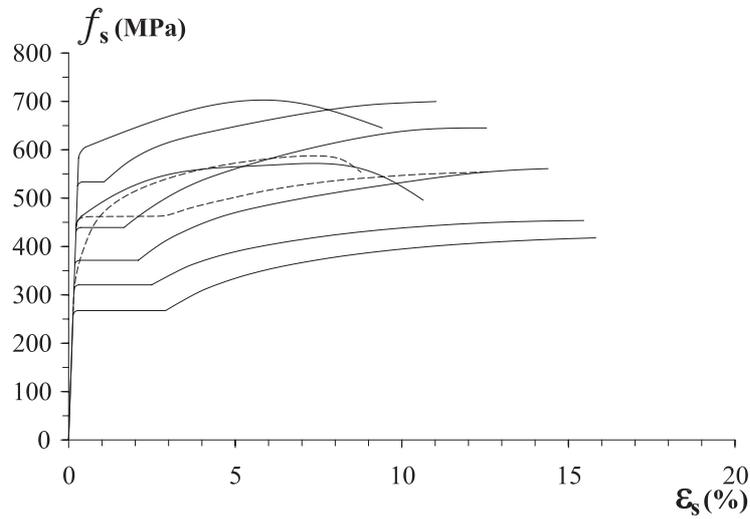


Figura 2.1: Diagramas tensão-deformação de aços de diversas classes

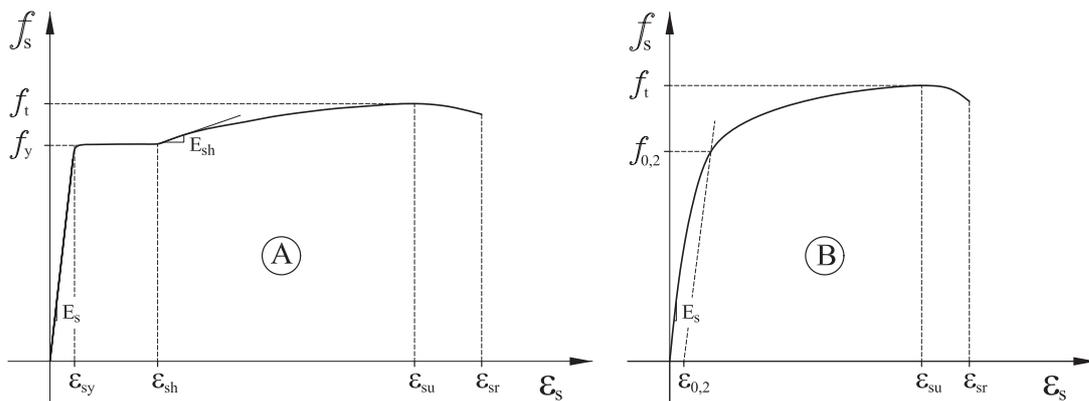


Figura 2.2: Diagramas tensão-deformação dos varões de aço para betão armado de dureza natural (A) e endurecidos a frio (B)

### Modelos elasto-plástico, bilinear e trilinear

O modelo elasto-plástico, Figura 2.3-A, é constituído por dois troços rectos. No primeiro considera-se um declive correspondente ao módulo de elasticidade do aço e no segundo admite-se que não há endurecimento, pelo que o declive é nulo.

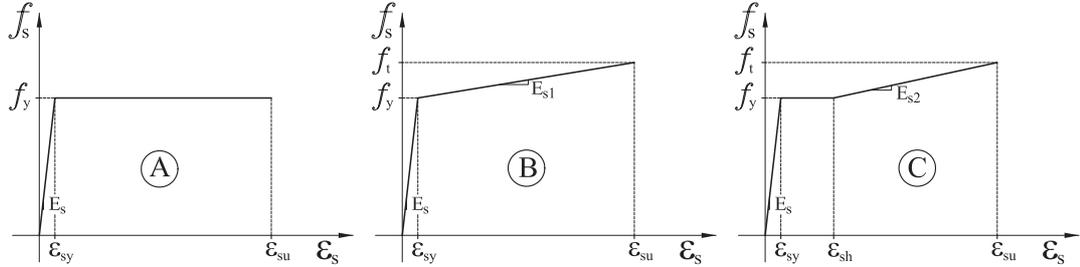


Figura 2.3: Modelos elasto-plástico (A), bilinear (B) e trilinear (C)

O modelo bilinear, Figura 2.3-B, é semelhante ao modelo elasto-plástico, mas com endurecimento após a cedência. O modelo trilinear, Figura 2.3-C, é constituído por três troços rectos. O primeiro tem o declive do módulo de elasticidade, o segundo corresponde ao patamar de cedência entre a extensão de cedência ( $\varepsilon_y$ ) e a extensão de endurecimento ( $\varepsilon_{sh}$ ) e o terceiro troço corresponde ao endurecimento entre a tensão de cedência ( $f_y$ ) e a tensão máxima ( $f_t$ ) verificada entre ( $\varepsilon_{sh}$ ) e a extensão total na força máxima ( $\varepsilon_{su}$ ).

### Modelo de Park-Paulay (1975)

O modelo proposto por Park e Paulay em 1975 [35], Figura 2.4, é definido pelas seguintes expressões:

Ramo elástico (região AB)

$$f_s = E_s \times \varepsilon_s \quad (2.1)$$

Patamar de cedência (região BC)

$$f_s = f_y \quad (2.2)$$

Ramo de endurecimento (região CD)

$$f_s = f_y \left[ \frac{m(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2}{60(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right] \quad (2.3)$$

com:

$$m = \frac{f_t}{f_y} (30r + 1)^2 - 60r - 1 \quad (2.4)$$

e

$$r = (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}) \quad (2.5)$$

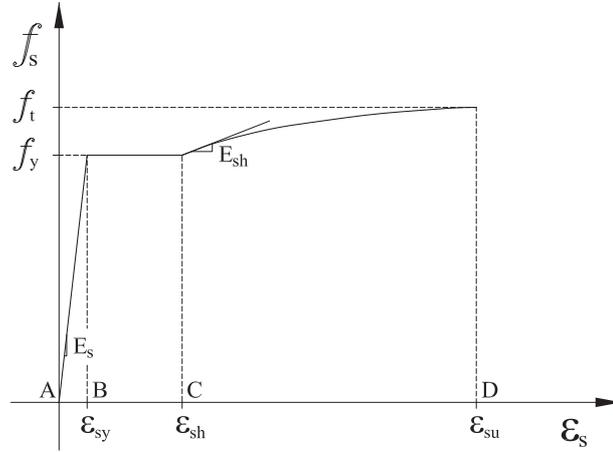


Figura 2.4: Diagrama tensão-deformação do aço de acordo com os modelos de Park-Paulay ou de Mander, Priestley e Park

#### Modelo de Mander, Priestley e Park (1984)

Neste modelo [26] o ramo elástico e o patamar de cedência são semelhantes ao modelo de Park-Paulay, sendo o ramo de endurecimento definido pelas seguintes expressões:

$$f_s = f_t - (f_t - f_y) \left( \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^p \quad (2.6)$$

com:

$$p = E_{sh} \left( \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}{f_t - f_y} \right) \quad (2.7)$$

#### Modelo de Esmaily-Gh e Xiao (2002)

Esmaily-Gh e Yan Xiao [13] desenvolveram um modelo, Figura 2.5, que se adapta relativamente bem na simulação de diferentes tipos de aço. Neste modelo são utilizados os parâmetros,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  e  $k_4$  definidos por:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_{sh}}{\varepsilon_y}; \quad k_2 = \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_y}; \quad k_3 = \frac{\varepsilon_{sr}}{\varepsilon_y}; \quad k_4 = \frac{f_t}{f_y} \quad (2.8)$$

e o andamento do modelo é definido pelas seguintes expressões:

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_y \quad \Rightarrow \quad f_s = E_s \times \varepsilon_s \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_y \leq \varepsilon < k_1 \varepsilon_y \quad \Rightarrow \quad f_s = f_y \quad (2.10)$$

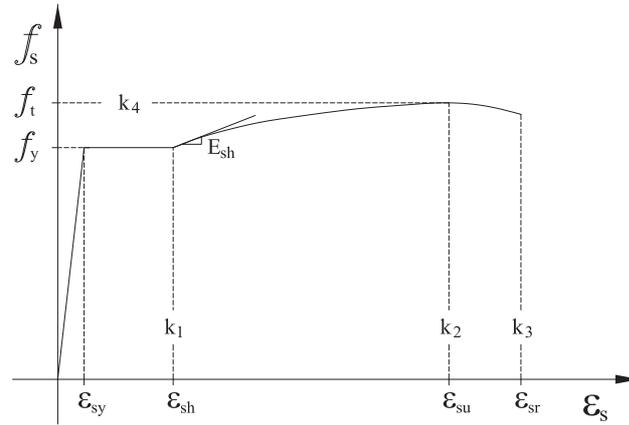


Figura 2.5: Modelo de Esmaily-Gh e Xiao

$$k_1 \varepsilon_y \leq \varepsilon < k_3 \varepsilon_y \quad \Rightarrow$$

$$f_s = \frac{E_s(1 - k_4)(\varepsilon^2 + 2k_2(k_4 - 1)E_s|\varepsilon| + E_s\varepsilon_y + k_1^2k_4 - 2k_1k_2k_4 + k_2^2)\varepsilon}{\varepsilon_y|\varepsilon|(k_1^2 - 2k_1k_2 + k_2^2)} \quad (2.11)$$

e

$$\varepsilon > k_3 \varepsilon_y \quad \Rightarrow \quad f_s = 0 \quad (2.12)$$

## ii) Modelos analíticos do comportamento hysterético dos varões de aço

O comportamento hysterético dos varões de aço tem um efeito muito importante na resposta hysterética dos elementos de betão armado. Sempre que numa secção de betão armado ocorre uma fenda cabe à armadura suportar quase em exclusivo a força de tracção instalada. Após a inversão de sentido da acção, se a fenda permanecer aberta, o comportamento da secção é governado inteiramente pelas características das armaduras [17].

No contexto do dimensionamento sísmico das estruturas de betão armado em que a exploração da ductilidade dos seus elementos, como forma de absorção e dissipação da energia transmitida pelos sismos, é assumida como condição necessária para que as estruturas possam suportar os sismos de grande intensidade, o comportamento dos varões de aço assume ainda maior importância [39].

O andamento do diagrama tensão-deformação do aço sob acções cíclicas corresponde ao apresentado na Figura 2.6. Um modelo de relações constitutivas que pretenda simular de forma exacta o comportamento do aço deve ser capaz de simular diversos aspectos [8, 17, 39]. Além do troço elástico, do patamar de cedência e do troço com endurecimento antes da primeira inversão, o modelo deverá simular o efeito de Baushinger, em que, sob acções alternadas, o diagrama tensão-deformação do aço se torna não-linear para tensões bastante inferiores à tensão de cedência inicial. O

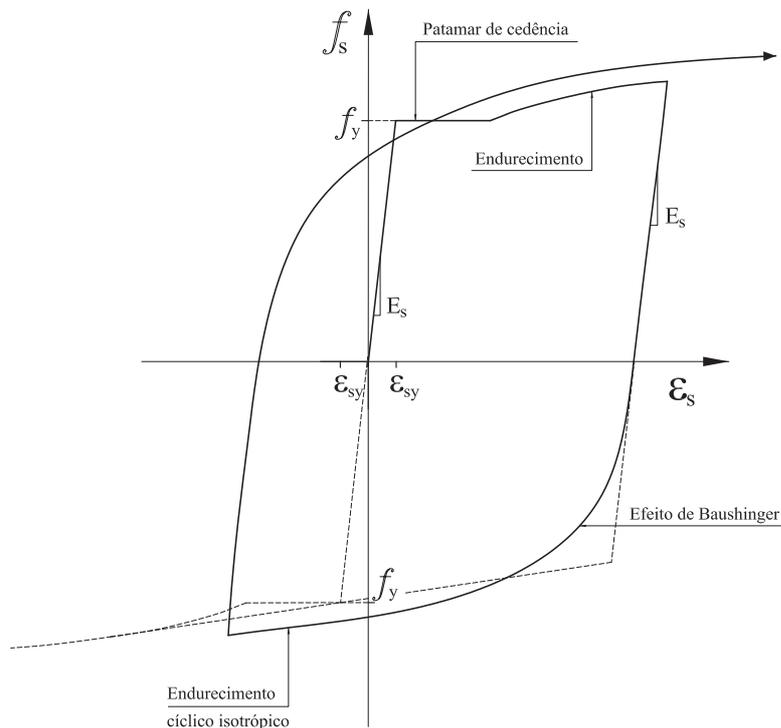


Figura 2.6: Principais características das relações constitutivas de um modelo hysterético dos varões de aço

endurecimento cíclico isotrópico, que corresponde ao aumento de resistência que se verifica após a inversão da acção, é outro dos aspectos a ter em consideração na simulação.

Diversos modelos têm sido propostos com o objectivo de simular o comportamento descrito. Alguns dos modelos propostos, apesar de não simularem de forma exacta o comportamento referido, são de simples aplicação e rapidez de cálculo. Outros, pelo contrário, simulam muito bem o comportamento hysterético do aço, mas requerem um grande esforço de cálculo e necessitam de um número elevado de parâmetros a aferir experimentalmente. A escolha de um modelo analítico está, assim, dependente da relação *custo-benefício* pretendida para o modelo a implementar. Descrevem-se em seguida alguns destes modelos:

### Modelos elasto-plástico e bilinear

O modelo elasto-plástico, Figura 2.7-A, corresponde à envolvente do modelo elasto-plástico representado na Figura 2.3-A

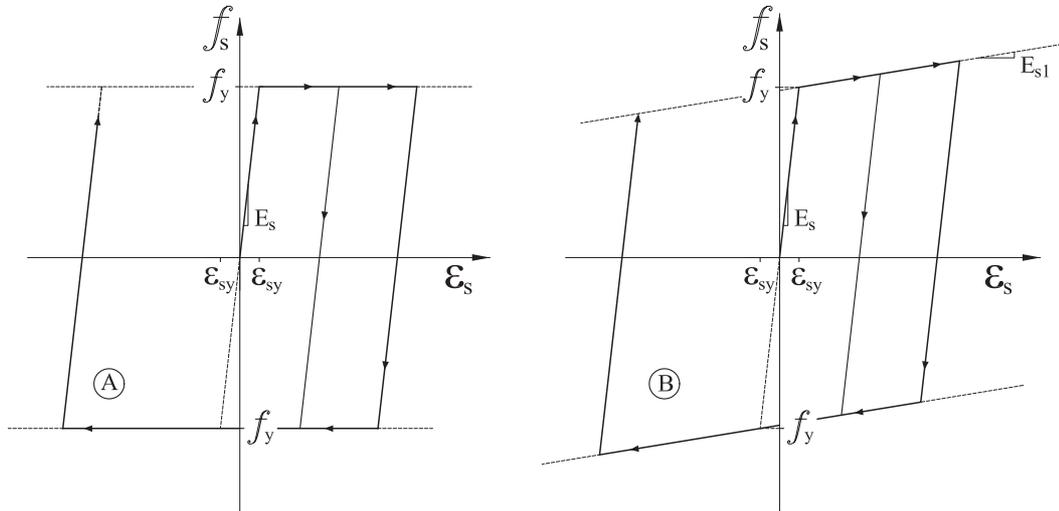


Figura 2.7: Modelos elasto-plástico e bilinear

O modelo bilinear, Figura 2.7-B, é uma variante do modelo elasto-plástico com endurecimento após a cedência.

A utilização dos modelos elasto-plástico ou bilinear numa análise histerética conduz a resultados menos exactos que os observados experimentalmente, uma vez que estes modelos não têm em consideração o efeito de Baushinger nem o endurecimento cíclico isotrópico.

### Modelo multilinear de Yannopoulos e Lepidas (1983)

O modelo multilinear é composto por vários troços lineares. Um ciclo típico é constituído por nove regiões distintas (Figura 2.8). O declive dos troços 1, 3 e 7 é igual a  $E_s$ . O declive do troço 2 é igual a  $E_{sm}$ , enquanto o dos troços 2' e 6 é igual aos valores do parâmetro  $E'_{sm}$ . O declive dos troços 4 e 8 é variável e depende do parâmetro  $\alpha$  [8].

Os pontos D, D', H e H' estão ao nível da tensão de cedência  $\pm f_y$  e  $\overline{DD'} = \alpha l_1$  e  $\overline{HH'} = \alpha l_2$ , sendo  $l_1$  e  $l_2$  a distância, à extensão extrema de sinal contrário à extensão existente no material, conforme se pode observar na Figura 2.8. O valor absoluto dessa extensão é sempre superior a  $\epsilon_y$ . O declive dos troços 5 e 9 é variável e depende do valor do parâmetro  $\beta$ . Os pontos E e I têm as extensões extremas negativas e positivas respectivamente, referidas anteriormente, e um incremento de tensão respectivamente de  $\beta E_s \epsilon_m^2$ , sendo  $\epsilon_m$  a maior extensão de sinal contrário a que o material foi submetido até esse instante (ex: no ponto E,  $\epsilon_m$  é igual à extensão em B e no ponto I,  $\epsilon_m$  é igual à extensão em F).

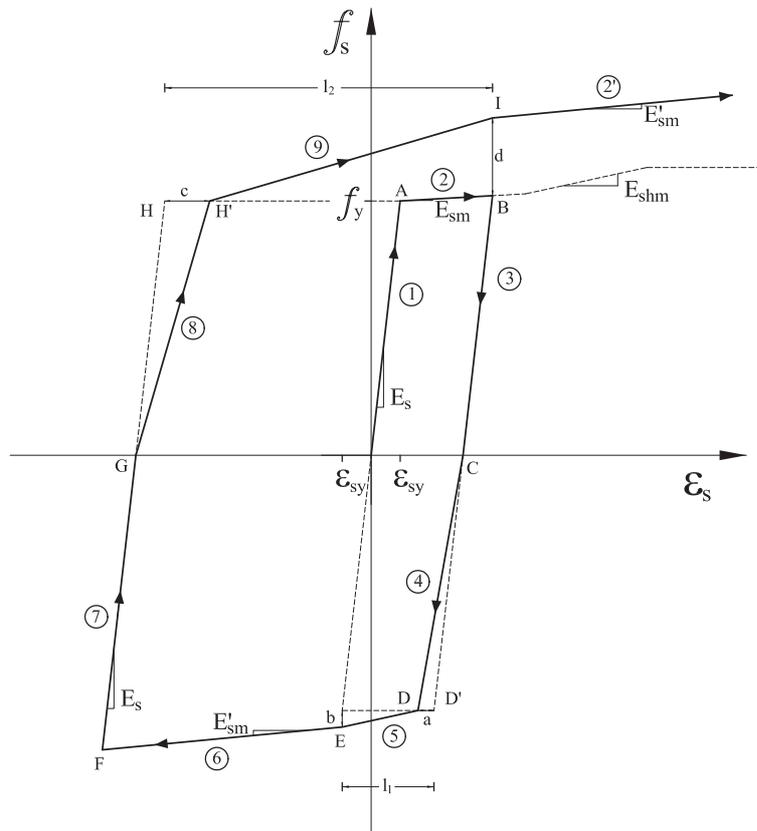


Figura 2.8: Modelo multilinear

Com uma escolha criteriosa dos parâmetros  $E'_{sm}$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  pode-se obter uma boa aproximação entre o modelo e os resultados experimentais. Os autores sugerem  $E'_{sm}=5200$  MPa,  $\alpha=0,35$  e  $\beta=0,70$  [8].

### Modelo de Giuffrè, Menegotto e Pinto (1970-73)

No modelo de Giuffrè, Menegotto e Pinto [16, 29] o comportamento cíclico do aço é representado através de caminhos de carga que se desenvolvem no interior de uma envolvente bilinear, constituída por um troço elástico e um troço com endurecimento, Figura 2.9:

Cada semi-ciclo da curva tensão-deformação é dada de forma normalizada pela expressão 2.13.

$$f^* = (1 - \beta) \frac{\varepsilon^*}{[1 + (\varepsilon^*)^R]^{\frac{1}{R}}} + \beta \varepsilon^* \quad (2.13)$$

e com:

$$f^* = \frac{f_s}{f_y}; \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_y} \quad (2.14)$$

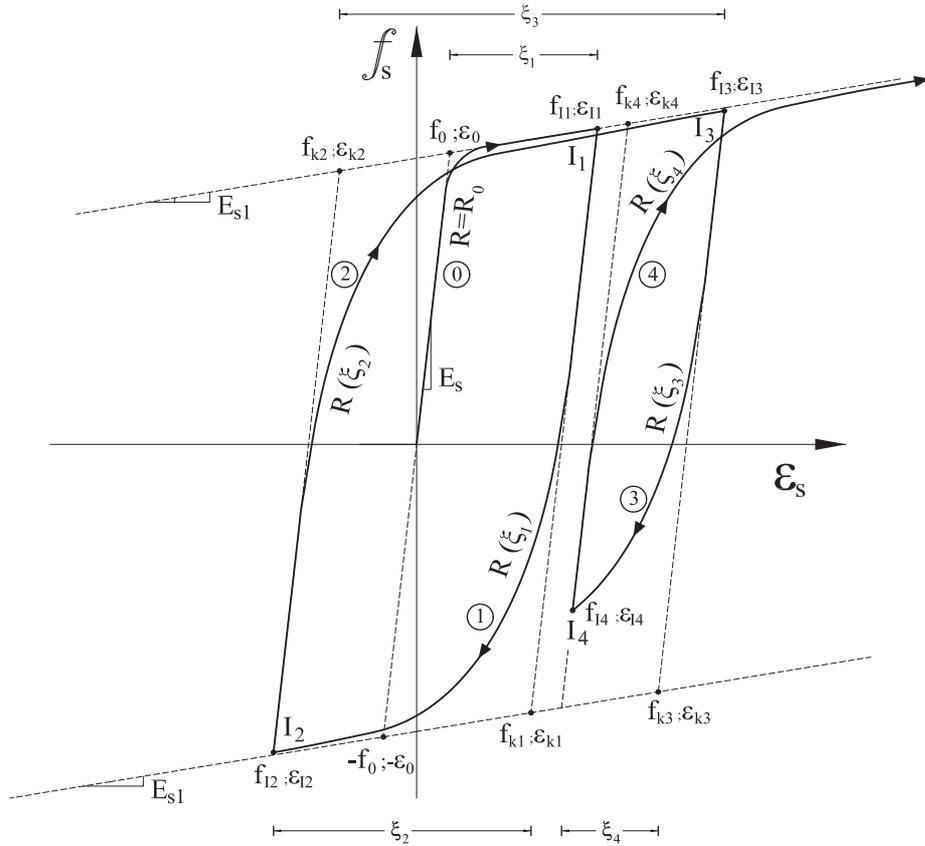


Figura 2.9: Modelo de Giuffrè, Menegotto e Pinto

para a curva correspondente ao primeiro carregamento, e:

$$f^* = \frac{f_s - f_{In}}{f_{kn} - f_{In}}; \quad \epsilon^* = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{In}}{\epsilon_{kn} - \epsilon_{In}} \quad (2.15)$$

para as curvas subsequentes à primeira inversão de carga.  $\beta = E_{s1}/E_s$  representa a relação entre a rigidez do troço de endurecimento,  $E_{s1}$ , e o módulo de elasticidade inicial,  $E_s$ .

O parâmetro  $R$ , que varia após cada inversão de carga, afecta a curvatura de cada semi-ciclo por forma a representar o efeito de Bauschinger e é dado por:

$$R(\xi_n) = R_0 - \frac{a_1 \xi_n}{a_2 + \xi_n} \quad (2.16)$$

em que  $\xi_n$  é a deformação plástica do semi-ciclo anterior (Figura 2.9) e  $R_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  são parâmetros que caracterizam o comportamento do material a serem escolhidos por tentativa e erro por forma a obter uma melhor aproximação às curvas experimentais. Os autores sugerem  $R_0=20$ ,  $a_1=19$  e  $a_2=0,45$ . Gomes [17], que utilizou este modelo refere que a alteração dos valores destes parâmetros não se traduzem em modificações

significativas da resposta da secção, sendo esta muito mais influenciada pelos valores da tensão de cedência,  $f_y$  e, de forma menos marcada, pela rigidez do troço de endurecimento,  $E_{s1}$ , tendo considerado os valores referidos anteriormente para  $R_0$  e  $a_1$  e proposto  $a_2=0,3$ .

Filippou, Popov e Bertero [15] propuseram uma translação da envolvente no troço de inclinação  $E_{s1}$  por forma a considerar o endurecimento cíclico isotrópico e melhorar a aproximação às curvas experimentais. O valor da translação da curva é dado por:

$$f_{trans} = a_3 f_y \left[ \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_y} - a_4 \right] \quad (2.17)$$

em que  $\varepsilon_{max}$  corresponde ao valor absoluto da máxima deformação ocorrida até à inversão e  $a_3$  e  $a_4$  são parâmetros característicos do aço determinados experimentalmente.

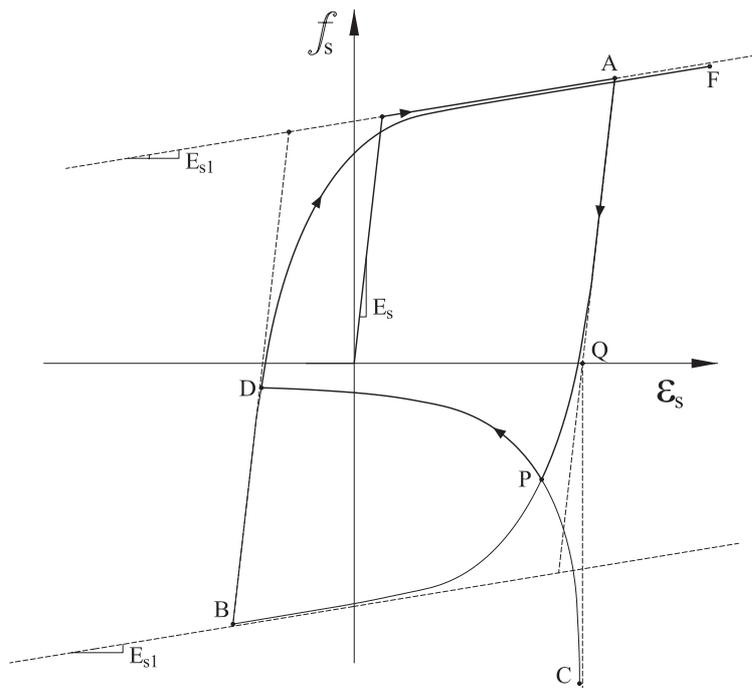


Figura 2.10: Modelo de Gomes

O modelo de Giuffrè, Menegotto e Pinto tem sido objecto de vários melhoramentos por outros autores, para além dos já citados. Refira-se, ainda, os propostos por Gomes [17], tendo por objecto a simulação da encurvadura de varões em compressão (Figura 2.10) e os propostos por Monti e Nuti [32] tendo em vista a simulação do endurecimento cíclico isotrópico e a consideração da encurvadura dos varões.

### Modelo de Mander, Priestley e Park (1984)

O modelo de Mander, Priestley e Park [26] proposto para representação do comportamento histerético dos varões de aço para betão armado é baseado no modelo dos mesmos autores, referido anteriormente para o comportamento monotónico e numa versão modificada da expressão proposta por Giuffrè e Pinto [16, 29] para definição da envolvente dos troços curvos de inversão de carga.

Apresenta-se esquematicamente na Figura 2.11 as regras de inversão de carga do modelo, seguindo-se o diagrama A, se a inversão se der depois de atingida a envolvente monotónica, ou o diagrama B, no caso de a descarga se dar antes de ser atingida a envolvente monotónica.

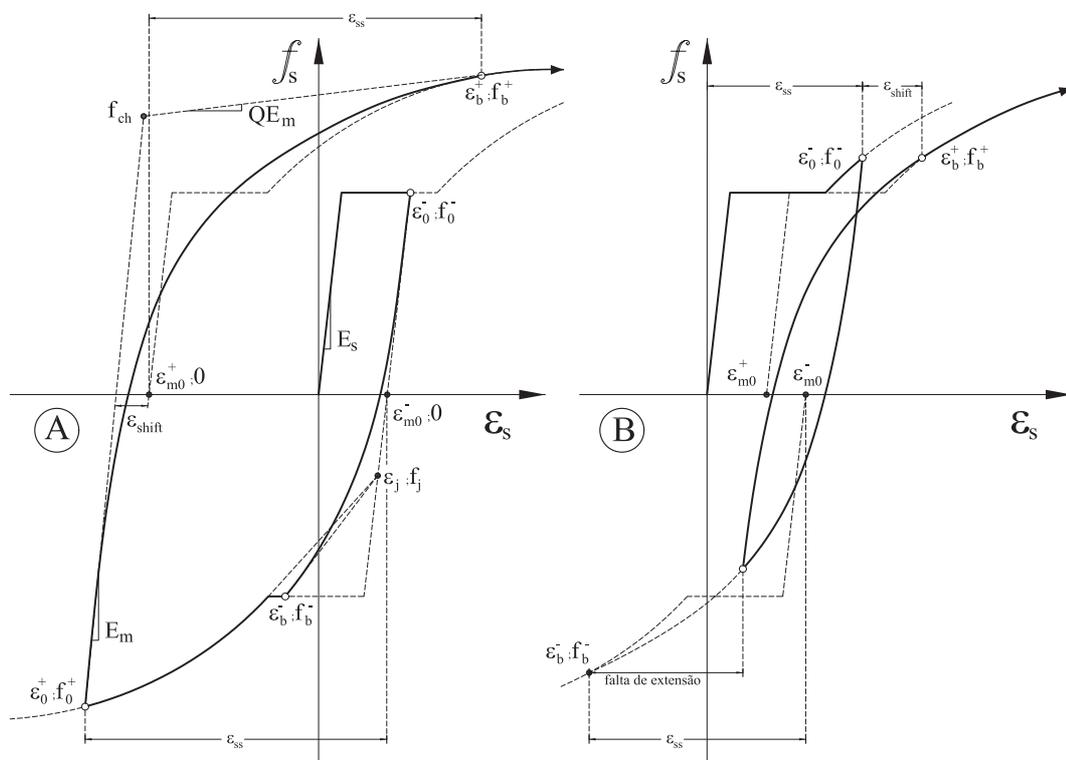


Figura 2.11: Modelo de Mander

O andamento da envolvente monotónica é baseado quer em tracção quer em compressão no diagrama tensão-deformação representado na Figura 2.4 e cujos troços são definidos pelas expressões 2.1, 2.2, 2.6 e 2.7.

A inversão de carregamento na curva monotónica pode dar-se a partir do ramo elástico, do patamar de cedência ou do ramo de endurecimento. A inversão ocorre no ponto  $(\epsilon_0, f_0)$ , Figura 2.11-A, seguindo o diagrama um ramo de descarga curvo tangente a uma recta de declive  $E_s$  com origem no ponto de inversão. O ponto de intersecção desta recta com o eixo das deformações corresponde ao ponto  $(\epsilon_{m0}, 0)$ , considerado como a nova origem da envolvente monotónica. A curva de descarga vai

encontrar-se com esta envolvente no ponto correspondente à deformação plástica  $\varepsilon_{ss}$  atingida no ciclo anterior. A nova origem de coordenadas  $(\varepsilon_{m0}, 0)$  é função de  $\varepsilon_{ss}$ , sendo  $\varepsilon_{m0}$  dado pela expressão seguinte:

$$\varepsilon_{m0} = \varepsilon_0 - \frac{f_0}{E_s} + \varepsilon_{shift} \quad (2.18)$$

em que  $(\varepsilon_0, f_0)$  são as coordenadas do ponto de inversão e  $\varepsilon_{shift}$  é a translação horizontal que sofre a envolvente monotónica, de acordo com as seguintes condições:

$$\begin{cases} \varepsilon_{max} \leq \varepsilon_{sh} & \Rightarrow & \varepsilon_{shift} = 0 \\ \varepsilon_{max} > \varepsilon_{sh} & \Rightarrow & \varepsilon_{shift} = \frac{\varepsilon_{ss}^2}{\varepsilon_{su}} + 2 \times \frac{f_y}{E_s} \end{cases} \quad (2.19)$$

As coordenadas do ponto  $(\varepsilon_b, f_b)$  onde a curva de descarga se encontra com a envolvente monotónica são dadas por:

$$\text{se } f_0 = f_y \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_b = \varepsilon_{m0}^+ - \varepsilon_{ss} \\ f_b = f_y \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\text{se } f_y < f_0 < f_t \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_b = \varepsilon_{m0}^+ - \varepsilon_{ss} \\ f_b = f_t^+ + (f_y^+ - f_t^+) \left( \frac{\varepsilon_{su}^+ - \varepsilon_{ss}}{\varepsilon_{su}^+ - \varepsilon_{sh}^+} \right) \end{cases} \quad (2.21)$$

Nas expressões anteriores os índices são + ou - conforme as inversões ocorram a partir de ramos de tracção ou de ramos de compressão.

Se a inversão ocorrer ao longo da curva de descarga antes de ser atingido o ponto  $(\varepsilon_b, f_b)$  na curva monotónica o modelo segue um andamento semelhante ao do diagrama B. Neste caso existe uma falta de extensão dada por  $\varepsilon_0^+ - \varepsilon_b^-$  que provoca uma translação,  $\varepsilon_{shift}$ , do ponto  $(\varepsilon_b, f_b)$  relativamente ao valor máximo atingido anteriormente  $(\varepsilon_{max}, f_{max})$ . Donde resulta:

$$\begin{cases} \varepsilon_b = \varepsilon_{max} + \varepsilon_{shift} \\ f_b = f_{max} \end{cases} \quad (2.22)$$

de acordo com as condições:

$$\begin{cases} \varepsilon_{max} < \varepsilon_{sh} & \Rightarrow & \varepsilon_{shift} = \varepsilon_{su}^+ (\varepsilon_0^+ - \varepsilon_b^-) \\ \varepsilon_{max} > \varepsilon_{sh} & \Rightarrow & \varepsilon_{shift} = \varepsilon_{su}^+ (\varepsilon_0^+ - \varepsilon_b^-) - \frac{f_y^+}{2E_s} \end{cases} \quad (2.23)$$

O ramo curvo do diagrama entre os pontos  $(\varepsilon_0, f_0)$  e  $(\varepsilon_b, f_b)$  é definido pela seguinte expressão:

$$f_s = f_0 + (\varepsilon_s - \varepsilon_0) E_m \left[ Q + \frac{1 - Q}{\left[ 1 + \left[ E_m \left( \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_0}{f_{ch} - f_0} \right) \right]^R \right]^{\frac{1}{R}}} \right] \quad (2.24)$$

de onde se deduz que o módulo secante entre dois pontos da curva é definido por :

$$E_{sec} = \frac{f_s - f_0}{\varepsilon_s - \varepsilon_0} = E_m \left[ Q + \frac{1 - Q}{\left[ 1 + \left[ E_m \left( \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_0}{f_{ch} - f_0} \right) \right]^R \right]^{\frac{1}{R}}} \right] \quad (2.25)$$

e que:

$$E_t = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = E_{sec} - \frac{E_{sec} - Q E_m}{1 + \left[ E_m \left( \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_0}{f_{ch} - f_0} \right) \right]^{-R}} \quad (2.26)$$

considerando que:

$E_m$  - módulo de elasticidade modificado na inversão, ajustado por forma a que a curva passe por um ponto fictício de cedência  $(\varepsilon_0 + \varepsilon_y, f_0 + f_y)$ .  $E_m < 1,5 \times E_s$ ;

$f_{ch}$  - tensão de inversão representada no diagrama A da Figura 2.11 e dada por:

$$f_{ch} = f_b - \left[ \frac{E_s(\varepsilon_b - \varepsilon_0) - (f_b - f_0)}{2(E_s - E_t)} \right] E_t \quad (2.27)$$

$Q$  - representa a relação entre  $E_m$  no final e no início da curva;

$R$  - parâmetro de forma da curva (para  $R=1$  a curva tem um andamento hiperbólico, para  $R = \infty$  o andamento é do tipo bilinear).

O modelo de Mander, Priestley e Park [26] tem a vantagem sobre o modelo de Giuffrè, Menegotto e Pinto [16, 29] de só necessitar do conhecimento dos parâmetros  $f_y, f_t, \varepsilon_{sh}, \varepsilon_{su}, E_s$  e  $E_{sh}$  determinados a partir do ensaio monotónico dos varões de aço tendo, contudo, a desvantagem de ser, segundo Pipa [39], muito mais lento que o modelo original de Giuffrè, Menegotto e Pinto. A diferença é da ordem de um para cinco e prende-se com o facto de o modelo de Mander necessitar de recorrer a um processo iterativo para definição dos troços curvos ( $E_m, Q, R$ ) de cada vez que se dá uma inversão no sentido de carregamento, por forma a que no ponto  $(\varepsilon_b, f_b)$  os módulos tangentes da curva e da envolvente monotónica coincidam.

### 2.1.2 Compósitos de FRP

Os compósitos, em geral, apresentam um comportamento elástico linear até à rotura sem patamar de cedência ou deformações plásticas. As propriedades básicas dos compósitos de FRP podem ser estimadas se conhecermos as propriedades dos seus materiais constituintes - fibras e matriz (resina)- e a sua fracção volumétrica ( $V_{fib}$ ,  $V_r$ ). De acordo com a regra das misturas pode obter-se o módulo de elasticidade ( $E_f$ ) e a respectiva tensão no compósito ( $f_f$ ) pelas seguintes expressões:

$$E_f \simeq E_{fib}V_{fib} + E_rV_r \quad (2.28)$$

$$f_f \simeq f_{fib}V_{fib} + f_rV_r \quad (2.29)$$

Nos cálculos dos laminados pré-fabricados as propriedades a utilizar são baseadas na secção total do laminado. Nos sistemas impregnados *in situ* a espessura final do compósito tem uma certa variabilidade, o que influencia a fracção volumétrica de fibras. Por este motivo os cálculos baseados na regra das misturas não são válidos. Neste caso utiliza-se uma espessura de cálculo para cada camada de FRP correspondente à espessura útil da fibra e considerando as propriedades das fibras (resistência à tracção e módulo de elasticidade das fibras). Isto deve-se ao facto da rigidez e resistência das fibras serem muito superiores às da matriz.

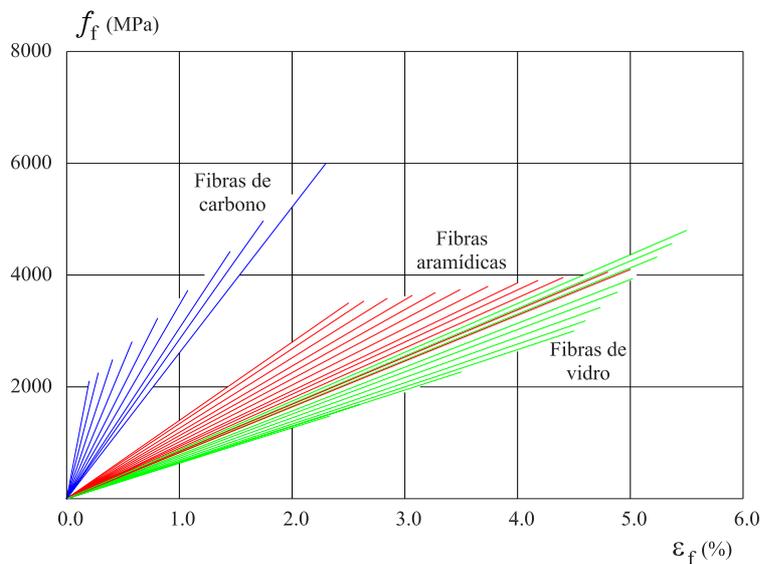


Figura 2.12: Diagrama tensão-deformação para diferentes tipos de compósitos unidireccionais de FRP

Quando as propriedades dos compósitos são baseadas na área da secção total (fibras e matriz) o módulo de elasticidade e a tensão resistente são menores do que quando as propriedades são baseadas apenas na secção útil da fibra. Como é óbvio a resistência e rigidez do sistema total não é afectada porque esta redução é compensada pelo incremento da área da secção comparativamente com a área da secção de fibras.

### 2.1.3 Betão

O betão simples é um material frágil que se deforma inelasticamente sob compressão devido à progressiva perda de rigidez atribuível à microfendilhação. Em estado de tensão axissimétrico ( $\sigma_x = \sigma_y, \sigma_z$ ) a microfendilhação do betão depende do grau de confinamento e pode correlacionar-se com as fases constitutivas  $\sigma - \varepsilon$ , em que (i)  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} > 0$  dita de enrijedecimento, (ii)  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 0$  em que a acumulação de dano determina  $\sigma_{max}$  e (iii)  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} < 0$  está associada à formação de bandas de corte ou de fissuras, também descrita por "softening" e caracterizadora da pós ruptura. Assim, a restrição da deformação transversal de um elemento de betão sujeito a compressão axial aumenta a resistência à compressão e a capacidade de deformação do betão, o que se traduz em maior ductilidade do elemento. O confinamento de pilares de betão armado pode ser obtido através de cintagem por armaduras transversais e/ou através do encamisamento externo com chapas de aço ou com FRP.

Nas Figuras 2.13 e 2.14 encontram-se indicados dois diagramas tensão-deformação típicos do comportamento do betão submetido a compressão axial. Na Figura 2.14 encontram-se esquematicamente indicadas diversas curvas tensão-deformação correspondentes a betões de diferentes classes de resistência.

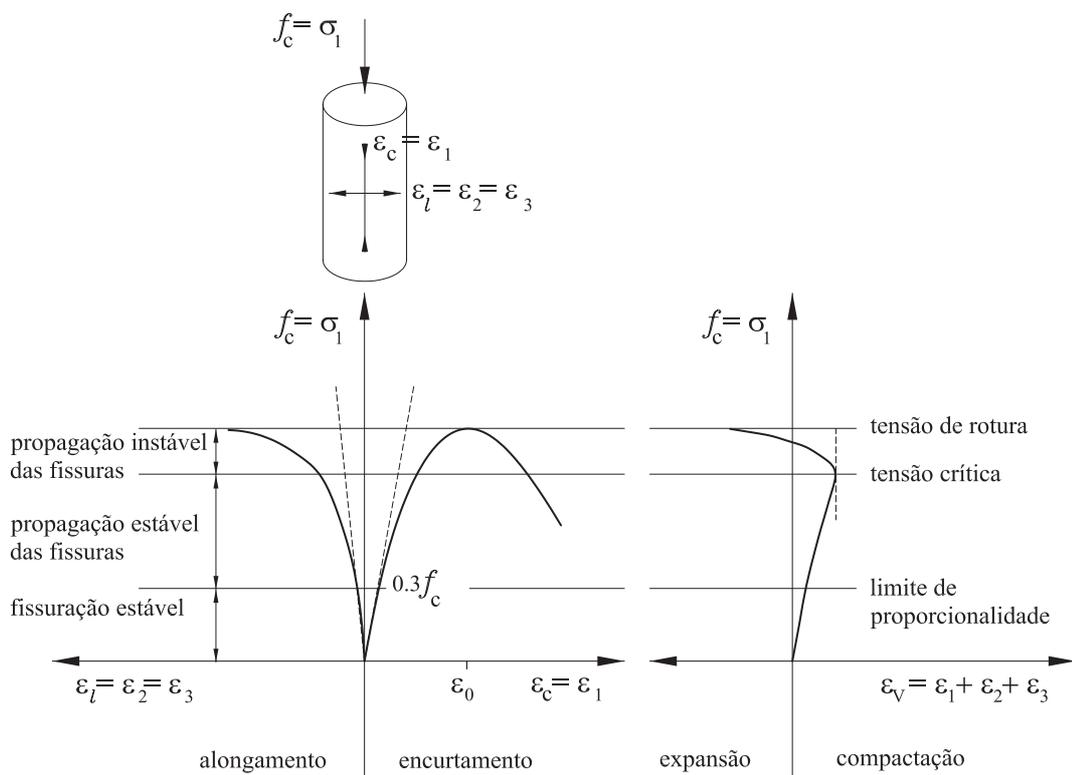


Figura 2.13: Lei tensão-deformação do betão em compressão axial

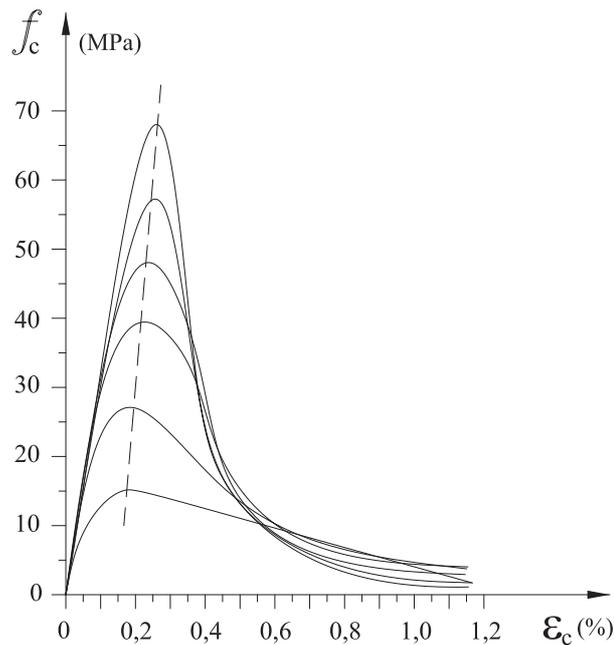


Figura 2.14: Diagramas tensão-deformação do betão em cilindros submetidos a compressão axial

### i) Critério de rotura do betão

Em geral a rotura do betão pode ocorrer por tracção ou por compressão. As roturas por tracção do betão são geralmente frágeis, enquanto as roturas por compressão são normalmente dúcteis. As roturas por tracção são definidas por fendas principais com a perda de resistência à tracção na direcção perpendicular à abertura da fenda. No caso das roturas por compressão desenvolvem-se bastantes fendas pequenas, o que irá originar a perda completa da capacidade resistente do betão [9].

Vários métodos têm sido desenvolvidos para simular as características resistentes do betão, existindo actualmente muitos critérios de rotura. Um dos mais conhecidos é o de Mohr-Coulomb cortado na tracção (Figura 2.15). Neste método a envolvente de rotura encontra-se representada por duas rectas inclinadas tangentes aos círculos de Mohr de raios máximos e dependentes de três parâmetros: a coesão,  $c$ , o ângulo de atrito interno do material,  $\phi$ , e a tensão de tracção do betão  $f_{ct}$ , definidos através de

$$|\tau| = c - \sigma \times \operatorname{tg}\phi \quad (2.30)$$

em que  $\tau$  é a tensão de corte e  $\sigma$  é a tensão perpendicular a um qualquer plano do material. Uma forma alternativa de escrever o critério de Mohr-Coulomb é:

$$\sigma_1 \times \frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{2 \times c \times \operatorname{cos}\phi} - \sigma_3 \times \frac{1 - \operatorname{sen}\phi}{2 \times c \times \operatorname{cos}\phi} = 1 \quad (2.31)$$

No caso de pressão lateral uniforme, pode-se expressar a envolvente de rotura em termos da tensão lateral ( $f_l$ ), da resistência do betão confinado ( $f_{cc}$ ) e da resistência

do betão não confinado ( $f_{c0}$ ). Na Figura 2.15 encontram-se representados dois estados de tensão na rotura, um correspondendo à rotura do betão sob compressão axial e outro à rotura do betão confinado por uma tensão lateral  $f_l$ . Na compressão simples (Figura 2.16) tem-se:

$$\sigma_3 = f_c \quad \text{e} \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0 \quad (2.32)$$

Utilizando a semelhança de triângulos  $\overline{ABO}$  e  $\overline{DEO}$  e a relação dada por:

$$c = \frac{1 - \text{sen}\phi}{2 \times \text{cos}\phi} \times f_{c0} \quad (2.33)$$

pode-se expressar o critério de Mohr-Coulomb em termos de  $f_{c0}$ ,  $f_{cc}$ ,  $f_l$  e  $\phi$  através de:

$$f_{cc} = f_{c0} + \frac{1 + \text{sen}\phi}{1 - \text{sen}\phi} \times f_l \quad (2.34)$$

considerando  $\phi = 37^\circ$  [7] obtém-se a expressão:

$$f_{cc} = f_{c0} + 4,02 \times f_l \quad (2.35)$$

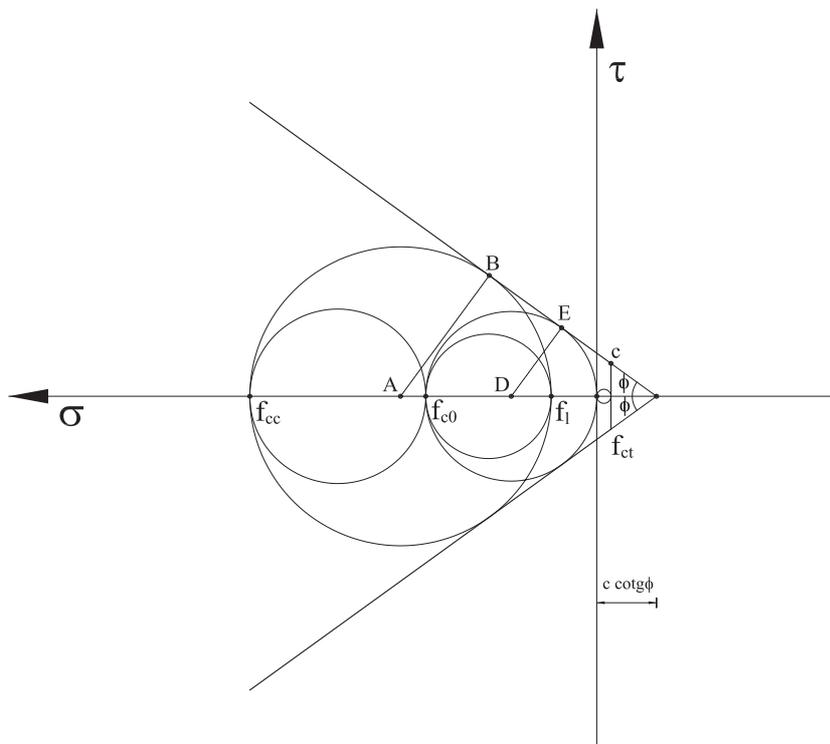


Figura 2.15: Critério Mohr-Coulomb, estados de tensão na rotura [7]

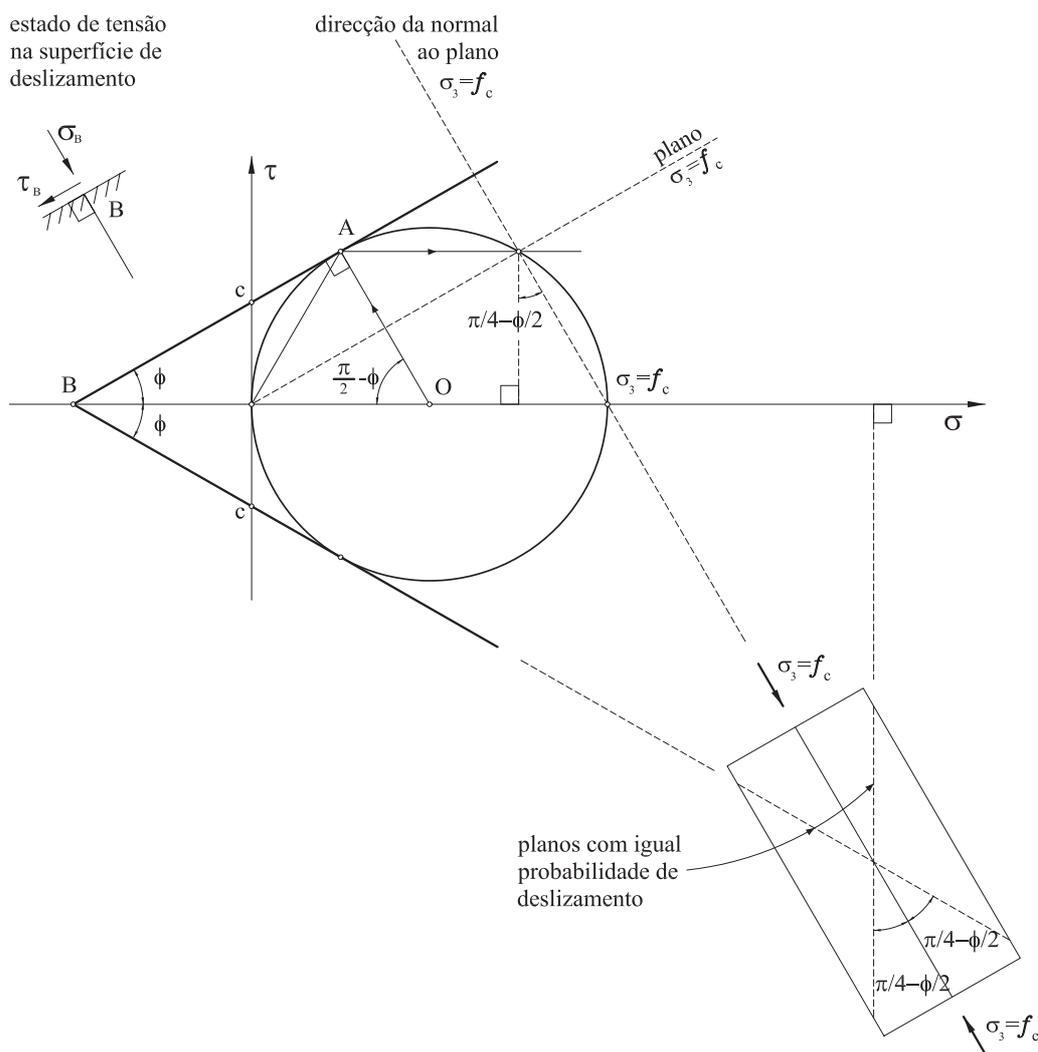


Figura 2.16: Critério Mohr-Coulomb, ensaio de compressão simples [5]

## ii) Comportamento monotónico

### Modelo de Kent e Park (1971)

O diagrama da Figura 2.17 representa o modelo proposto por Kent e Park [24], em que o ramo ascendente é definido pela parábola de Hognestad:

$$f_c = f_{cm} \left[ \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left( \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] \quad (2.36)$$

com:

$$\varepsilon_{c1} = \frac{2f_c}{E_{c0}} \quad (2.37)$$

é a extensão correspondente à tensão de rotura em cilindros,  $f_{cm}$ , e  $E_{c0}$  é o módulo de elasticidade inicial.

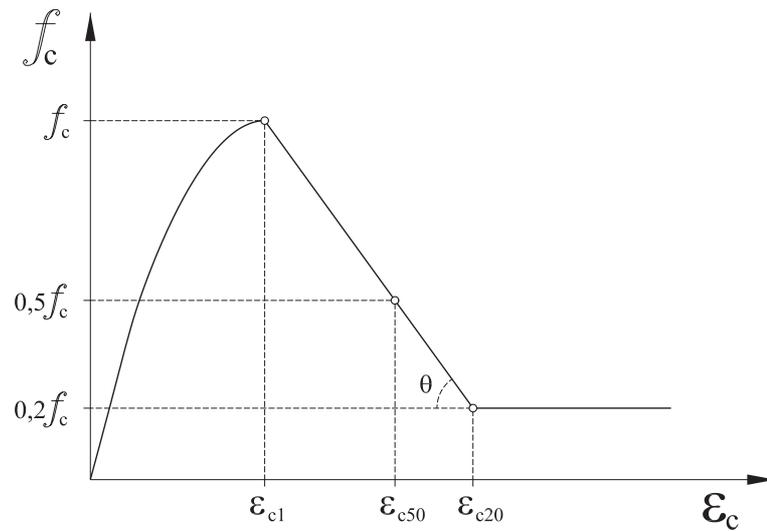


Figura 2.17: Betão simples. Modelo de Kent e Park (1971)

O ramo descendente proposto corresponde a uma recta definida pelo ponto inicial  $(\varepsilon_{c1}, f_{cm})$  e por um outro ponto correspondente a 50% da tensão de rotura  $(\varepsilon_{c50}, 0,5f_{cm})$ , considerando que:

$$\varepsilon_{c50} = \frac{3 + 0,29f_{cm}}{145f_{cm} - 1000} \quad (2.38)$$

A expressão 2.39 define esta recta:

$$f_c = f_{cm} [1 - Z(\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})] \quad (2.39)$$

em que:

$$Z = \frac{0,5}{\varepsilon_{c50} - \varepsilon_{c1}} \quad (2.40)$$

Para valores elevados da deformação os autores consideram que o betão apresenta uma resistência residual de  $0,2f_{cm}$ , pelo que no modelo a partir de  $\varepsilon_{c20}$  o andamento do diagrama passa a ser horizontal (Figura 2.17).

Segundo Penelis [38] a curva proposta para o ramo ascendente tem sido adoptada com ligeiras variações pela maioria dos códigos, incluindo o Model Code 90 [31] e o Eurocódigo 2 [14].

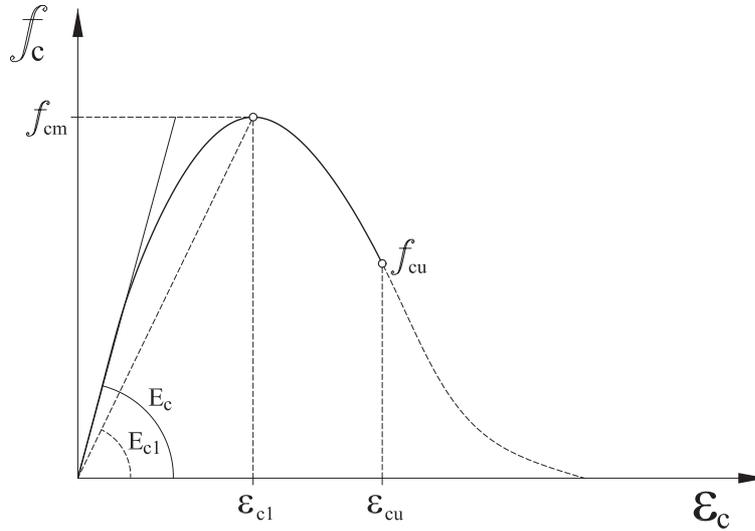
**Model Code 90 (1993)**

Figura 2.18: Betão simples. Model Code 90

No Model Code 90 é sugerido que o diagrama tensão-deformação (Figura 2.18) seja definido pela expressão 2.41 para  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ .

$$f_c = \frac{\frac{E_c}{E_{c1}} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} f_{cm} \quad (2.41)$$

e para  $\varepsilon_c > \varepsilon_{cu}$ :

$$f_c = \left[ \left( \left( \frac{1}{\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}}} \xi - \frac{2}{\left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}}\right)^2} \right) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2 + \left( \frac{4}{\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}}} - \xi \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right) \right]^{-1} f_{cm} \quad (2.42)$$

em que:

$$E_c = 10^4 (f_{cm})^{\frac{1}{3}} \quad (2.43)$$

$$E_{c1} = \frac{f_{cm}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{f_{cm}}{0,0022} \quad (2.44)$$

e

$$\xi = \frac{4 \left( \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}}\right)^2 \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) + 2 \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} - \frac{E_c}{E_{c1}} \right)}{\left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) + 1\right)^2} \quad (2.45)$$

sendo a extensão  $\varepsilon_{cu}$  para  $f_c = 0,5 f_{cm}$  calculada por:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \frac{E_c}{E_{c1}} + 1 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} \frac{E_c}{E_{c1}} + 1 \right)^2} \quad (2.46)$$

**Eurocódigo 2 (2002)**

A relação entre  $f_c$  e  $\varepsilon_c$  é apresentada no Eurocódigo 2 (2002) pela expressão 2.49 para  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ :

$$\frac{f_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad (2.47)$$

em que:

$$k = 1,1 E_{cm} \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} \quad (2.48)$$

e

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (2.49)$$

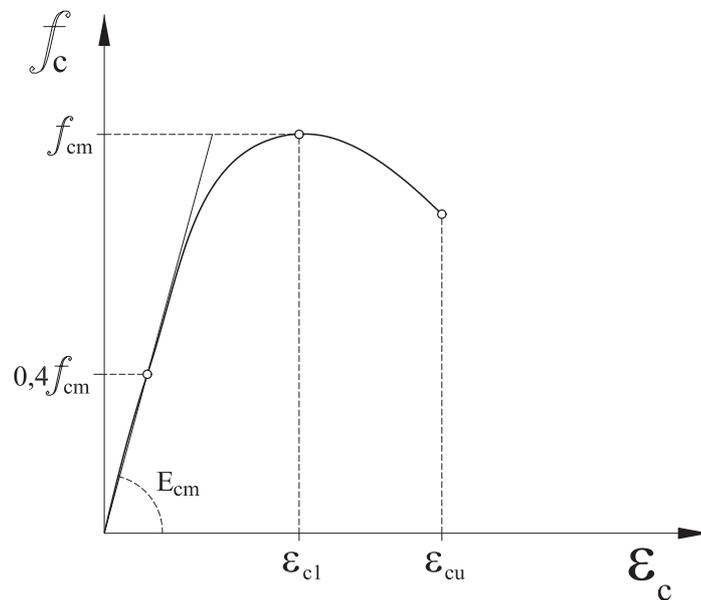


Figura 2.19: Betão simples. Modelo do Eurocódigo 2 (2002)

Em termos de projecto é usual a utilização de apenas parte do ramo descendente do diagrama tensão-deformação até ao limite de  $\varepsilon_{cu}$ . O Eurocódigo 2 considera como limite para  $\varepsilon_{cu}$  o valor de 0,35%, enquanto o valor de  $\varepsilon_{c1}$  varia entre 0,18% para um betão com um  $f_{ck}=12\text{MPa}$  e 2,95% para um betão de alta resistência com um  $f_{ck}=90\text{MPa}$ .

**iii) Comportamento hysterético**

Um dos primeiros trabalhos publicados sobre a resposta do betão simples às acções cíclicas foi realizado na Universidade de Rice no final dos anos sessenta do século XX por Demir Karsan e James Jirsa [23], seguido por Blakeley and Park [4] no início da década de setenta.

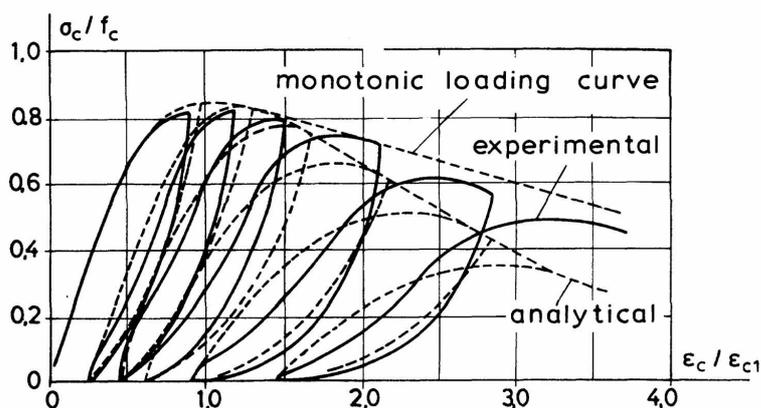


Figura 2.20: Diagrama tensão-deformação para betão simples sob acções cíclicas [23]

A figura 2.20 reproduz os resultados obtidos por Karsan e Jirsa [23] e mostra que o declive dos ramos descendente e ascendente decresce com as deformações inelásticas, o que significa que o provete perde rigidez devido aos ciclos alternados de carga. Pode observar-se, igualmente, que a curva envolvente que liga os pontos de máxima deformação correspondentes aos sucessivos ciclos de carga é praticamente coincidente com a curva monotónica até à rotura, excepto para grandes deformações inelásticas.

### Modelo de Blakeley e Park (1973)

No modelo proposto por Blakeley e Park [4] a envolvente monotónica é semelhante à proposta por Kent e Park [24] definido pelas expressões 2.36 a 2.40. Pode observar-se na Figura 2.21 que, para valores de  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}$ , os caminhos de carga e descarga seguem uma recta com declive igual ao módulo de elasticidade inicial,  $E_{c0}$ , o que significa que, antes de ser atingida a tensão máxima, os ciclos de carga são efectuados sem dissipação de energia nem diminuição de rigidez do modelo.

Na zona de tensões de tracção a carga e descarga do modelo efectua-se com um declive  $E_{c0}$  até à tensão máxima de tracção ser atingida, momento a partir do qual se considera o seu valor igual a zero.

Para  $\varepsilon_c > \varepsilon_{c1}$  o modelo passa a ter perda de rigidez com a introdução de um factor  $F_c$  dado pela expressão:

$$F_c = 0,8 - \frac{0,7(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{c1})}{\varepsilon_{c20} - \varepsilon_{c1}} \leq 0,1 \quad (2.50)$$

O mecanismo histerético proposto encontra-se representado na Figura 2.21.

Diversos resultados experimentais [23] mostram que os ciclos de carga repetida não influenciam a resistência do betão desde que a tensão ( $f_c$ ) não exceda 50% da resistência à compressão dinâmica ( $f_{c,dyn}$ ). No entanto, verifica-se um decréscimo acentuado de resistência e de rigidez sempre que a tensão excede 85% de  $f_{c,dyn}$  [38].

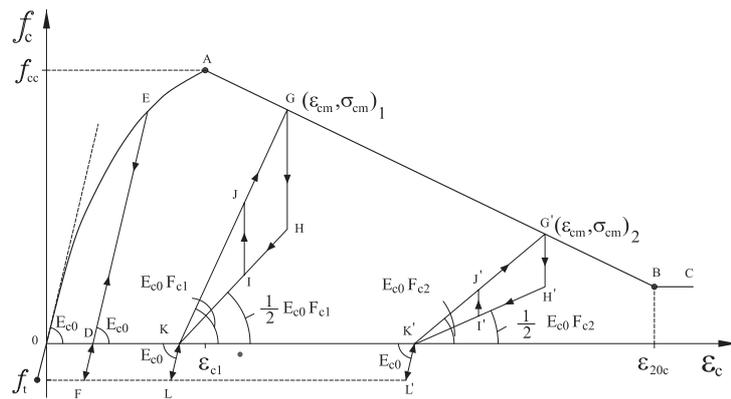


Figura 2.21: Diagrama tensão-deformação idealizado para o betão submetido a compressão e tracção uniaxial cíclica [4]

O modelo de Blakeley e Park [4], apesar da sua simplicidade, tem em consideração a dissipação de energia durante os ciclos de carga, bem como a degradação de rigidez através do factor  $F_c$ . Outros modelos têm surgido, entretanto, em especial para betão armado, como o de Mander, Priestly e Park [27], mais refinados, com uma resposta mais próxima da experimental, só que de aplicação mais complexa.

### 2.1.4 Confinamento do betão por armaduras transversais

O principal factor que influencia o comportamento do betão às acções sísmicas é o seu confinamento lateral. O termo confinamento refere-se normalmente à influência que as armaduras transversais e/ou os reforços de FRP exercem no betão e que provoca a alteração do estado de tensão de compressão do betão de uniaxial para multiaxial. A presença do confinamento tem um efeito favorável, quer na resistência, quer na ductilidade dos pilares de betão armado. Em zonas com problemas sísmicos torna-se muito importante conhecer o comportamento dos materiais sob acções cíclicas.

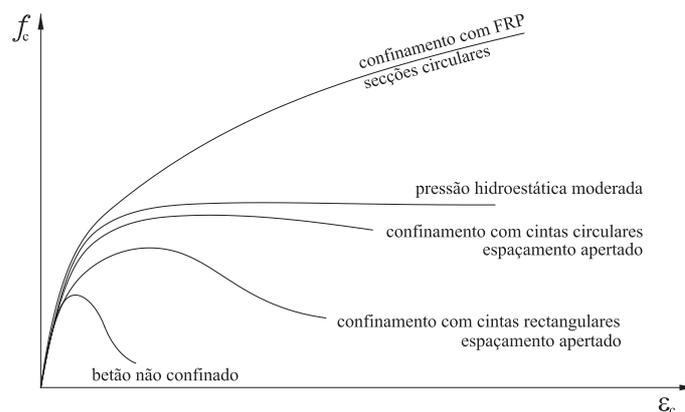


Figura 2.22: Diagramas tensão-deformação do betão submetido a diversos tipos de confinamento

Na Figura 2.22 é possível observar em termos qualitativos o efeito de diferentes níveis de confinamento num pilar de betão armado, desde o não confinado até ao betão confinado com FRP. Salientam-se, em especial, os incrementos de ductilidade verificados com o aumento do confinamento com armaduras e os grandes incrementos de resistência e de ductilidade conferidos pelo confinamento com FRP.

#### i) Comportamento monotónico

Diversos autores têm abordado a problemática do confinamento do betão armado, apresentando alguns modelos para explicar e quantificar o comportamento do betão confinado com armaduras sujeito a compressão axial. Os estudos baseiam-se, em geral, em ensaios experimentais em que se variam parâmetros como a geometria da secção, a qualidade do betão, a percentagem de armadura e diferentes configurações da armadura transversal.

De entre os resultados publicados em alguns desses estudos, seleccionaram-se três modelos de cálculo para o betão confinado por armaduras transversais quando sujeito a compressão uniaxial. O primeiro corresponde ao modelo de Mander, Priestley e Park [27], desenvolvido na Nova Zelândia na tese de doutoramento do primeiro autor; o segundo procedimento escolhido é o adoptado pelo Model Code 90 [31] e o terceiro foi proposto por Razvi e Saatcioglu em 1999 [43].

### Modelo de Mander, Priestley e Park (1988)

O modelo de Mander [27] é aplicável a diferentes geometrias das secções e a diferentes pormenorizações de armaduras longitudinais e transversais. A Figura 2.23 ilustra o comportamento do betão não confinado e confinado com cintas de aço proposto pelo modelo.

No modelo de Mander a relação entre a tensão de compressão longitudinal  $f_c$  e a deformação  $\varepsilon_c$  do betão é baseada na expressão proposta por Popovics [40]:

$$f_c = \frac{f'_{cc} x^r}{r - 1 + x^r} \quad (2.51)$$

em que:

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.52)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (2.53)$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.54)$$

e tal como sugerido por Richart [45]:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} \left( 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{c0}} - 1 \right) \right) \quad (2.55)$$

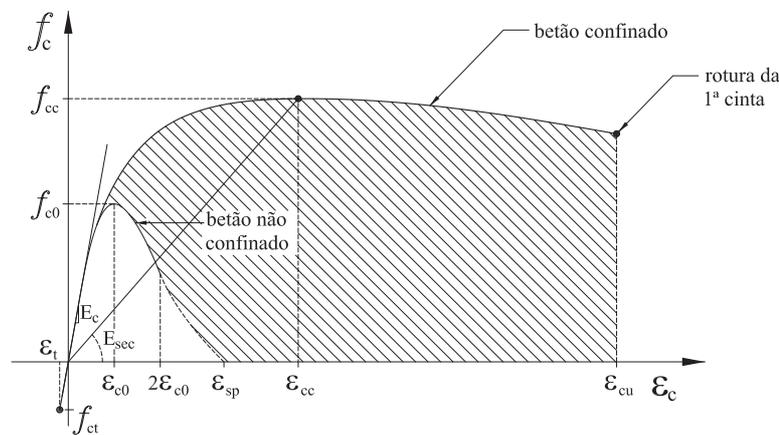


Figura 2.23: Diagrama tensão-extensão para betão confinado com armaduras

Admite-se, em geral, que a extensão  $\varepsilon_{c0}$ , correspondente à tensão máxima de compressão do betão não confinado  $f'_{c0}$ , é igual a 0,2%. O módulo de elasticidade tangente na origem é determinado por:

$$E_c = 5000 \sqrt{f'_{c0}} \quad (2.56)$$

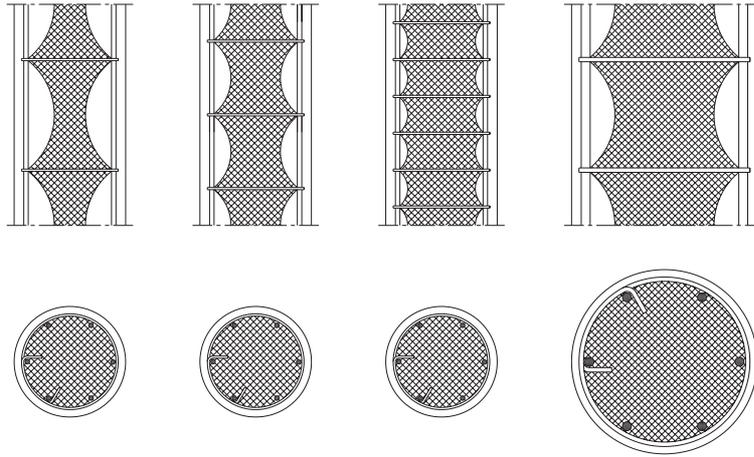


Figura 2.24: Núcleo de betão efectivamente confinado

A tensão máxima do betão confinado com armaduras de aço é calculada por:

$$f'_{cc} = f'_{c0} \left( -1,254 + 2,254 \sqrt{1 + \frac{7,94 f'_l}{f'_{c0}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{c0}}} \right) \quad (2.57)$$

em que  $f'_l$  representa a pressão efectiva de confinamento lateral exercida pelas cintas e é dada pelo produto da pressão lateral de confinamento,  $f_l$ , pelo coeficiente efectivo de confinamento,  $k_e$ , para atender ao facto de a pressão lateral de confinamento não ser uniforme ao longo do pilar (Figura 2.24). O coeficiente  $k_e$  depende da relação entre a área do núcleo de betão efectivamente confinado e a área da secção de betão confinada, ou seja, depende da geometria da secção de betão e da pormenorização das armaduras longitudinais e transversais. Assim:

$$f'_l = f_l k_e \quad (2.58)$$

com:

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad (2.59)$$

Considerando a área do núcleo de betão efectivamente confinada em secções circulares como:

$$A_e = \frac{\pi}{4} \left( d_s - \frac{s'}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} d_s^2 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{s'}{d_s} \right)^2 \quad (2.60)$$

e

$$A_{cc} = A_c (1 - \rho_{cc}) = \frac{\pi}{4} d_s^2 (1 - \rho_{cc}) \quad (2.61)$$

e definindo:

$A_c$  - área do núcleo de betão incluída no círculo descrito pelo eixo da cinta;

$d_s$  - diâmetro de  $A_c$ ;

$s$  - afastamento entre cintas;

$s'$  - afastamento livre entre cintas;

$\rho_{cc}$  - taxa de armadura longitudinal ( $A_s$ ) do núcleo de betão ( $A_c$ ):

$$\rho_{cc} = \frac{A_s}{A_c} \quad (2.62)$$

vem então que:

$$k_e = \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{s'}{d_s}\right)^2}{1 - \rho_{cc}} \quad (2.63)$$

determinando-se por equilíbrio de forças a pressão de confinamento das cintas em cedência:

$$f_l = \frac{2f_{syk}A_{sw}}{d_s s} \quad (2.64)$$

em que  $f_{syk}$  representa a tensão característica de cedência das armaduras das cintas e  $A_{sw}$  a área total da secção transversal das cintas.

### Model Code 90 (1993)

No caso do Model Code 90 [31] o aumento da resistência devido ao confinamento conferido pelas armaduras, Figura 2.25, depende do nível da tensão lateral através das expressões:

$$f_{cc}^* = f_{c0} \left(1 + 5 \frac{f_l'}{f_{ck}}\right), \text{ para } f_l' < 0,05 f_{ck} \quad (2.65)$$

$$f_{cc}^* = f_{c0} \left(1,125 + 2,5 \frac{f_l'}{f_{ck}}\right), \text{ para } f_l' > 0,05 f_{ck} \quad (2.66)$$

A pressão efectiva de confinamento lateral é determinada através do coeficiente de eficácia do confinamento,  $\alpha$ , que corresponde ao coeficiente de redução,  $k_e$ , da formulação de Mander. Por exemplo, no caso de pilares de secção circular com cintas, é definido por:

$$\alpha = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{s}{d_s}\right)^2 \quad (2.67)$$

A extensão axial do betão confinado, correspondente à tensão  $f_{cc}$ , e a extensão máxima de encurtamento devem ser determinadas pela equações 2.68 e 2.69, respectivamente:

$$\varepsilon_{c1}^* = 2,0 \times 10^{-3} \left(\frac{f_{cc}^*}{f_{c0}}\right)^2 \quad (2.68)$$

$$\varepsilon_{c,85}^* = 3,5 \times 10^{-3} + 0,2 \times \frac{f_l'}{f_{c0}} \quad (2.69)$$

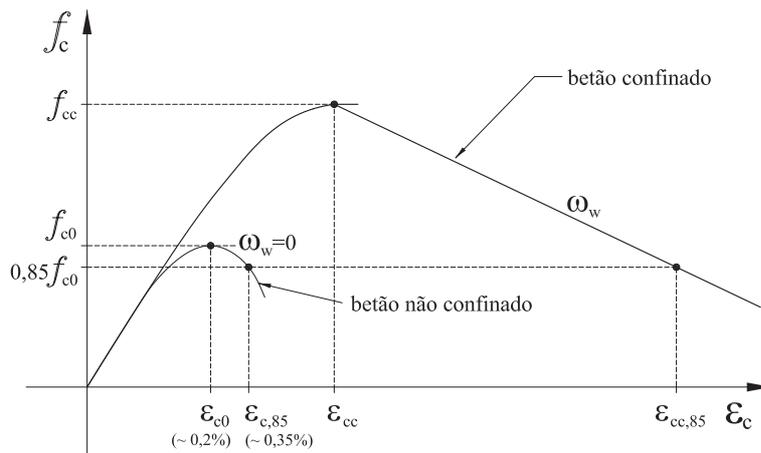


Figura 2.25: Diagrama tensão-deformação do betão confinado de acordo com o Model Code 90 [31]

### Modelo de Razvi e Saatcioglu (1999)

Na sequência de um modelo proposto para betões de resistência normal [51], Razvi e Saatcioglu propuseram um novo modelo matemático para modelar o comportamento de betões de alta resistência confinados por armadura transversal [43]. O modelo é aplicável a betões de resistência normal ou alta, cobrindo um leque de resistências entre os 30 e os 130 MPa.

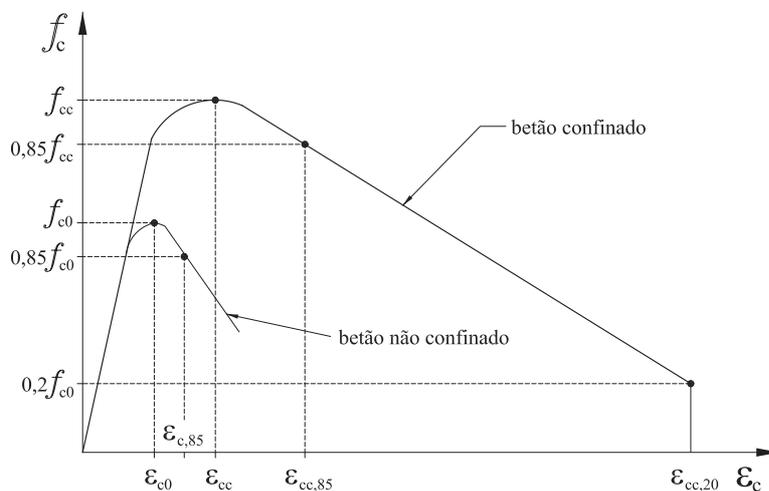


Figura 2.26: Modelo de Razvi

O ramo ascendente do modelo proposto, Figura 2.26, é uma versão modificada da curva proposta inicialmente por Hognestad (1951) e adoptada por outros autores [12, 27, 40] e que é definida pelas expressões 2.51 a 2.55 apresentadas para o modelo de Mander [27].

O módulo de elasticidade tangente na origem é determinado por uma expressão proposta inicialmente por Carrasquillo (1981) [6]:

$$E_c = 3320\sqrt{f_{c0}} + 6900 \geq E_{sec} \quad (2.70)$$

A tensão máxima do betão confinado,  $f_{cc}$ , é dada pela expressão de Richart [45]:

$$f_{cc} = f_{c0} + k_1 f_l \quad (2.71)$$

em que:

$$k_1 = 6,7(f_{l,eq})^{-0,17} \quad (2.72)$$

e  $f_{l,eq}$  representa a tensão lateral equivalente introduzida pelos autores como sendo:

$$f_{l,eq} = k_2 f_l \quad (2.73)$$

No caso de secções circulares,  $f_l$  é dada pela expressão 2.64 e  $k_2$  pela expressão seguinte:

$$k_2 = 0,15\sqrt{\left(\frac{d_s}{s}\right)\left(\frac{d_s}{s_l}\right)} \leq 1,0 \quad (2.74)$$

em que  $s_l$  representa a distância entre eixos dos varões longitudinais adjacentes e lateralmente restringidos.

Os autores, baseados em ensaios experimentais, assumem que  $\varepsilon_{cc,85}$  corresponde à cedência das armaduras transversais. O ramo descendente é, assim, definido pelas seguintes expressões:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0}(1 + 5k_3 K) \quad (2.75)$$

$$\varepsilon_{cc,85} = 260k_3\rho_{sw}\varepsilon_l [(1 + 0,5k_2(k_4 - 1))] + \varepsilon_{0,85} \quad (2.76)$$

em que:

$$k_3 = \frac{40}{f_{c0}} \leq 1,0 \quad (2.77)$$

$$k_4 = \frac{f_{sy}}{500} \geq 1,0 \quad (2.78)$$

$$K = \frac{k_1 f_{l,eq}}{f_{c0}} \quad (2.79)$$

$$\rho_{sw} = \frac{4A_{sw}}{sd_s} \quad (2.80)$$

## ii) Comportamento histerético

### Modelo de Park, Kent e Sampson (1972)

A curva envolvente do modelo proposto por Park, Kent e Sampson [34] corresponde à curva monotónica apresentada anteriormente para o modelo de Kent e Park [24]. A resposta cíclica após a obtenção da tensão de rotura ( $f_{cc}$ ) é dada de forma aproximada por um diagrama bilinear com as características apresentadas na Figura 2.27.

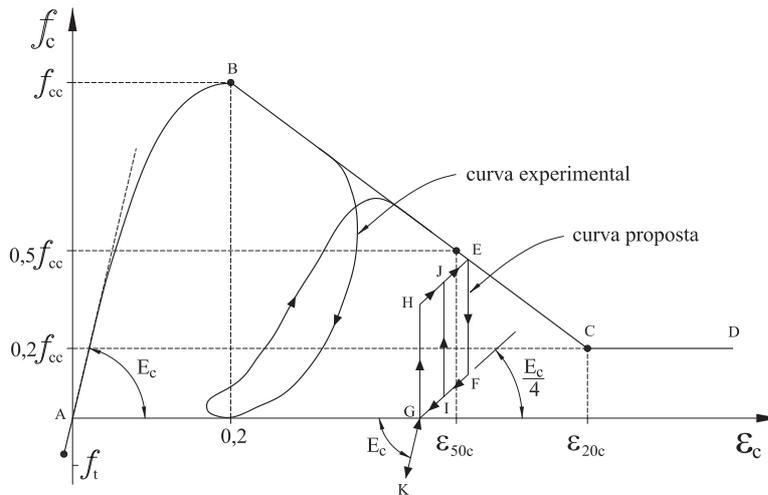


Figura 2.27: Diagrama tensão-deformação idealizado para o betão submetido a compressão e tracção uniaxial cíclica por Park, Kent e Sampson -1972

### Modelo de Mander, Priestley e Park (1988)

O modelo histerético proposto por estes autores [27] surge na sequência do modelo monotónico apresentado na página 27. Assume-se que a curva monotónica apresentada anteriormente representa a envolvente da resposta cíclica.

Os ramos de descarga do modelo podem ocorrer, quer em compressão, quer em tracção. O andamento do ramo de descarga em compressão encontra-se representado na Figura 2.28A. Para se estabelecer a curva de inversão a partir da curva de compressão dada pela expressão 2.51 é preciso determinar uma extensão plástica ( $\varepsilon_{pl}$ ) baseada nas coordenadas do ponto de inversão ( $\varepsilon_{un}, f_{un}$ ). O procedimento adoptado por Mander, Priestley e Park (1988) é uma alteração do proposto por Takiguchi (1976), em que, neste caso, se considera a sua validade, quer para betão simples, quer para betão confinado. A extensão plástica ( $\varepsilon_{pl}$ ), conforme se mostra na Figura 2.28A, depende da extensão  $\varepsilon_a$ , que corresponde ao ponto de intersecção entre o módulo de elasticidade tangente inicial e o módulo secante correspondente ao ramo de descarga. A extensão  $\varepsilon_a$  é dada por:

$$\varepsilon_a = a\sqrt{\varepsilon_{un}\varepsilon_{cc}} \quad (2.81)$$

sendo  $a$  o maior dos seguintes valores:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc} + \varepsilon_{un}} \\ a = \frac{0,09\varepsilon_{un}}{\varepsilon_{cc}} \end{array} \right. \quad (2.82)$$

A extensão plástica encontra-se no módulo secante de descarga entre  $\varepsilon_a$  e  $\varepsilon_{un}$  e é dada por:

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{un} - \frac{(\varepsilon_{un} + \varepsilon_a)f_{un}}{f_{un} + E_c\varepsilon_a} \quad (2.83)$$

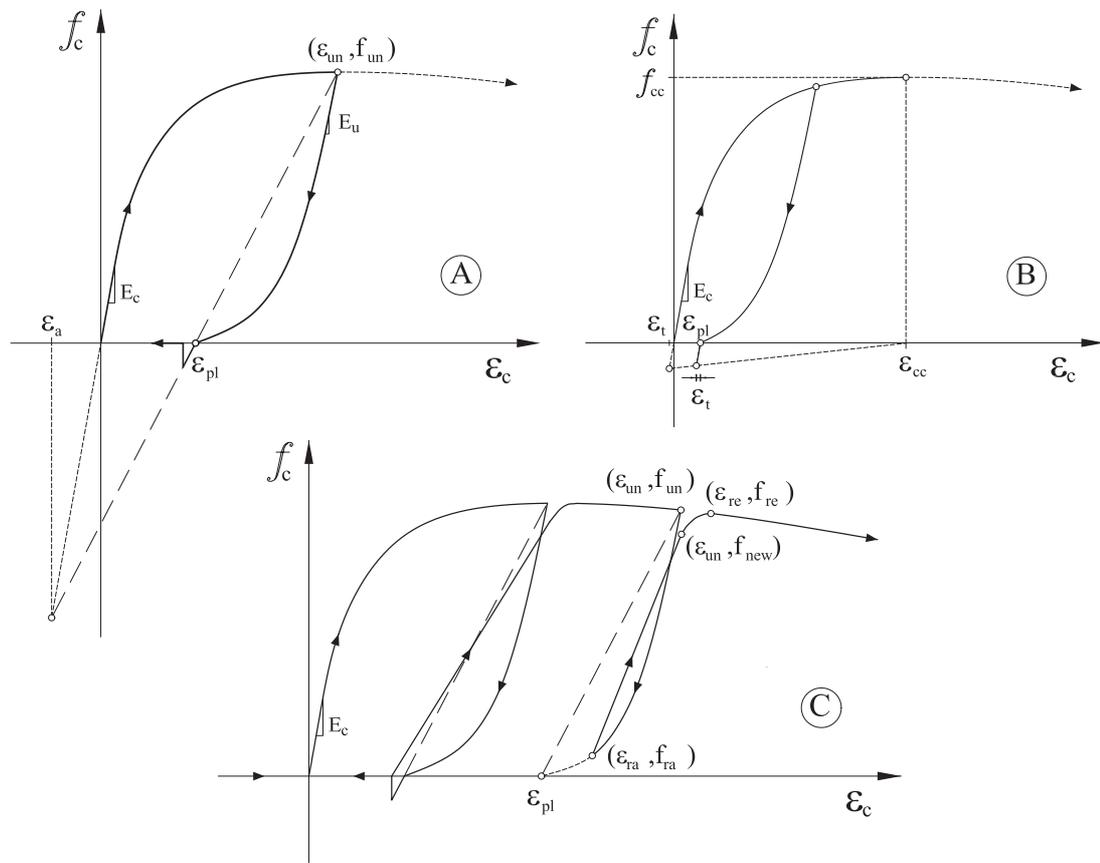


Figura 2.28: Diagramas tensão-deformação do modelo de Mander, Priestley e Park  
 A) Ramo descendente, determinação de  $\epsilon_{pl}$  a partir de  $\epsilon_a$   
 B) Deterioração da tensão de tracção devido ao carregamento em compressão  
 C) Andamento dos ramos de carga após descarregamento

O ramo de descarga é definido por uma modificação da expressão 2.51:

$$f_c = f_{un} - \frac{f_{un} x^r}{r - 1 + x^r} \quad (2.84)$$

em que:

$$r = \frac{E_u}{E_u - E_{sec}} \quad (2.85)$$

$$E_{sec} = \frac{f_{un}}{\epsilon_{un} - \epsilon_{pl}} \quad (2.86)$$

e

$$x = \frac{\epsilon_c - \epsilon_{un}}{\epsilon_{pl} - \epsilon_{un}} \quad (2.87)$$

Sendo  $E_u$  o módulo de elasticidade inicial do ramo de descarga dado por:

$$E_u = b \times c \times E_c \quad (2.88)$$

em que:

$$b = \frac{f_{un}}{f_{c0}} \geq 1 \quad ; \quad c = \left( \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{un}} \right)^{0,5} \leq 1 \quad (2.89)$$

e

$$c = \left( \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{un}} \right)^{0,5} \quad (2.90)$$

No caso da inversão ocorrer num ramo de carga antes de ser atingida a curva envolvente, considera-se que a extensão plástica existente se mantém.

No ramo de descarga em tracção a tensão de tracção é definida por:

$$f_t = f_{ct} \left( 1 - \frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_{cc}} \right) \quad (2.91)$$

Se  $\varepsilon_{pl} < \varepsilon_{cc}$ , a relação tensão-deformação torna-se:

$$f_t = E_t (\varepsilon_c - \varepsilon_{pl}) \quad (2.92)$$

em que:

$$E_t = \frac{f_t}{\varepsilon_t} \quad (2.93)$$

e

$$\varepsilon_t = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (2.94)$$

Quando  $f_{ct}$  é excedida, ou seja quando  $\varepsilon_c > (\varepsilon_t - \varepsilon_{pl})$ , as fendas abrem, pelo que se considera  $f_{ct}=0$  para todos os carregamentos subsequentes.

Na Figura 2.28C mostra-se o andamento dos ramos de carga após descarga, em que as coordenadas do ponto  $(\varepsilon_{ro}, f_{ro})$  podem pertencer à curva de descarga em compressão ou em tracção, em que  $\varepsilon_{ro} = (\varepsilon_{pl} - \varepsilon_t)$  e  $f_{ro}=0$ . Os autores assumem uma relação tensão-deformação linear entre  $\varepsilon_{ro}$  e  $\varepsilon_{un}$ , tendo em conta a degradação cíclica. O novo ponto de tensão é definido por:

$$f_{new} = 0,92f_{un} + 0,08f_{r0} \quad (2.95)$$

A partir deste ponto é utilizada uma transição parabólica:

$$f_c = f_{r0} + E_r (\varepsilon_c - \varepsilon_{r0}) \quad (2.96)$$

até ao ponto de intersecção  $(\varepsilon_{re}, f_{re})$  com a curva monotónica dada pela expressão 2.51. Sendo  $\varepsilon_{re}$  dado pela expressão seguinte:

$$\varepsilon_{re} = \varepsilon_{un} + \frac{f_{un} - f_{new}}{E_r \left( 2 + \frac{f_{cc}}{f_{c0}} \right)} \quad (2.97)$$

com  $E_r$  dado por:

$$E_r = \frac{f_{r0} - f_{new}}{\varepsilon_{r0} - \varepsilon_{un}} \quad (2.98)$$

A curva de transição parabólica fica, assim, descrita por:

$$f_c = f_{re} + E_{re}x + Ax^2 \quad (2.99)$$

com:

$$x = (\varepsilon_c - \varepsilon_{re}) \quad (2.100)$$

e

$$A = \frac{E_r - E_{re}}{-4 [(f_{new} - f_{re}) - E_r(\varepsilon_{un} - \varepsilon_{re})]} \quad (2.101)$$

em que  $E_{re}$  e  $f_{re}$  são o módulo tangente e a tensão do ponto comum à curva de transição parabólica e à curva da envolvente determinados a partir da expressão 2.51, conhecendo o valor de  $\varepsilon_{re}$ .

### Modelo de Esmaily-Gh - Xiao, (2002)

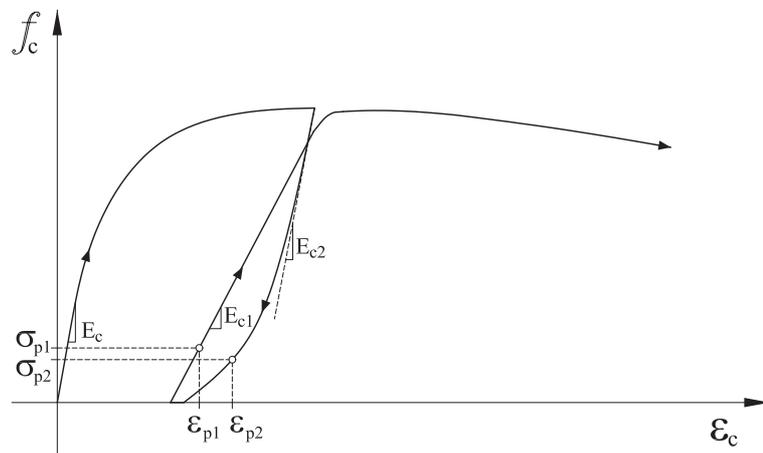


Figura 2.29: Modelo de Esmaily-Gh - Xiao, 2002

Esmaily-Gh e Xiao [13] utilizam um modelo cuja resposta é muito semelhante à do modelo de Mander [27] mas que, segundo os autores, requer muito menos esforço de cálculo. Propõem, assim, um modelo semelhante ao de Mander com a afinação de alguns parâmetros específicos, tendo por objectivo o esforço de cálculo necessário.

Na Figura 2.29 apresenta-se um esquema do modelo proposto, cujas regras são as seguintes:

- Os ramos de carga ascendentes ou descendentes situados dentro da resposta elástica do betão confinado (definida pelos autores como  $\varepsilon_c < 1,5\%$ ) seguem a curva monotónica definida pela expressão 2.51 do modelo de Mander [27].
- Para ramos de carga ascendentes a partir do ponto  $(\varepsilon_{p1}, \sigma_{p1})$  indicado na Figura 2.29 a tensão é calculada por:

$$\sigma = -\frac{E_{c1}^2}{4f_{cc}}A^2 + E_{c1}A \quad (2.102)$$

em que:

$$A = \varepsilon - \varepsilon_p + \frac{2f_{cc}}{E_{c1}} - \frac{2\sqrt{f_{cc}(f_{cc} - \sigma_{p1})}}{E_{c1}} \quad (2.103)$$

com:  $0 \leq \sigma \leq f^{con}(\varepsilon)$ , sendo  $f^{con}(\varepsilon)$  a tensão monotónica do betão confinado com a nova extensão.

- Nos ramos descendentes, partindo do ponto  $(\varepsilon_{p2}, \sigma_{p2})$  indicado na Figura 2.29, a tensão é calculada para:

$$\begin{cases} \varepsilon > \varepsilon_p - B & \Rightarrow & \sigma = -\frac{E_{c2}^2}{4f_{cc}} (\varepsilon - \varepsilon_p - B)^2 \leq f^{con}(\varepsilon) \\ \varepsilon \leq \varepsilon_p - B & \Rightarrow & \sigma = 0 \end{cases} \quad (2.104)$$

com:

$$B = \frac{2\sqrt{f_{cc}\sigma_p}}{E_{c2}} \quad (2.105)$$

Neste modelo  $E_{c1}$  e  $E_{c2}$  podem ser diferentes de  $E_c$  embora os autores tenham considerado  $E_{c1} = E_{c2} = E_{cc}$  nas aplicações efectuadas, bem como  $f_{ct}=0$ .

### 2.1.5 Confinamento do betão com FRP

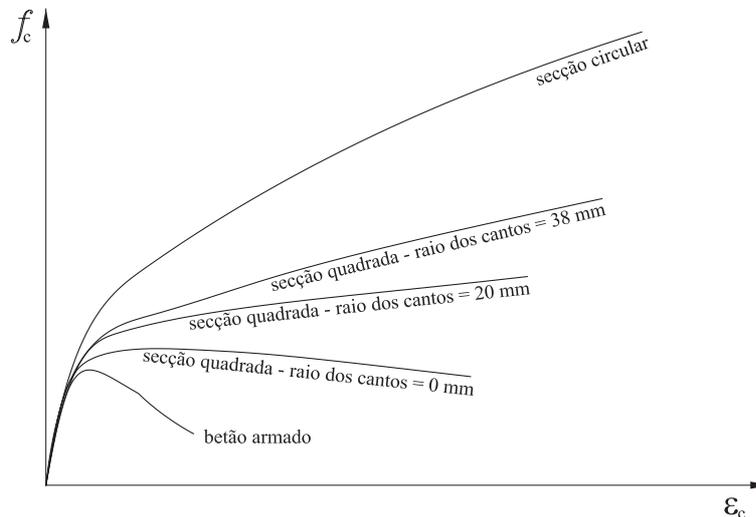


Figura 2.30: Influência da secção no desempenho dos pilares confinados com FRP

O betão confinado com FRP permite aumentar consideravelmente a sua resistência e ductilidade. A eficiência do confinamento é tanto maior quanto a secção tender para

uma secção circular. Na Figura 2.30 mostra-se esquematicamente este efeito observado experimentalmente nos ensaios realizados por Raquel de Paula [36].

Na modelação do confinamento tem que se atender ao grau e ao tipo de material de confinamento dado que os coletes contínuos de FRP determinam confinamento crescente até à rotura, associado ao carácter elástico linear da sua lei, contrastando com a tensão gerada por confinamento devido ao aço cuja lei apresenta um patamar de cedência [50].

### i) comportamento monotónico

A pressão lateral de confinamento exercida num elemento de betão reforçado com FRP pode ser determinada por equilíbrio de forças horizontais:

$$f_l = \frac{2f_f t}{D} = \frac{2E_f \varepsilon_f t}{D} \quad (2.106)$$

ou de outra forma:

$$f_l = \frac{\rho_f E_f \varepsilon_f}{2} \quad \text{com} \quad \rho_f = \frac{4t}{D} \quad (2.107)$$

em que  $f_f$  e  $\varepsilon_f$  representam, respectivamente, o valor da tensão e da extensão de tracção da fibra perimetral de espessura  $t$  aplicada num pilar de diâmetro  $D$ , com  $E_f$  o módulo de elasticidade do compósito de FRP e  $\rho_f$  a respectiva percentagem. Se existirem descontinuidades dos materiais de reforço aplicados ao longo da altura (por exemplo, sob a forma de bandas espaçadas), utiliza-se um coeficiente de redução  $k_e$  que permite quantificar a redução da pressão aplicada [48].

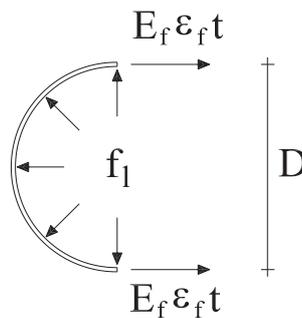


Figura 2.31: Tensão lateral de confinamento em secções circulares

Têm sido propostos diversos procedimentos para estimar o valor da resistência e da extensão máxima. Apresentam-se as formulações de Karbhari[22], Samaan [50], Hosotani [20, 21], Toutanji [49, 56] e Spoelstra [55], sendo de referir que, à excepção do modelo de Karbhari [22], os restantes modelos permitem obter não só o valor máximo da resistência do betão confinado, mas também o traçado das curvas tensão-deformação.

### Modelo de Karbhari e Gao (1997)

O procedimento proposto por Karbhari [22] traduz a relação entre o aumento da resistência do betão confinado e o nível de confinamento introduzido pelo FRP através da expressão:

$$f_{cc} = f_{c0} + 2,1 f_{c0} \left( \frac{2f_f t}{D f_{c0}} \right)^{0,87} \quad (2.108)$$

Esta expressão resulta da modificação da relação linear entre a pressão lateral e a tensão máxima do betão confinado proposta por Richart et al. [45]. De acordo com a expressão, o aumento da resistência do betão confinado não é directamente proporcional ao aumento da tensão lateral de confinamento. A extensão correspondente à tensão máxima do betão confinado é dada por:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} + 0,01 \left( \frac{2f_f t}{D f_{c0}} \right) \quad (2.109)$$

### Modelo de Samaan, Mirmiran e Shahawy (1998)

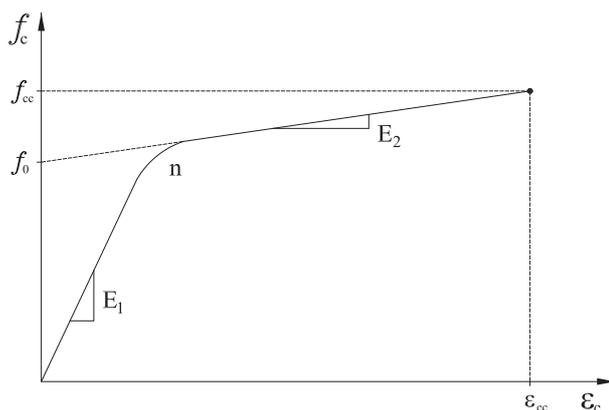


Figura 2.32: Modelo bilinear proposto por Samaan et al.

Samaan et al. [50] propuseram uma relação bilinear para as curvas tensão-deformação do betão confinado com FRP, tal como ilustrada na Figura 2.32.

$$f_c = \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{\left[ 1 + \left( \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{f_0} \right)^{1,5} \right]^{\frac{1}{1,5}}} + E_2\varepsilon_c \quad (2.110)$$

Dada a natureza passiva do confinamento com FRP, o seu efeito só é activado para um nível de deformações laterais na vizinhança da tensão máxima do betão não confinado, pelo que a inclinação do primeiro ramo da curva depende apenas da tensão do betão:

$$E_1 = 3950\sqrt{f_{c0}} \quad (2.111)$$

A relação entre as tensões e as deformações axiais torna-se função do módulo de elasticidade à tracção do FRP ( $E_f$ ), da sua espessura ( $t$ ) e da tensão de rotura do betão não confinado ( $f_{c0}$ ) logo que a tensão normal no betão atinge um valor próximo da tensão máxima do betão não confinado:

$$E_2 = 245,61 f_{c0}^{0,2} + 1,3456 \frac{E_f \times t}{D} \quad (2.112)$$

A tensão  $f_0$  é função de  $f_{c0}$  e da tensão lateral de confinamento exercida pelo FRP,  $f_l$ :

$$f_0 = 0,872 f_{c0} + 0,371 f_l + 6,258 \quad (2.113)$$

A resistência do betão confinado ( $f_{cc}$ ) está relacionada com  $f_{c0}$  e  $f_l$  (expressão 2.106) da seguinte forma:

$$f_{cc} = f_{c0} + 6,0 f_l \quad (2.114)$$

que resulta da modificação da relação linear proposta por Richart et al. [45].

### Modelo de Hosotani e Kawashima (1998/99)

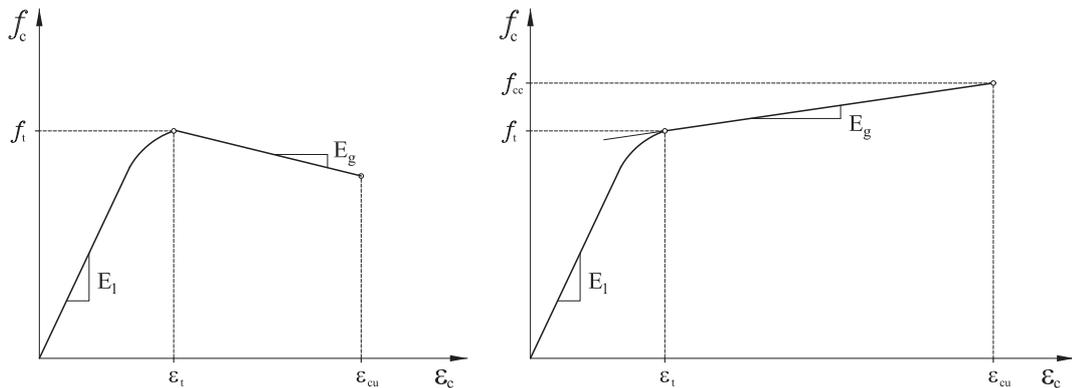


Figura 2.33: Modelo de Hosotani e Kawashima

Hosotani e Kawashima em 1998 [21] desenvolveram um modelo constitutivo do betão confinado com CFRP, tendo, posteriormente, alargado o âmbito do mesmo por forma a incluir as cintas de aço [20].

De acordo com os autores, o diagrama tensão-deformação (Figura 2.33) toma a forma (a)  $E_g < 0$  ou (b)  $E_g \geq 0$  em função da percentagem de reforço com CFRP. Em ambas as situações o diagrama é do tipo bilinear com um ponto  $t$  correspondente ao início do segundo ramo de declive  $E_g$ . Assim:

$$f_c = \begin{cases} E_c \varepsilon_c \left[ 1 - \frac{1}{n} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_t} \right)^{n-1} \right] & \text{para: } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_t \\ f_t + E_g (\varepsilon_c - \varepsilon_t) & \varepsilon_t \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (2.115)$$

em que:

$$n = \frac{E_c \varepsilon_t}{E_c \varepsilon_t - f_t} \quad (2.116)$$

$$\frac{f_t}{f_{c0}} = \begin{cases} 1,0 + 1,93 \frac{\rho_f \varepsilon_f E_f}{f_{c0}} + 2,2 \frac{\rho_s f_y}{f_{c0}} & \text{secções circulares} \\ 1,0 + 1,53 \frac{\rho_f \varepsilon_f E_f}{f_{c0}} + 0,76 \frac{\rho_s f_y}{f_{c0}} & \text{secções rectangulares} \end{cases} \quad (2.117)$$

$$\varepsilon_t = \begin{cases} 0,003 + 0,00939 \frac{\rho_f \varepsilon_f E_f}{f_{c0}} + 0,0107 \frac{\rho_s f_y}{f_{c0}} & \text{secções circulares} \\ 0,003 + 0,00950 \frac{\rho_f \varepsilon_f E_f}{f_{c0}} + 0,0114 \frac{\rho_s f_y}{f_{c0}} & \text{secções rectangulares} \end{cases} \quad (2.118)$$

e

$$E_g = \begin{cases} -0,658 \frac{f_{c0}^2}{\rho_f \varepsilon_{ft} E_f + 0,098 \rho_s f_y} + 0,078 \sqrt{\rho_f} E_f & \text{secções circulares} \\ -1,198 \frac{f_{c0}^2}{\rho_f \varepsilon_{ft} E_f + 0,098 \rho_s f_y} + 0,012 \sqrt{\rho_f} E_f & \text{secções rectangulares} \end{cases} \quad (2.119)$$

### Modelo de Toutanji (1999)

O modelo proposto por Toutanji [56] é um modelo incremental em que o autor considera que ao longo do carregamento a extensão lateral é igual à extensão existente no compósito de FRP e que na rotura do modelo o FRP atinge a sua capacidade última à tracção. Como se pode observar na Figura 2.34 o diagrama tensão-deformação é composto por dois ramos. No primeiro ramo, com declives  $E_{1a}$  ou  $E_{1l}$ , considera-se que o comportamento é semelhante ao do betão não confinado. No segundo ramo, com declives  $E_{2a}$  ou  $E_{2l}$ , admite-se que o compósito já se encontra a funcionar e que o comportamento é condicionado pela rigidez do compósito de FRP. O ponto de intersecção entre os dois ramos ocorre para  $\varepsilon_l=0,2\%$ , pelo que no segundo ramo a extensão lateral começa em 0,2%.

Para a implementação do modelo incrementa-se sucessivamente o valor de  $\varepsilon_l$ , determinando-se os valores de  $f_c$  e  $\varepsilon_c$  através das expressões 2.120 e 2.121 respectivamente.

$$f_c(\varepsilon_l) = f_{c0} \left( 1 + 3,5 \left( \frac{f_l(\varepsilon_l)}{f_{c0}} \right)^{0,85} \right) \quad (2.120)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c0} \left[ 1 + (310,57\varepsilon_l + 1,9) \left( \frac{f_l(\varepsilon_l)}{f_{c0}} - 1 \right) \right] \quad (2.121)$$

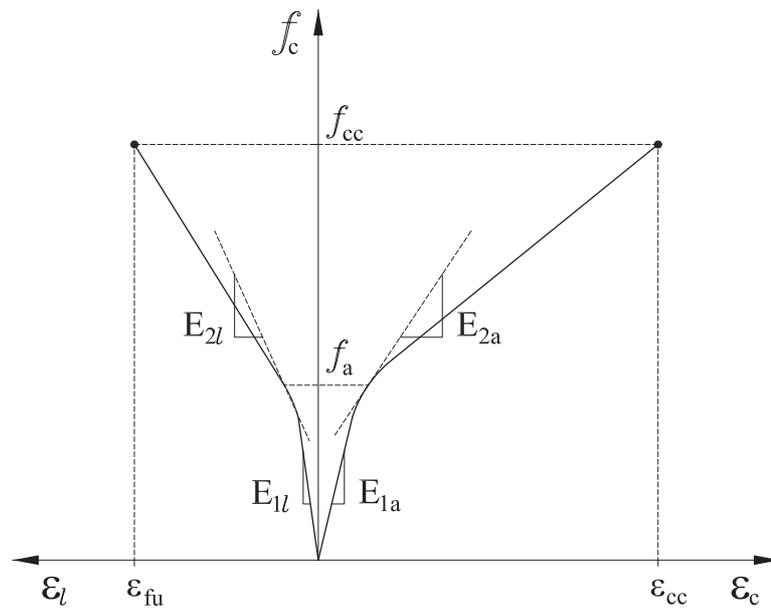


Figura 2.34: Modelo de Toutanji

O primeiro ramo é linear até um valor da tensão ligeiramente superior a  $f_{c0}$  dado pela seguinte expressão:

$$f_c = \frac{A\varepsilon_c}{1 + B\varepsilon_c + C\varepsilon_c^2} \quad (2.122)$$

com:

$$A = E_1 \quad ; \quad B = \frac{E_1}{f_a} - \frac{2}{\varepsilon_1} + \frac{E_1 E_2 \varepsilon_1}{f_a^2} \quad ; \quad C = \frac{1}{\varepsilon_1^2} - \frac{E_1 E_2}{f_a^2} \quad (2.123)$$

em que:

$E_1$  - declive do primeiro ramo;

$E_2$  - declive da curva no ponto de intersecção entre os dois ramos;

$f_a, \varepsilon_a$  - tensão, extensão do ponto de intersecção entre os dois ramos do diagrama.

Os declives  $E_{1a}$  e  $E_{1l}$  referentes, respectivamente, aos diagramas tensão-deformação axial e tensão-deformação lateral determinam-se pelas expressões seguintes:

$$E_{1a} = 10200(f_c)^{\frac{1}{3}} \quad (2.124)$$

$$E_{1l} = 51000(f_c)^{\frac{1}{3}} \quad (2.125)$$

A tensão  $f_a$  e a extensão  $\varepsilon_a$ , correspondentes ao ponto de intersecção entre os dois ramos do diagrama, que ocorre para um valor de  $\varepsilon_l=0,2\%$ , são dadas pelas expressões 2.126 e 2.127 respectivamente.

$$f_a = f_{c0} \left( 1 + 0,032 \left( \frac{t_j E_j}{D f_{c0}} \right)^{0,85} \right) \quad (2.126)$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{c0} \left[ 1 + 0,0808 \left( \frac{t_j E_j}{D f_{c0}} \right)^{0,85} \right] \quad (2.127)$$

Derivando a expressão da tensão no ponto de intersecção dos dois ramos,  $f_a$ , em relação à extensão axial,  $\varepsilon_a$ , ou à extensão lateral,  $\varepsilon_l$ , obtêm-se respectivamente os valores de  $E_{2a}$  ou de  $E_{2l}$ .

$$E_{2a} = \frac{\partial f_a}{\partial \varepsilon_a} = \frac{f_{c0}}{\varepsilon_{c0}(310,57\varepsilon_l + 1,9)} = 0,3966 \frac{f_{c0}}{\varepsilon_{c0}} \quad (2.128)$$

$$E_{2l} = \frac{\partial f_a}{\partial \varepsilon_l} = 7,557 \frac{2t_j E_j}{D} \left( \frac{f_{c0} D}{2t_j E_j} \right) \quad (2.129)$$

### Modelo de Spoelstra e Monti (1999)

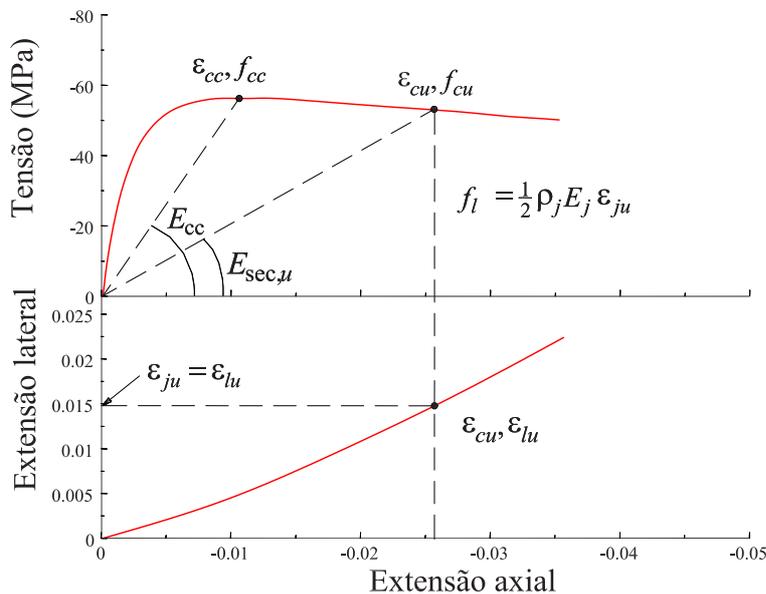


Figura 2.35: Procedimento de cálculo para determinação da tensão e da extensão axial de rotura no Modelo de Spoelstra e Monti,1999

No modelo proposto por Spoelstra-Monti [55] o andamento de  $f_c$  é baseado nas expressões 2.51 a 2.54 propostas por Popovics [40] e já referidas para o modelo de Mander et al. para betão confinado com armaduras [27].

Admite-se, em geral, que a extensão  $\varepsilon_{c0}$  correspondente à tensão máxima de compressão do betão não confinado,  $f_{c0}$ , é igual a 0,2% e que o módulo de elasticidade tangente na origem é determinado pela expressão:

$$E_c = 5700\sqrt{f_{c0}} \quad (2.130)$$

Para a tensão máxima do betão confinado,  $f_{cc}$ , os autores propõem a utilização da expressão 2.57 de Mander et al. [27] modificada por Karbhari et al. [22], em que a tensão lateral,  $f_l$ , é dada pela expressão 2.106.

O modelo de Mander et al. [27] representa correctamente o comportamento do betão armado confinado com aço, excepto na fase inicial em que o aço ainda tem comportamento elástico. Contudo, o FRP tem um comportamento elástico linear até à rotura, o que implica um incremento contínuo de pressão lateral. Para ter isto em consideração Spoelstra e Monti [55] adaptaram as expressões de Pantazopoulou e Mills [33]:

$$\varepsilon_l(\varepsilon_c, f_l) = \frac{E_c \varepsilon_c - f_c(\varepsilon_c, f_l)}{2\beta f_c(\varepsilon_c, f_l)} \quad (2.131)$$

em que a constante  $\beta$  é uma propriedade do material dada por:

$$\beta = \frac{E_c}{|f_{c0}|} - \frac{1}{|\varepsilon_{c0}|} \quad (2.132)$$

Uma vez que  $\varepsilon_l$  é calculada pela expressão 2.131, a extensão  $\varepsilon_f$  pode ser determinada em cada momento com base na tensão  $f_f = E_f \varepsilon_f$ , atendendo a que em secções circulares a extensão no colete compósito  $\varepsilon_f = \varepsilon_l$ . O valor actualizado de  $f_l$  pode ser utilizado para uma nova estimativa de  $\varepsilon_l$  através da expressão 2.131, dando origem a um procedimento iterativo até que  $f_l$  converja para o valor correcto. Todo o processo é repetido para cada  $\varepsilon_c$  ao longo de toda a curva tensão-deformação [55].

Na Figura 2.35 mostra-se graficamente o procedimento de cálculo para determinação da tensão e da extensão axial de rotura e na Figura 2.36 o comportamento do betão confinado com FRP e a respectiva comparação com o aço de acordo com o modelo de Spoelstra e Monti.

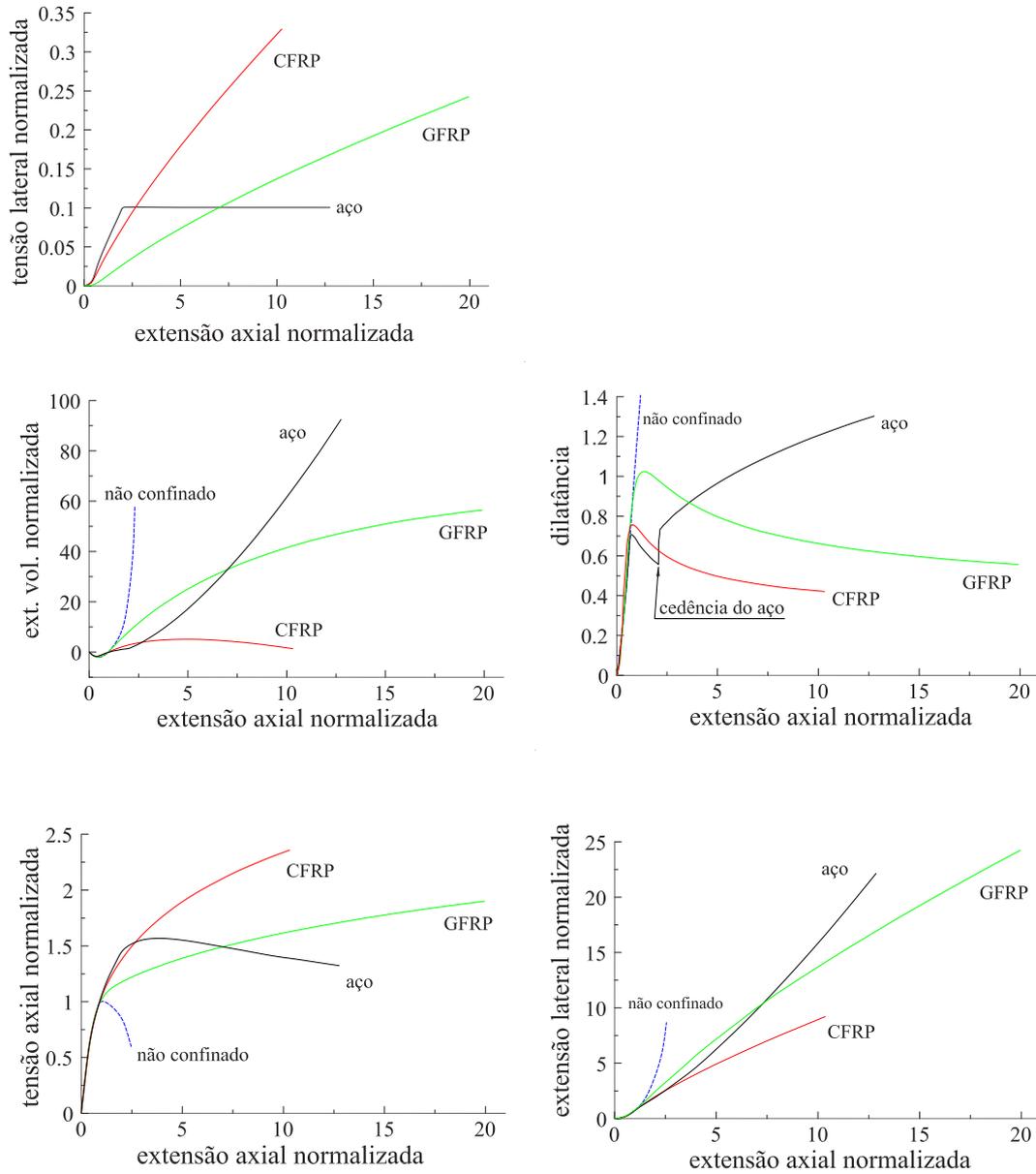


Figura 2.36: Comportamento do betão confinado com FRP e respectiva comparação com o aço de acordo com o modelo de Spelstra e Monti, 1999

## ii) comportamento histerético

São escassos os ensaios realizados com cargas axiais cíclicas em colunas reforçadas com FRP. São conhecidos alguns resultados para betão simples confinado com FRP [18, 30, 54], como os apresentados na Figura 2.37, em que se faz uma comparação entre os resultados experimentais e a modelação numérica para provetes de betão simples confinados com catorze camadas de FRP e submetidos a um carregamento cíclico de carga e descarga [30].

Em 2001, Chastre Rodrigues e Gonçalves da Silva [46, 47] publicaram os resultados de um dos primeiros trabalhos experimentais desenvolvidos sobre o comportamento de colunas de betão armado reforçadas com coletes de CFRP ou de GFRP e submetidas a cargas axiais cíclicas. Estes ensaios e outros complementares, entretanto realizados, são apresentados em pormenor no capítulo ??.

A razão das escassas publicações existentes sobre o comportamento de colunas de betão armado confinadas com FRP e submetidas a cargas axiais cíclicas deve-se à complexidade do problema, com a coexistência do betão confinado por armaduras e por FRP e a influência da percentagem de armadura e da rigidez do colete de FRP na resposta e, conseqüentemente, na sua simulação.

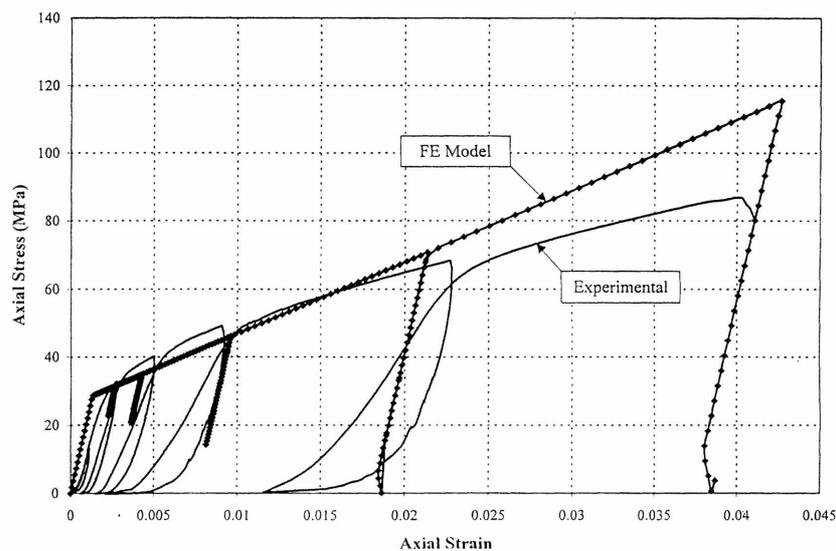


Figura 2.37: Comparação entre os resultados experimentais realizados com cargas cíclicas e a modelação numérica [30]

## 2.2 Modelação do Comportamento dos Pilares

### 2.2.1 Introdução

A modelação do comportamento dos pilares pode ser realizada através de diversos métodos. De entre estes, destacam-se o método dos elementos finitos, o modelo da superfície de cedência, o modelo de fibras, o modelo multi-molas, o modelo discreto da envolvente ou o método da rótula plástica. No desenvolvimento deste trabalho optou-se pela utilização do modelo de fibras associado ao método da rótula plástica.

### 2.2.2 Método da rótula plástica

#### Descrição geral do método

No método da rótula plástica assume-se em termos gerais que:

$$\delta = \Delta_y + \delta_p \quad (2.133)$$

$$\delta_p = (\varphi_u - \varphi_y)l_p \left( L - \frac{l_p}{2} \right) \quad (2.134)$$

$$\Delta_y = \frac{1}{3}\varphi_y L^2 \quad (2.135)$$

Sendo  $\Delta_y$  e  $\delta_p$  as parcelas respectivamente elástica e plástica do deslocamento  $\delta$  e  $\varphi_u$  a correspondente curvatura.  $\varphi_y$  representa a curvatura de cedência e  $L$  o comprimento total do elemento e  $l_p$  o comprimento da rótula plástica.

#### Expressões empíricas para cálculo do comprimento da rótula plástica

##### Modelo de Baker (1956)

Em 1956 Baker [2] propôs uma expressão para o cálculo do comprimento da rótula plástica em vigas ( $l_p$ ) que veio a adaptar, mais tarde [3], para a expressão seguinte:

$$l_p = 0,8k_1k_3 \left( \frac{L}{D} \right) c \quad (2.136)$$

em que  $D$  é a espessura da secção,  $c$  a altura da linha neutra para o momento último e  $L$  o comprimento do elemento. A extensão última de compressão  $\varepsilon_{cu}$  é determinada por:

$$\varepsilon_{cu} = 0,0015 \left[ \left( 1 + 150\rho_s + (0,7 - 10\rho_s) \frac{D}{c} \right) \leq 0,01 \right] \quad (2.137)$$

em que  $\rho_s$  é a percentagem de armadura longitudinal,  $k_1$  depende do tipo de aço e é igual a 0,7 para aços de dureza natural e a 0,9 para aços endurecidos a frio.  $k_3$  depende da qualidade do betão e é igual a 0,6 para betões com  $f_{cm}=35,2\text{MPa}$  e a 0,9 para betões de pior qualidade ( $f_{cm}=11,7\text{MPa}$ ).

**Modelo de Sawyer (1964)**

Sawyer [52] propôs para  $l_p$  a expressão seguinte que depende apenas da espessura e da altura do elemento:

$$l_p = 0,25D + 0,075L \quad (2.138)$$

**Modelo de Corley (1966)**

Corley [10] propôs as expressões 2.139 e 2.140, baseadas em ensaios de vigas simplesmente apoiadas, para o cálculo do comprimento da rótula plástica e da extensão última de compressão  $\varepsilon_{cu}$ :

$$l_p = 0,5D + 0,2\sqrt{D}\frac{L}{D} \quad (2.139)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,003 + 0,02\frac{b}{L} + \left(\frac{\rho_s f_y}{20}\right)^2 \quad (2.140)$$

sendo  $b$  e  $D$  respectivamente a largura e a altura da viga em polegadas e  $f_y$  em psi.

**Modelo de Priestley e Park (1987)**

Em 1987 Priestley e Park [41, 42] propuseram um modelo em que o comprimento da rótula plástica entra dentro da fundação (no caso de pilares) e é função da altura da coluna e do diâmetro dos varões longitudinais existentes. O comprimento da rótula plástica é dado pela expressão seguinte:

$$l_p = 0,08L + 0,022f_y d_{bl} \quad (2.141)$$

em que  $L$  é o comprimento do pilar,  $f_y$  a tensão de cedência da armadura longitudinal e  $d_{bl}$  é o diâmetro da armadura longitudinal. Se se assumir que a distribuição da curvatura na zona elástica é linear, então  $\delta_e$  pode ser calculada no ponto de cedência por:

$$\delta_e = \frac{1}{3}\varphi_y(L_t - l_p)^2 \quad (2.142)$$

em que:

$$L_t = L + 0,022f_y d_{bl} \quad (2.143)$$

sendo o deslocamento plástico dado por:

$$\delta_p = \varphi_p l_p \left( L_t - \frac{l_p}{2} \right) \quad (2.144)$$

e o deslocamento total dado pela soma do deslocamento elástico com o plástico:

$$\delta = \delta_e + \delta_p \quad (2.145)$$

Numa revisão do método, Xiao et al. [57] propuseram que, na expressão da rótula plástica,  $f_y$  fosse substituído pela tensão existente no varão mais tensionado ( $f_s$ ).

### Modelo de Esmaily-Gh e Xiao (2002)

Em 2002 Esmaily-Gh e Xiao [13] propuseram o método seguinte, em que se assume que a curvatura entre o ponto correspondente à primeira cedência e a secção crítica é linearmente distribuída. O ponto correspondente à primeira cedência é tomado ou pelo início da cedência da armadura longitudinal ou pela primeira cedência do betão. Segundo os autores a cedência do betão é definida como ocorrendo para 0,2%, caso as armaduras na outra extremidade da secção ainda não tenham atingido a cedência. Considera-se, assim, que a secção entrou em cedência, neste caso, devido ao betão.

A distância entre a secção onde ocorre a primeira cedência e a secção crítica é tomada como o comprimento,  $l_p$ , onde ocorre a zona de transição.  $L$  é o comprimento total do pilar,  $M_y$  é o momento de cedência,  $M_u$  o momento na secção crítica e  $\varphi_u$  a correspondente curvatura.  $\varphi_y$  é a curvatura de cedência e  $\varphi_{lp}$  é a curvatura no topo da rótula plástica e  $M_{lp}$  o momento correspondente. Assim, vem:

$$l_p = L \left( 1 - \frac{M_y}{M_u} \right) \quad (2.146)$$

$$M_y = M_{lp} = \frac{(L - l_p)}{L} M_u \quad (2.147)$$

$$\varphi_{lp} = \varphi_y \left( \frac{M_u}{M_y} \right) \frac{(L - l_p)}{L} \quad (2.148)$$

$$\delta = \delta_e + \delta_p \quad (2.149)$$

$$\delta_p = \varphi_{lp} l_p \left( L - \frac{l_p}{2} \right) + \frac{1}{2} (\varphi_u - \varphi_{lp}) l_p \left( L - \frac{l_p}{3} \right) \quad (2.150)$$

$$\delta_e = \frac{1}{3} \varphi_{lp} (L - l_p)^2 \quad (2.151)$$

$$\Delta_y = \frac{1}{3} \varphi_y L^2 \quad (2.152)$$

$$\varphi_u = \frac{3\delta}{L^2} \quad (2.153)$$

resultando a força horizontal dada por:

$$F = \frac{M_u}{L} \quad (2.154)$$

### 2.2.3 Reforço por adição de coletes de materiais compósitos

De acordo com Seible et al. [53] é possível aumentar a capacidade de deformação plástica das zonas de rótula plástica dos pilares de betão armado recorrendo ao confinamento dessas zonas com compósitos de FRP. Para pilares circulares considera-se que a espessura do colete de FRP a utilizar é dada por:

$$t_j = 0,09 \times \frac{D \times (\varepsilon_{cu} - 0,004) \times f'_{cc}}{\gamma_f \times f_{ju} \times \varepsilon_{ju}} \quad (2.155)$$

em que  $f'_{cc}$  é a capacidade resistente do betão confinado, que os autores sugerem, conservativamente, igual a  $1,5 f_{c0}$  para a maioria das soluções de reforço.  $f_{ju}$  e  $\varepsilon_{ju}$  são a resistência e a capacidade de deformação do colete compósito na direcção lateral.  $\gamma_f$  é um factor de redução da capacidade de flexão (considerado igual a 0,9) e  $\varepsilon_{cu}$  é a extensão última do betão que depende do nível de confinamento e os autores consideram igual a:

$$\varepsilon_{cu} = 0,004 + \frac{2,8 \times \rho_j \times f_{ju} \times \varepsilon_{ju}}{f'_{cc}} \quad (2.156)$$

em que  $\rho_j$  representa a percentagem volumétrica de reforço do colete. Por seu turno,  $\varepsilon_{cu}$  pode ser obtida de:

$$\varepsilon_{cu} = \varphi_u \times x \quad (2.157)$$

sendo  $\varphi_u$  a curvatura última da secção e  $x$  a distância à linha neutra. Estes valores podem ser obtidos de uma análise momento-curvatura da secção, relacionando-se directamente com a ductilidade do elemento estrutural:

$$\mu_{\Delta} = 1 + 3\left(\frac{\varphi_u}{\varphi_y} - 1\right) \times \frac{l_p}{L} \left(1 - 0,5 \times \frac{l_p}{L}\right) \quad (2.158)$$

assumindo que o comprimento da rótula plástica vem dado pela expressão 2.141.

Em termos de projecto começa-se por definir o  $\mu_{\Delta}$  pretendido, calcula-se o comprimento da rótula plástica  $l_p$ , determina-se o valor de  $x$  e retira-se  $\varphi_u$  da expressão 2.158, vindo  $\varepsilon_{cu} = \varphi_u \times x = \mu_{\varphi} \times \varphi_y \times x$  obtendo-se, conseqüentemente, a espessura do colete necessária para suportar esta extensão última através da expressão 2.155.

## 2.3 Modelo de Avaliação de Desempenho dos Pilares

### 2.3.1 Introdução

Autores como Hose e Seible [19], Lehman e Moehle [25] propuseram modelos de avaliação do desempenho de pilares ensaiados em laboratório. Estes modelos correspondem a um conjunto de metodologias de análise dos resultados de ensaios de pilares sujeitos a acções que simulam a acção sísmica. Nestas metodologias calculam-se alguns parâmetros que caracterizam o comportamento dos pilares para, desta forma, avaliar o seu estado de degradação em diversas fases dos ensaios e, deste modo, avaliar o desempenho dos pilares.

A vantagem destes métodos está na uniformização da análise e na comparação dos resultados dos ensaios realizados por diversos autores, podendo daí retirar conclusões sobre o comportamento de diversos tipos de pilares sujeitos a vários tipos de acções.

A avaliação de desempenho de um leque muito alargado de ensaios tem obviamente implicações, quer ao nível dos códigos, quer ao nível do projecto. Por outro lado, este tipo de metodologias permite não só avaliar o desempenho dos pilares ensaiados em laboratório mas também o estado de degradação em que se encontram os pilares de uma determinada estrutura após a ocorrência de um sismo, permitindo, desta forma, proceder à respectiva reparação ou reforço em função do nível de degradação atingido pelos pilares e de acordo com critérios previamente aferidos.

A proposta dos referidos modelos por investigadores da Universidade da Califórnia faz todo o sentido se atendermos ao nível do trabalho experimental realizado quer em Berkley, sob a coordenação do Prof. Moehle, quer em San Diego, sob a coordenação dos Professores Nigel Priestley e Frieder Seible, para onde o Professor Priestley [37, 41] levou parte da sua experiência de trabalho com os Professores Park e Paulay [35] da Universidade de Canterbury na Nova Zelândia.

Apresenta-se, de seguida, o modelo de avaliação de desempenho dos pilares proposto por Hose e Seible [19]. Na Tabela 2.1 indicam-se os cinco níveis de classificação dos danos dos pilares e a respectiva possibilidade de reparação. Na Tabela 2.2 encontram-se os cinco níveis correspondentes de desempenho da estrutura e a respectiva descrição de desempenho qualitativa e quantitativa.

NÍVEL	CLASSIFICAÇÃO DOS DANOS	DESCRIÇÃO		
		DANOS	REPARAÇÃO	SÓCIO-ECONÓMICA
I	SEM	Fendilhação pouco visível	SEM NECESSIDADE	TOTALMENTE OPERACIONAL
II	POUCO SIGNIFICATIVOS	Fendilhação	POSSÍVEL	OPERACIONAL
III	MODERADOS	Abertura de fendas Início descasque	MÍNIMA	SALVAGUARDAR VIDAS
IV	ELEVADOS	Fendas muito largas. Descasque generalizado	NECESSÁRIA	PERTO DO COLAPSO
V	ROTURA LOCAL /COLAPSO	Deformação permanente visível Encurvadura/ Rotura de varões	SUBSTITUIÇÃO	COLAPSO

Tabela 2.1: Avaliação dos danos em pilares de betão armado

NÍVEL	NÍVEL DO DESEMPENHO	DESCRIÇÃO DO DESEMPENHO	
		QUALITATIVO	QUANTITATIVO
I	FENDILHAÇÃO	Aparecimento de microfissuras	Fissuras pouco visíveis.
II	CEDÊNCIA	Primeira cedência das armaduras longitudinais.	Largura de fendas < 1 mm.
III	INICIAÇÃO DO MECANISMO LOCAL	Início das deformações não lineares. Aparecimento do descasque do betão.	Largura de fendas: 1 a 2 mm. Zona de descasque > $\frac{1}{10}$ da espessura da secção.
IV	DESENVOLVIMENTO COMPLETO DO MECANISMO LOCAL	Espessuras largas das fendas / fim do descasque. Desenvolvimento completo do mecanismo local.	Largura de fendas > 2 mm. Fendas na diagonal em $\frac{2}{3}$ da espessura da secção. Zona de descasque > $\frac{1}{2}$ da espessura da secção.
V	DEGRADAÇÃO DE RESISTÊNCIA	Encurvadura das armaduras principais. Rotura das cintas. Esmagamento do núcleo de betão	Largura de fendas > 2 mm no núcleo cintado de betão. Dilatância medida > 5 % da dimensão original do elemento.

Tabela 2.2: Avaliação do desempenho de pilares de betão armado

### 2.3.2 Determinação dos parâmetros de cálculo

Na Tabela 2.3 apresentam-se os parâmetros de cálculo do desempenho dos pilares a obter dos ensaios experimentais descritos no capítulo ??.

Aos parâmetros propostos por Hose e Seible [19] acrescentou-se a extensão lateral no FRP,  $\varepsilon_l$ , por forma a ter em consideração a sua aplicação a pilares reforçados com FRP. Passa-se, em seguida, a descrever os diversos parâmetros.

Parâmetro	Definição
$\varepsilon_s$	Extensão no aço
$\varepsilon_c$	Extensão no betão
$\mu_\varphi$	Coeficiente de ductilidade em curvatura
$\theta_p$	Rotação plástica
$\delta/L$	Taxa de deslocamento horizontal por altura do pilar
$\mu_\Delta$	Coeficiente de ductilidade em deslocamento
<i>RDI</i>	Índice de deformação residual
$\xi_{eq}$	Taxa de amortecimento viscoso equivalente
$n_k$	Rigidez efectiva normalizada
$\varepsilon_l$	Extensão lateral no FRP

Tabela 2.3: Parâmetros de cálculo do desempenho dos pilares

A extensão no aço,  $\varepsilon_s$ , é obtida através de extensómetros eléctricos de resistência colocados em secções críticas das armaduras longitudinais do pilar ou através de transdutores de deslocamentos colocados em faces opostas do mesmo. Nos ensaios descritos no capítulo ?? os extensómetros permitem obter informação sobre o início da cedência das armaduras e sobre a parte inicial do patamar de cedência até 0,8 a 1% de extensão, enquanto os transdutores de deslocamentos exteriores permitem obter a extensão da armadura longitudinal até à rotura dos varões (10 a 12%).

A extensão no betão,  $\varepsilon_c$ , é obtida através dos transdutores de deslocamentos colocados nas faces do pilar, enquanto a extensão lateral no FRP,  $\varepsilon_l$ , é obtida através de extensómetros eléctricos de resistência colocados em secções críticas, transversalmente ao eixo do pilar e alinhados com a direcção principal do FRP.

O coeficiente de ductilidade em curvatura,  $\mu_\varphi$ , tal como as extensões no aço, no betão e no FRP referem-se a uma secção específica e dependem da pormenorização das armaduras, das propriedades dos materiais e do nível de esforço axial. A curvatura é obtida do ensaio experimental e o coeficiente de ductilidade em curvatura calcula-se através da expressão 2.159 como sendo a razão entre a curvatura apresentada num determinado nível e a curvatura da secção na cedência obtida experimentalmente.

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi}{\varphi_y} \quad (2.159)$$

Conforme referido por Hose e Seible [19] a rotação plástica,  $\theta_p$ , é função da curvatura plástica,  $\varphi_p$ , que se considera constante ao longo do comprimento

equivalente da rótula plástica,  $l_p$ . As expressões que definem o comprimento da rótula plástica são definidas para a altura em que a totalidade da rótula plástica se forma. Neste método pretende-se determinar o valor da rotação plástica nos cinco níveis de desempenho referidos anteriormente. Contudo, o uso generalizado destas expressões pode levar a resultados incorrectos, dado que alguns pilares apresentam um comportamento frágil em que a rótula plástica convencional não se forma. Atendendo a tudo isto, Hose e Seible [19] consideram que é difícil definir uma expressão geral para o comprimento da rótula plástica que se aplique a todas as situações, pelo que sugerem que a rotação plástica, no âmbito da avaliação de desempenho dos pilares, seja calculada pela expressão 2.160.

$$\theta_p = \frac{\delta_p}{L} \quad (2.160)$$

com:

$$\delta_p = \delta - \Delta_y \quad (2.161)$$

e

$$\Delta_y = \frac{M_n}{M_y} \delta'_y \quad (2.162)$$

em que:

$\theta_p$  - Rotação plástica

$\delta_p$  - Deslocamento plástico para um determinado nível de força

$\Delta_y$  - Deslocamento de cedência

$\delta'_y$  - Deslocamento no início da cedência

$\delta$  - Deslocamento para um determinado nível de força

$M_n$  - Momento flector nominal de cedência

$M_y$  - Momento flector no início da cedência

Convencionalmente assume-se que a secção crítica da rótula plástica ocorre na interface de ligação a outro elemento estrutural, pelo que se considera normalmente a altura total do pilar,  $L$ , na expressão 2.160. No caso de pilares reforçados em que é deixada uma junta com uma determinada espessura entre a zona do reforço do pilar e o outro elemento estrutural ou, no caso de elementos em que se obriga a um reposicionamento da rótula plástica, a consideração da altura total do pilar não é correcta, até porque, nestes casos, o centro da rótula plástica está claramente identificado quando se toma essa opção. Refira-se, contudo, que a altura  $L$  na expressão 2.160 corresponde à distância entre a secção crítica da rótula plástica e o ponto de momento nulo. Este comprimento é multiplicado por dois no caso de o pilar ter dupla curvatura.

O parâmetro,  $\frac{\delta}{L}$ , é calculado como sendo a razão entre o deslocamento lateral obtido em cada nível e a altura efectiva do pilar,  $L$  (expressão 2.163).

$$\text{Taxa de deslocamento horizontal por altura do pilar} = \frac{\delta}{L} \quad (2.163)$$

O coeficiente de ductilidade em deslocamento,  $\mu_{\Delta}$ , é um parâmetro muito utilizado para determinar, de forma global, a resposta lateral da estrutura e é obtido experimentalmente da aproximação bilinear idealizada da curva monotónica ou da curva envolvente ao diagrama cíclico força-deslocamento. O coeficiente,  $\mu_{\Delta}$ , é definido pela expressão 2.164 como sendo a razão entre o deslocamento,  $\delta$ , para um determinado nível de resposta e o deslocamento de cedência  $\Delta_y$  [41].

$$\mu_{\Delta} = \frac{\delta}{\Delta_y} \quad (2.164)$$

O índice de deformação residual,  $RDI$ , é função do comportamento inelástico da estrutura e pode ser utilizado como um índice de dano ou de possibilidade de reparação após a ocorrência de um sismo. Este índice baseia-se no facto de uma estrutura com comportamento inelástico, carregada ciclicamente, apresentar deformações residuais permanentes após a retirada do carregamento. O índice de deformação residual é adimensional e é definido pela expressão 2.165, dividindo a deformação lateral permanente,  $\delta_r$ , em cada nível de desempenho pelo deslocamento de cedência,  $\Delta_y$ . Os parâmetros necessários à determinação de índice  $RDI$  em ensaios experimentais de estruturas cuja resposta histerética seja simétrica, encontram-se representados na Figura 2.38.

$$RDI = \frac{\delta_r}{\Delta_y} \quad (2.165)$$

A taxa de amortecimento viscoso equivalente,  $\xi_{eq}$ , é outro parâmetro que se pode obter em cada nível de desempenho. O amortecimento histerético, ou energia dissipada em cada ciclo, encontra-se representado pela área,  $W_d$ , na Figura 2.38 para um ciclo completo força-deslocamento. De acordo com Priestley et al. [41], o amortecimento histerético, para deslocamentos com a mesma amplitude, pode ser convertido numa taxa de amortecimento viscoso equivalente:

$$\xi_{eq} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{W_d}{F \times \delta} \right) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{W_d}{W_s} \right) \quad (2.166)$$

em que  $F$  e  $\delta$  representam respectivamente o valor médio da força de pico e do deslocamento. A área,  $W_s$ , representa a energia de deformação elástica armazenada num sistema elástico e linear equivalente, actuando monotonicamente, com uma rigidez efectiva,  $K_{eff}$ , dada por:

$$K_{eff} = \frac{F}{\delta} \quad (2.167)$$

sendo a rigidez inicial,  $K_o$ , calculada pela expressão 2.168.

$$K_o = \frac{F_y}{\Delta_y} \quad (2.168)$$

A rigidez efectiva normaliza-se obtendo-se, assim, a rigidez efectiva normalizada,  $n_k$ .

$$n_k = \frac{K_{eff}}{K_o} \quad (2.169)$$

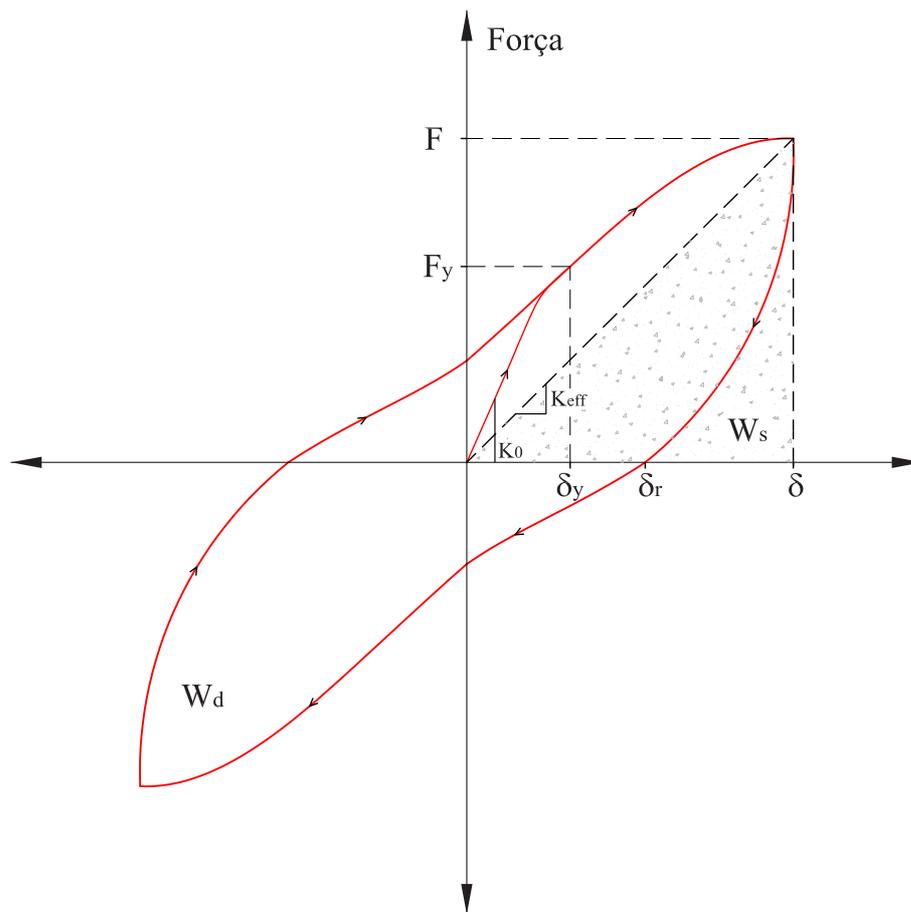


Figura 2.38: Índice de deformação residual (RDI), rácio do amortecimento viscoso equivalente ( $\xi_{eq}$ ) e rigidez efectiva ( $K_{eff}$ ) de ciclos histeréticos simétricos

Alguns sistemas estruturais podem apresentar respostas não simétricas (Figura 2.39) nas duas direcções de carga devido à geometria ou ao facto de a pormenorização de armaduras não ser simétrica. Nesta situação o índice de deformação residual,  $RDI$ , é calculado pela expressão 2.170, estando os parâmetros definidos na Figura 2.39. Para a determinação da taxa de amortecimento viscoso equivalente,  $\xi_{eq}$ , e da rigidez normalizada,  $n_k$ , procede-se de forma idêntica, tendo em conta a resposta de ambas as direcções.

$$RDI = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_{r1}}{\delta_{y1}} + \frac{\delta_{r2}}{\delta_{y2}} \right) \quad (2.170)$$

$$\xi_{eq} = \frac{\xi_{eq1} + \xi_{eq2}}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{2W_{d1}}{4\pi W_{s1}} + \frac{2W_{d2}}{4\pi W_{s2}} \right) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{W_{d1}}{W_{s1}} + \frac{W_{d2}}{W_{s2}} \right) \quad (2.171)$$

$$n_k = \frac{1}{2} \left( \frac{K_{eff1}}{K_{o1}} + \frac{K_{eff2}}{K_{o2}} \right) \quad (2.172)$$

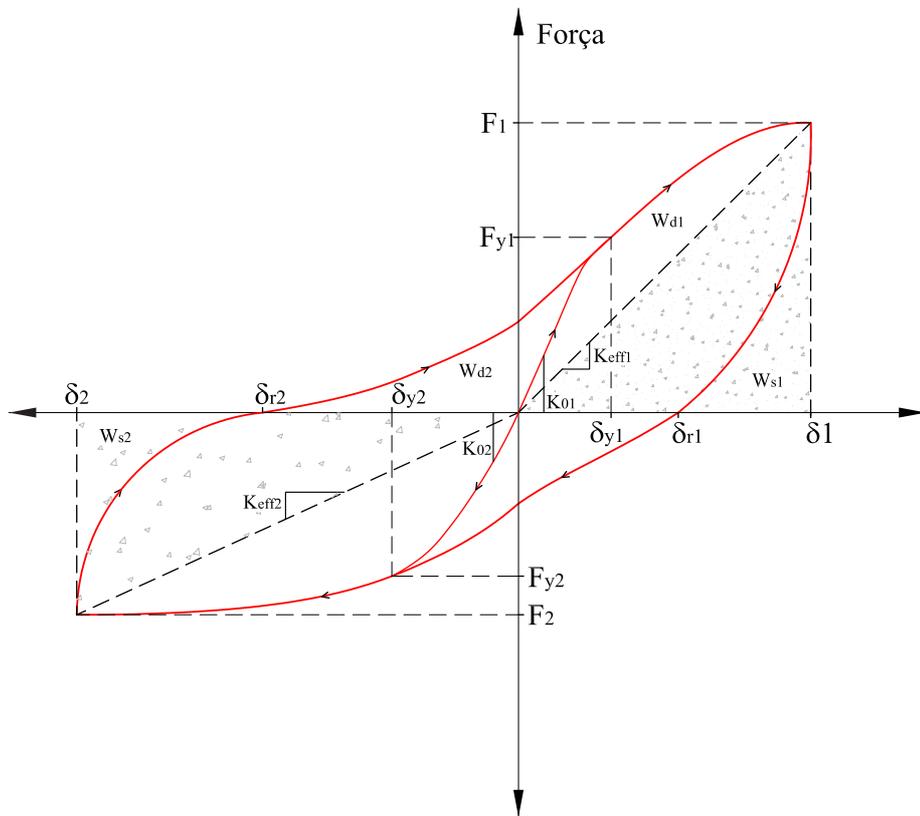


Figura 2.39: Índice de deformação residual (RDI), rácio do amortecimento viscoso equivalente ( $\xi_{eq}$ ) e rigidez efetiva ( $K_{eff}$ ) de ciclos histeréticos não simétricos



baseada numa expressão versátil de quatro parâmetros ( $E_1, E_2, f_0, n$ ), inicialmente proposta por Richard e Abbott, [44] e com os diversos parâmetros calibrados de acordo com os resultados experimentais apresentados no capítulo ??.

Assumindo a resposta bi-linear do betão armado confinado com FRP, a curva tensão-deformação é definida por:

$$f_c = \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{\left[1 + \left(\frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{f_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} + E_2\varepsilon_c \leq f_{cc} \quad (3.1)$$

A rigidez do primeiro ramo considera-se idêntica à do betão armado, uma vez que o colete de FRP tem um comportamento passivo, só sendo activado para um nível de deformação lateral semelhante à da tensão máxima do betão não confinado. Assim, a rigidez do primeiro ramo toma a expressão (com  $f_D$  em MPa):

$$E_1 = 3950 \times 10^3 \times \sqrt{f_D} \quad (3.2)$$

adaptada de Ahmad e Shah [1], em que  $f_D$  corresponde à tensão dada pela expressão seguinte:

$$f_D = \frac{1,5 + \frac{D}{h}}{2} \times f_{c0} \quad (3.3)$$

a qual tenta representar o efeito de escala existente entre a resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos ( $f_{c0}$ ) de diferentes dimensões e foi inicialmente proposta num relatório técnico da Concrete Society [11].

A rigidez do segundo ramo,  $E_2$ , foi calibrada experimentalmente como função da rigidez do confinamento, conforme se pode observar nas Figuras 3.2 e 3.3, utilizando os modelos de 250 mm de diâmetro de betão simples ou armado reforçados com uma a quatro camadas de CFRP (capítulo ??) e dois modelos de betão armado com 400 mm de diâmetro ensaiados por Stijn Matthys [28].

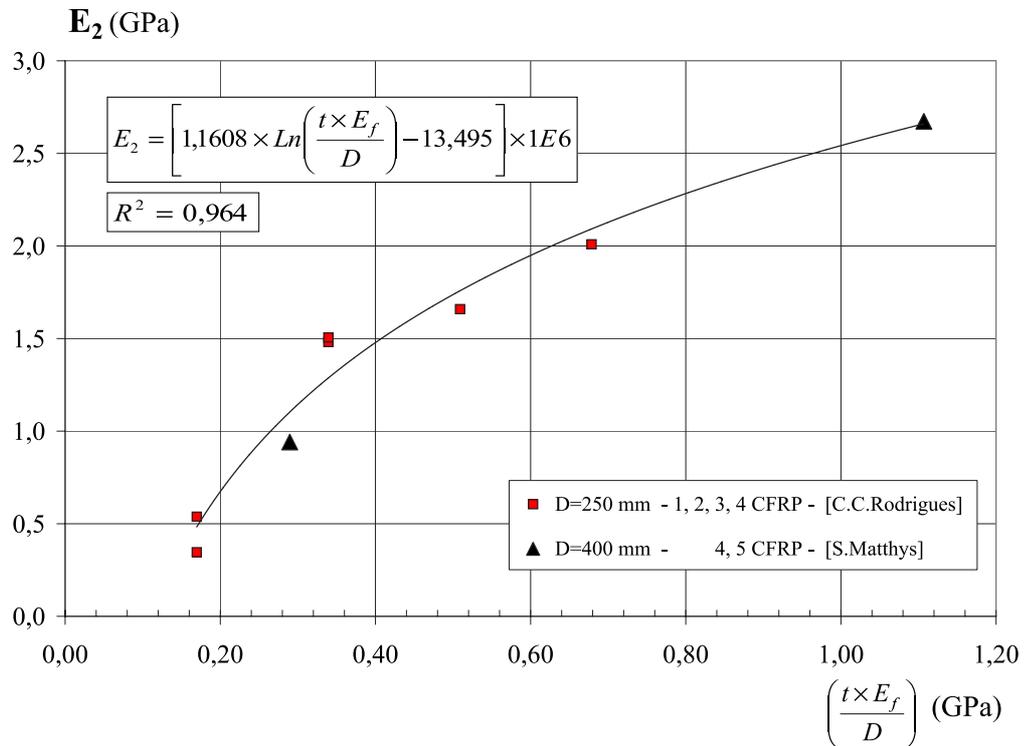
O valor de  $E_2$  pode ser escolhido de uma das quatro expressões indicadas nas Figuras 3.2 a 3.3, em função do tipo de coluna e reforço pretendido. Nos exemplos apresentados optou-se por escolher o valor de  $E_2$  baseado na expressão representada na Figura 3.3 i) (considerando  $E_f$  em  $\frac{N}{m^2}$ ,  $t$  e  $D$  em m):

$$E_2 = \left[ 1,1655 \times Ln \left( \frac{t \times E_f}{D} \right) - 13,5749 \right] \times 10^6 \quad (3.4)$$

A calibração das curvas através dos ensaios experimentais realizados permitiu estimar o valor da tensão  $f_0$  como sendo  $1,65 \times f_D$  e estabelecer o valor de  $n=2$ .

A resistência máxima do betão confinado ( $f_{cc}$ ) está relacionada com  $f_D$  e  $f_l$  através de uma das expressões indicadas nas Figuras 3.4 a 3.6, em função do tipo de coluna e reforço pretendido. Estas expressões foram calibradas através dos ensaios experimentais realizados (capítulo ??), a que se adicionaram quatro modelos de betão armado com a relação  $h/D=5$ : os dois já referidos, reforçados com 4 e 5 CFRP e

## i) Colunas de betão armado reforçadas com CFRP



## ii) Colunas de betão armado reforçadas com CFRP ou GFRP

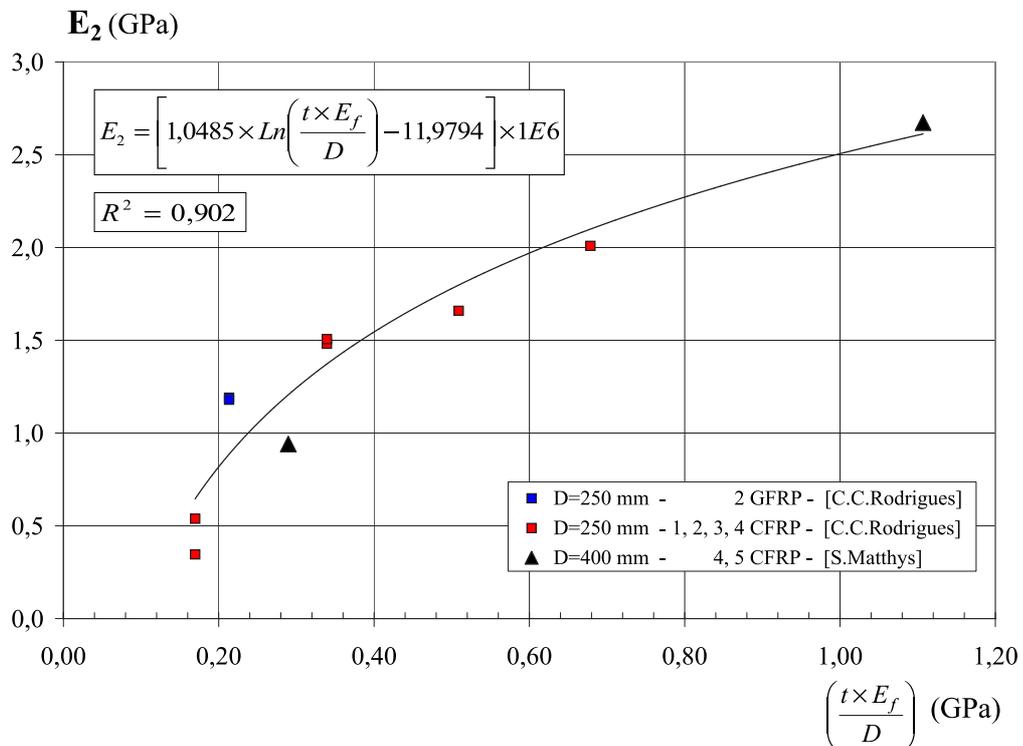
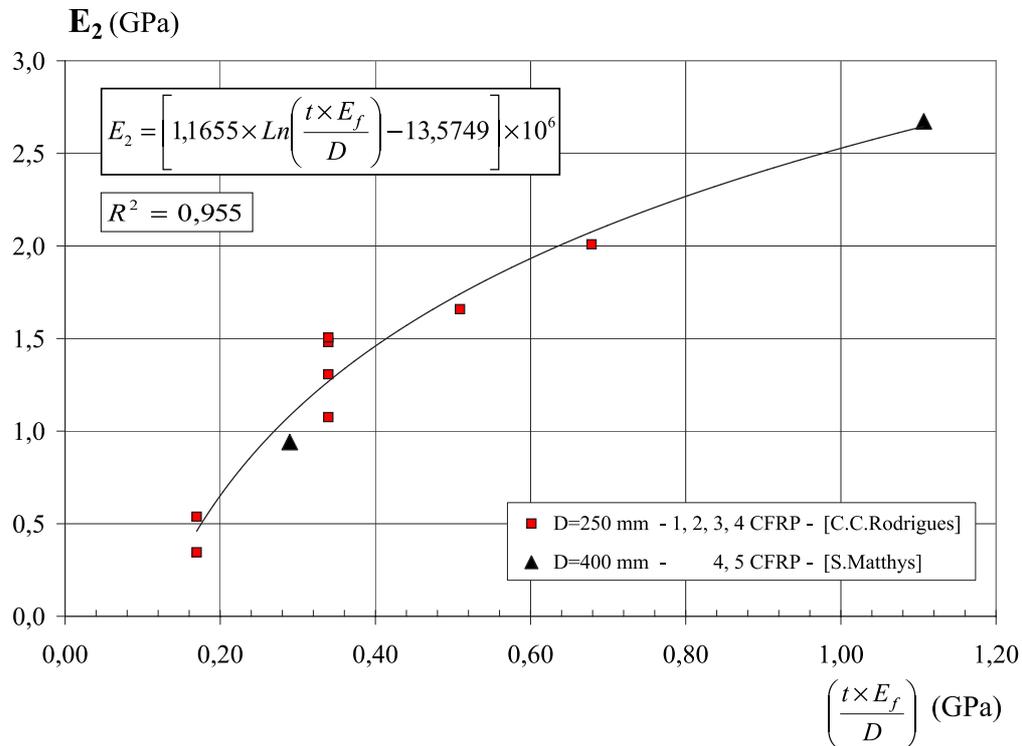


Figura 3.2: Parâmetro  $E_2$  - calibração experimental com modelos de 250 e 400 mm de betão armado reforçados com CFRP ou GFRP

## i) Colunas de betão simples ou armado reforçadas com CFRP



## ii) Colunas de betão simples ou armado reforçadas com CFRP ou GFRP

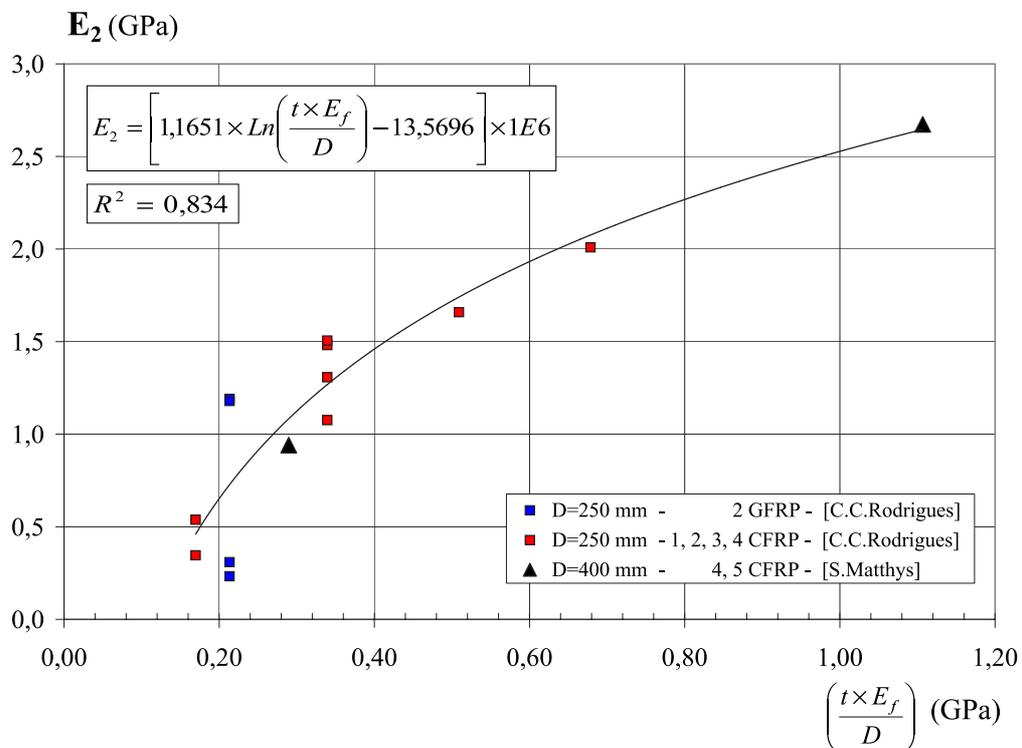


Figura 3.3: Parâmetro  $E_2$  - calibração experimental com modelos de 250 e 400 mm de betão simples ou armado reforçados com CFRP ou GFRP

ensaiados por Stijn Matthys [28], e outros dois, reforçados com 2 CFRP e ensaiados por Raquel de Paula [36].

A expressão que melhor se adapta, de uma forma genérica, a colunas de betão armado reforçadas com CFRP ou GFRP e com diâmetros entre 150 e 400 mm é a da Figura 3.6i), a qual se pode reescrever da seguinte forma:

$$f_{cc} = 1,53 \times f_D + 3,664 \times f_l \quad (3.5)$$

e permite determinar o valor de  $\varepsilon_l$  na rotura ( $\varepsilon_{lu}$ ), caso se conheça o valor da tensão máxima do betão confinado,  $f_{cc}$ , e considerando que  $f_l$  é dado pela expressão seguinte:

$$f_l = \frac{2 \times f_f \times t}{D} = \frac{2 \times E_f \times \varepsilon_l \times t}{D} \quad (3.6)$$

vindo, então:

$$\varepsilon_l = \frac{D}{2 \times t \times E_f} \times \left( \frac{f_{cc} - 1,53 \times f_D}{3,664} \right) \quad (3.7)$$

Uma boa aproximação do valor da tensão máxima do betão confinado,  $f_{cc}$ , pode ser obtida igualando as expressões 3.1 e 3.8, conforme se pode constatar graficamente na Figura 3.9. A expressão 3.8 representa a recta que passa pelos pontos  $(\varepsilon_{lu}, 0)$  e  $(\varepsilon_{c0}, f_D)$  e que intersecta a curva tensão-deformação no ponto  $(\varepsilon_{cc}, f_{cc})$  correspondente à rotura:

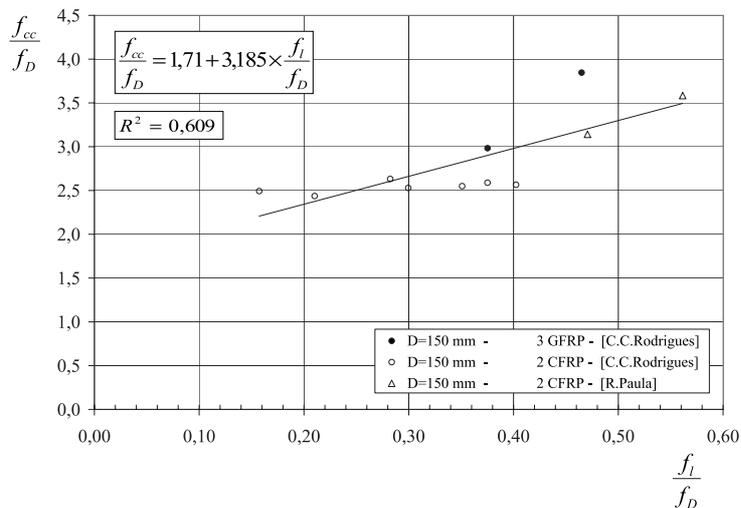
$$f_c = \left( \frac{\varepsilon_{lu} + \varepsilon_c}{\varepsilon_{lu} + \varepsilon_{c0}} \right) \times f_D \quad (3.8)$$

O valor de  $\varepsilon_{cc}$  pode ser determinado por:

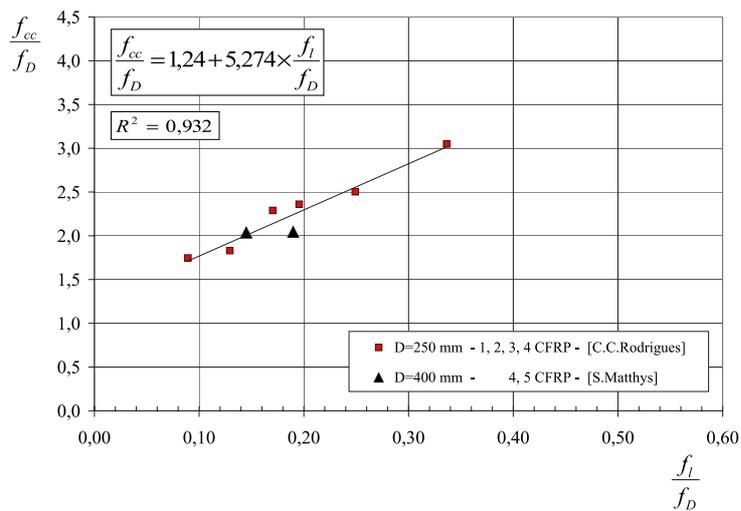
$$\varepsilon_{cc} = \frac{f_{cc} - f_0}{E_2} \quad (3.9)$$

A rotura ocorre quando as extensões axiais no modelo atingem o valor estimado para a extensão axial na rotura,  $\varepsilon_{cc}$ .

i) Betão armado, D=150 mm, reforço com CFRP ou GFRP



ii) Betão armado, D=250, 400 mm, reforço com CFRP



iii) Betão armado, D=250, 400 mm, reforço com CFRP ou GFRP

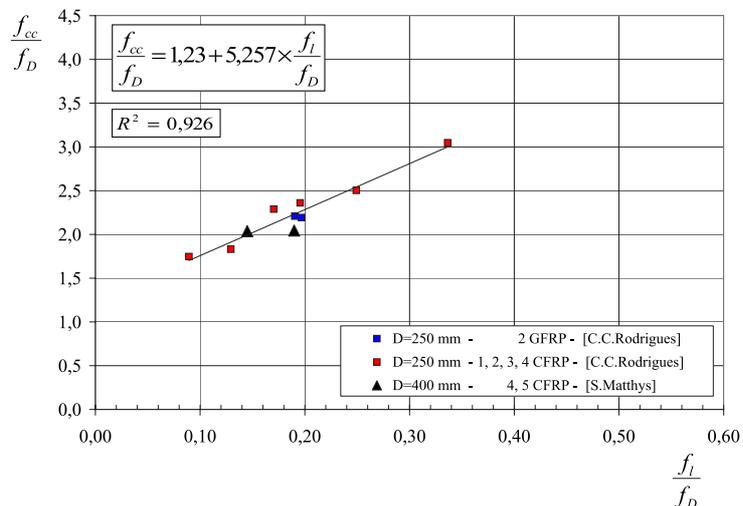
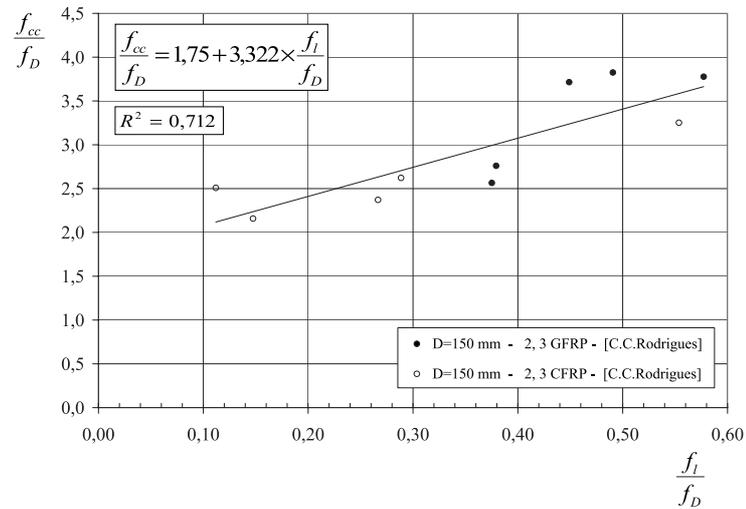
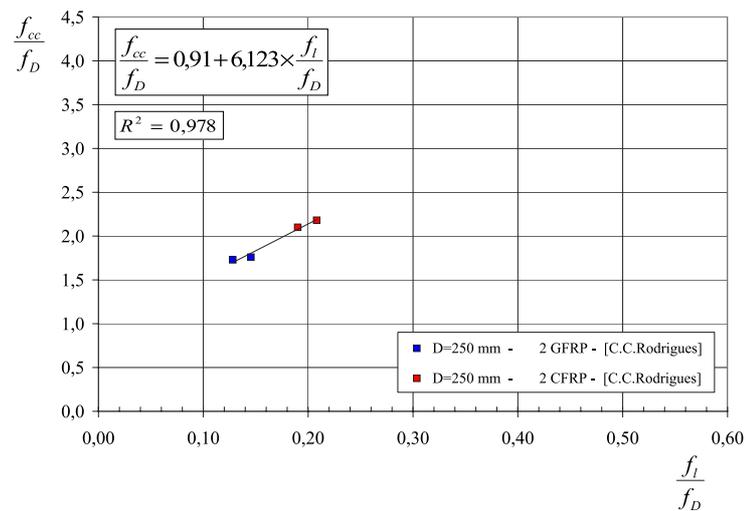


Figura 3.4: Relação entre  $f_{cc}$ ,  $f_D$  e  $f_l$ . Colunas de betão armado com 150, 250 e 400 mm, reforçadas com CFRP ou GFRP

i) Betão simples, D=150 mm, reforço com CFRP ou GFRP



ii) Betão simples, D=250 mm, reforçado com CFRP ou GFRP



iii) Betão simples, D entre 150 e 250 mm, reforço com CFRP ou GFRP

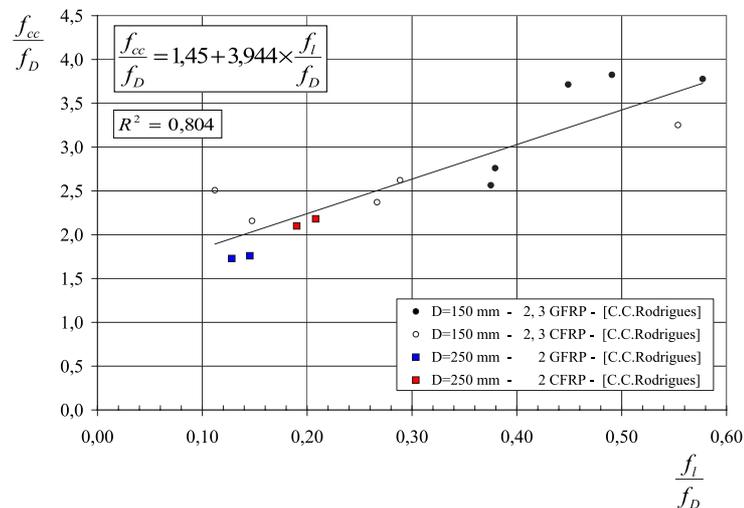
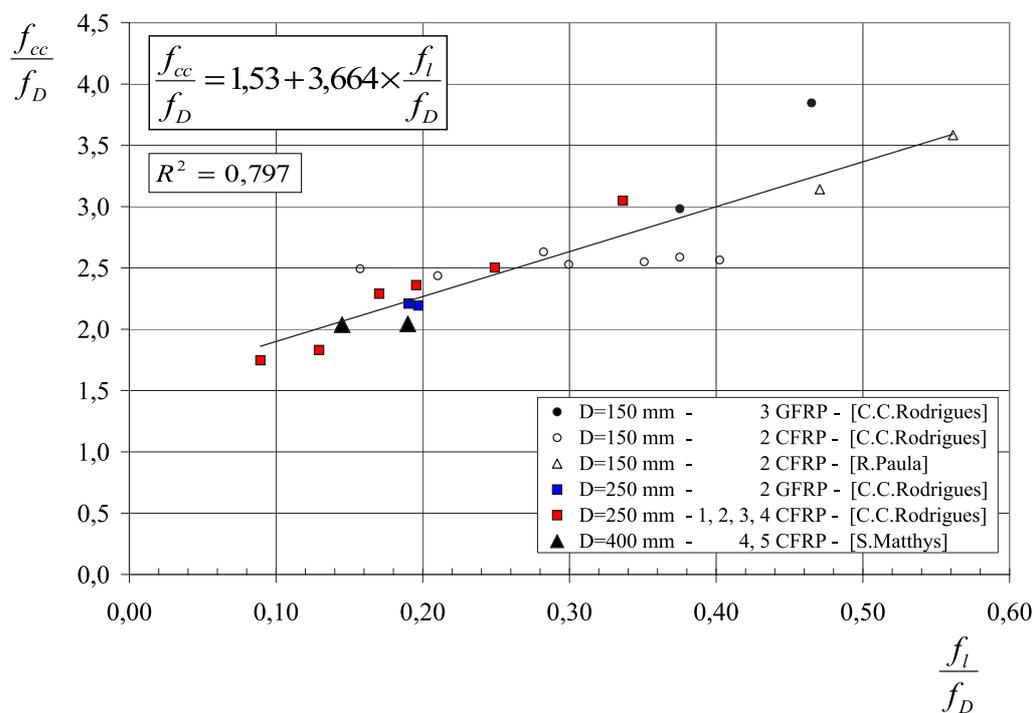


Figura 3.5: Relação entre  $f_{cc}$ ,  $f_D$  e  $f_l$ . Colunas de betão simples com 150, 250 e 400 mm, reforçadas com CFRP ou GFRP

i) Betão armado, D entre 150 e 400 mm, reforço com CFRP ou GFRP



ii) Betão simples ou armado, D entre 150 e 400 mm, reforço com CFRP ou GFRP

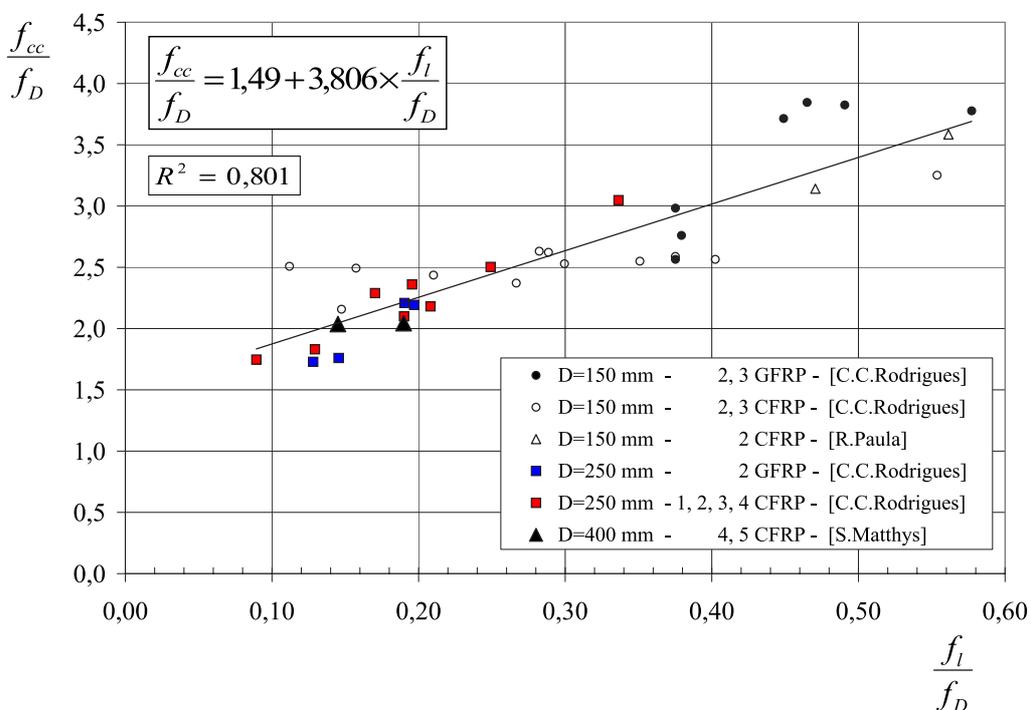


Figura 3.6: Relação entre  $f_{cc}$ ,  $f_D$  e  $f_l$ . Colunas de betão simples ou armado com D entre 150 e 400 mm, reforçadas com CFRP ou GFRP

### 3.1.2 Extensão lateral, $\varepsilon_l$

Nos ensaios experimentais, apesar de ocorrer a rotura do FRP, verificou-se que a sua extensão lateral média na rotura,  $\varepsilon_l$ , situava-se normalmente no intervalo entre 50% a 70% da extensão de rotura do FRP em provetes planos, razão pela qual foi necessário proceder às correlações entre  $f_{cc}$ ,  $f_D$  e  $f_l$  através das expressões indicadas nas Figuras 3.4 a 3.6 para poder estimar o valor de  $\varepsilon_{lu}$  no modelo proposto. Na análise de resultados dos ensaios observou-se que, em alguns casos, se consegue detectar num extensómetro a rotura do colete. Constata-se, contudo, tratar-se de um fenómeno local porque a extensão lateral média não sofre incremento significativo. Na literatura consultada não se encontram explicações que esclareçam cabalmente este fenómeno.

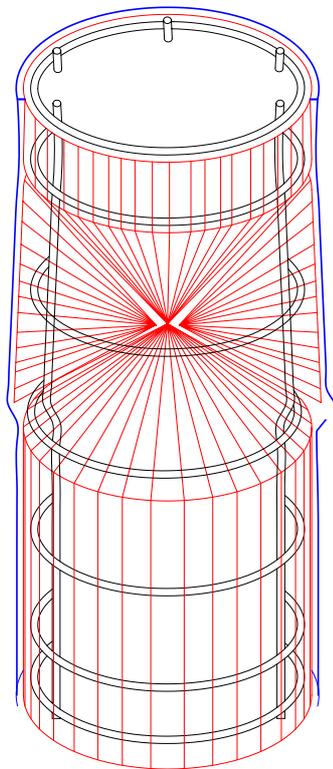


Figura 3.7: Esquema ilustrativo da forma de rotura dos modelos sujeitos a compressão axial

Considera-se, no entanto, que uma possível explicação para este fenómeno poderá estar associada à forma de rotura observada nos modelos ensaiados e que esquematicamente se ilustra na Figura 3.7. No esquema sugerido observa-se a formação de uma cunha de rotura com um determinado ângulo que, no critério de rotura de Mohr-Coulomb, corresponde ao ângulo de atrito interno do material,  $\phi$ . A cunha que se forma é semelhante à do betão simples ensaiado à compressão, com a diferença que no betão confinado esta cunha é contida pelo confinamento até ao momento em que ocorre a rotura. Assim sendo, o ângulo,  $\phi$ , corresponde ao ângulo

de ataque ao coleite, estando este, como consequência, sujeito a uma acção inclinada na extremidade da cunha, enquanto os extensómetros estão a medir uma extensão horizontal. Por este motivo os valores medidos da extensão lateral são inferiores aos valores obtidos em ensaios com provetes planos de FRP.

No sentido de obter as curvas de comportamento lateral que se indicam na Figura 3.9, determinaram-se os valores de  $n_\ell$ ,  $f_0$ ,  $E_{1\ell}$  e  $E_{2\ell}$  após calibração experimental:

$$n_\ell = 1,1 \quad (3.10)$$

$$f_0 = 1,65 \times f_D \quad (3.11)$$

$$E_{1\ell} = 10 \times E_1 \quad (3.12)$$

sendo  $E_{2\ell}$  obtido da Figura 3.8:

$$E_{2\ell} = 2,345 \times 10^{-3} \times \left( \frac{t \times E_f}{D} \right)^{1,61} \quad (3.13)$$

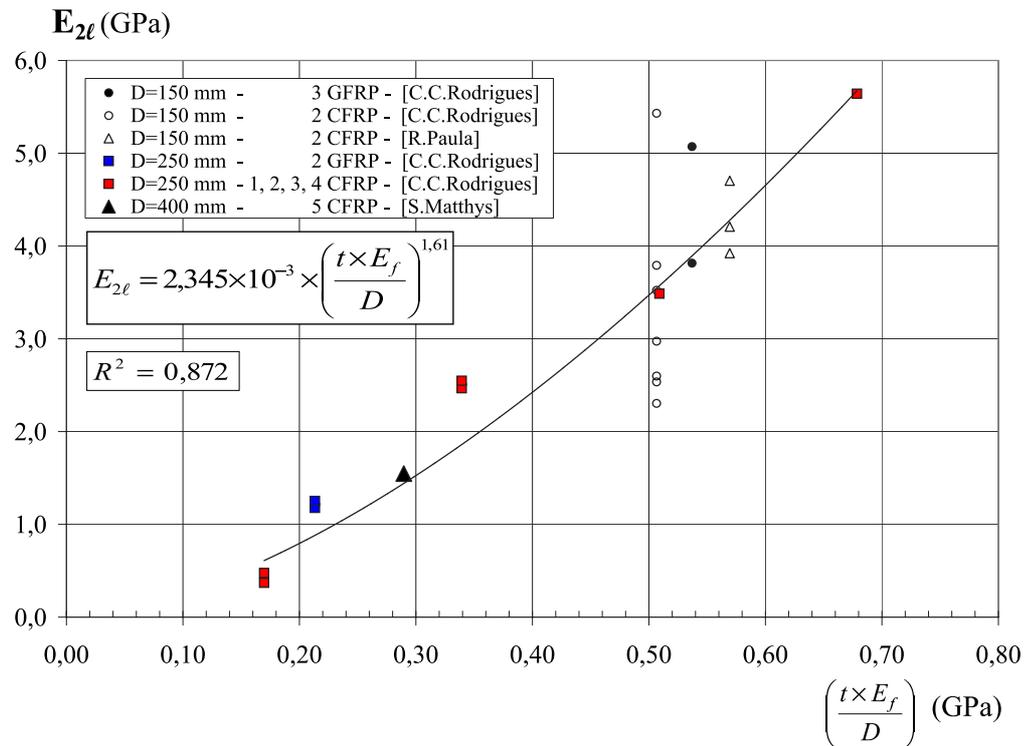
Uma boa aproximação da extensão lateral em função da extensão axial pode ser obtida da expressão 3.14 calibrada com base nos ensaios experimentais.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_c \leq 0,15\% \quad \Rightarrow \varepsilon_\ell = -0,1 \times \varepsilon_c \\ 0,15\% < \varepsilon_c \leq 0,5\% \quad \Rightarrow \varepsilon_\ell = -0,53 \times \varepsilon_c - 0,065 \\ 0,5\% < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{\ell u} \quad \Rightarrow \varepsilon_\ell = \kappa \times (\varepsilon_c - 0,5) - 0,2 \end{array} \right. \quad (3.14)$$

com:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{\ell u} + 0,2}{\varepsilon_{cc} - 0,5} \quad (3.15)$$

## i) Colunas de betão armado reforçadas com CFRP ou GFRP



## ii) Colunas de betão simples ou armado reforçadas com CFRP ou GFRP

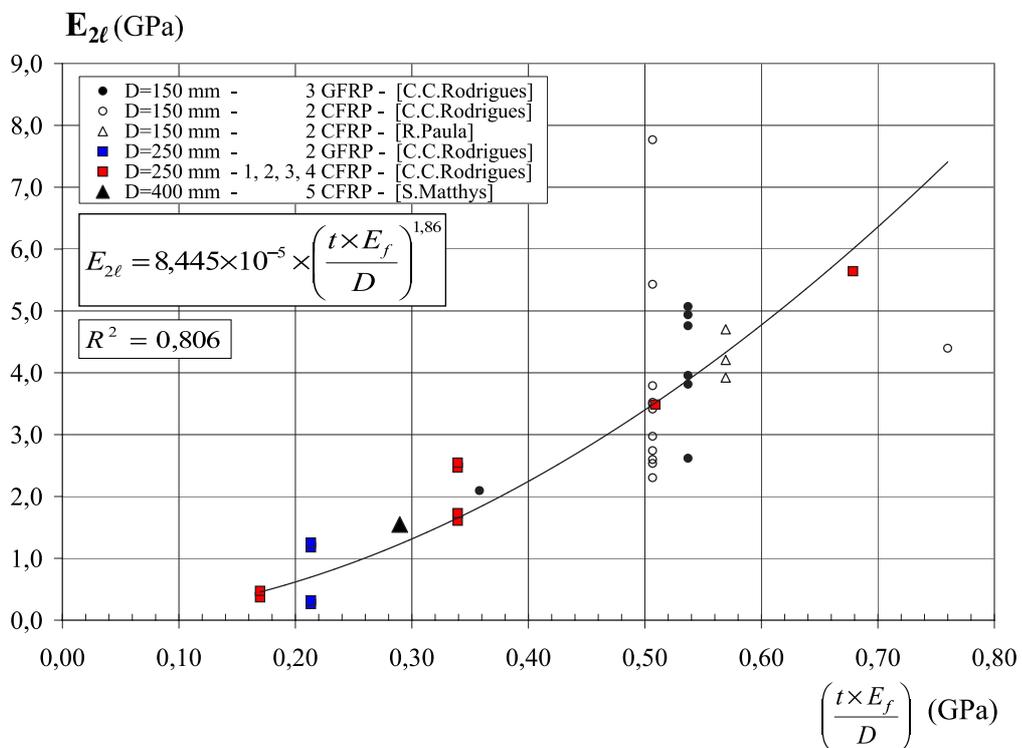


Figura 3.8: Parâmetro  $E_{2\ell}$  - calibração experimental com modelos de 150, 250 e 400 mm de betão simples ou armado reforçados com CFRP ou GFRP

### 3.1.3 Comparação do modelo proposto com os resultados experimentais e com os modelos de outros autores

Por forma a poder demonstrar a validade do modelo proposto procedeu-se à sua implementação. Na Figura 3.9 encontram-se indicados (a traço contínuo preto) os diagramas tensão-deformação de quatro colunas de betão armado com 250 mm de diâmetro e 750 mm de altura, reforçadas com uma a quatro camadas de CFRP e ensaiadas com a designação C41, C34, C43 e C44, respectivamente. Conjuntamente com estes diagramas encontram-se representados os pontos que definem as correspondentes curvas obtidas através do modelo proposto, bem como o critério de rotura adoptado (a tracejado vermelho).

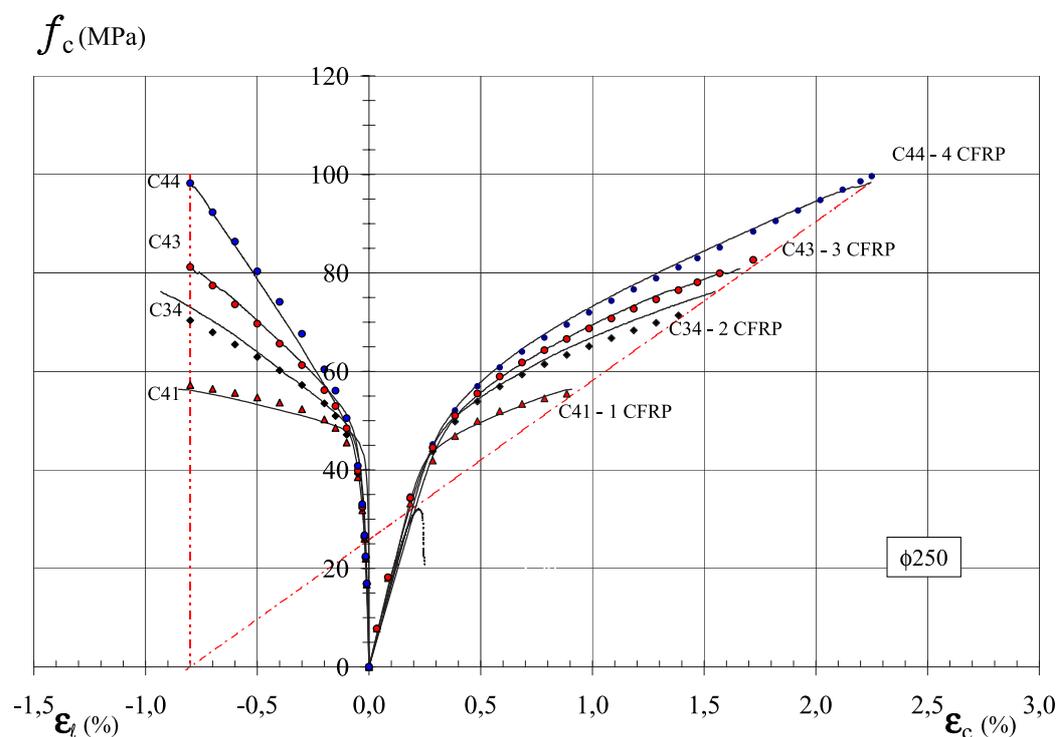


Figura 3.9: Comparação dos diagramas tensão-deformação obtidos pelo modelo proposto com os correspondentes modelos experimentais

A determinação do valor de  $\epsilon_{lu}$  (0,8%) foi baseada na expressão representada na Figura 3.4 ii), a qual se pode reescrever da seguinte forma:

$$\epsilon_l = \frac{D}{2 \times t \times E_f} \times \left( \frac{f_{cc} - 1,24 \times f_D}{5,274} \right) \quad (3.16)$$

O módulo de elasticidade do CFRP (241 GPa) e a tensão média de rotura do betão à compressão, à data dos ensaios (35,2 MPa), foram determinados experimentalmente. A espessura útil de cada camada do colete de FRP é de 0,176 mm.

A análise dos diagramas permite constatar uma excelente aproximação entre os resultados experimentais e os obtidos através do modelo proposto, quer em termos de andamento das curvas tensão-deformação, quer da estimativa da tensão máxima do betão confinado ou das correspondentes extensões axiais ou laterais no colete de CFRP.

Na Figura 3.10 encontra-se representada (a traço contínuo preto) a curva tensão-deformação da coluna de betão armado com 250 mm de diâmetro e 750 mm de altura, reforçada com quatro camadas de CFRP e ensaiada à compressão axial com a designação C44. Complementarmente, representam-se as curvas tensão-deformação obtidas através do modelo proposto pelo autor (a traço-ponto vermelho), bem como as curvas obtidas aplicando os modelos propostos por Spoelstra [55] e Samaan [50] à simulação do comportamento da coluna C44.

A comparação com os modelos propostos por Spoelstra [55] e Samaan [50] demonstra o bom desempenho obtido pelo modelo proposto pelo autor.

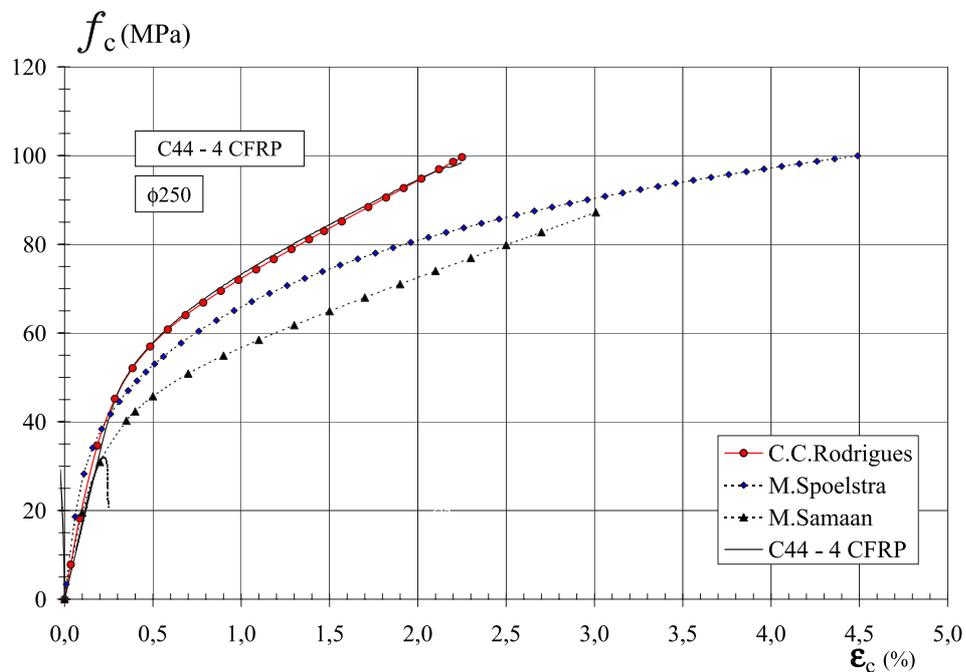


Figura 3.10: Comparação do modelo proposto com os modelos apresentados por outros autores



- Os ramos descendentes, correspondentes à descarga, para  $\varepsilon_c \geq 0,15\%$  partindo do ponto de inflexão de coordenadas  $(\varepsilon_A, f_A)$  são definidos por:

$$\begin{cases} \varepsilon > \varepsilon_A - \varepsilon_\alpha & \Rightarrow f = \frac{E_3^2}{4 \times f_{cc}} (\varepsilon - \varepsilon_A - \varepsilon_\alpha)^2 \leq f_c \\ \varepsilon \leq \varepsilon_A - \varepsilon_\alpha & \Rightarrow f = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

sendo  $f_c$  o valor da tensão dado pela curva envolvente monotónica definida pela expressão 3.1 e

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_A - \frac{2\sqrt{f_{cc} \times f_A}}{E_3} \quad (3.18)$$

- Para ramos de carga ascendentes a partir de um ponto de inflexão  $(\varepsilon_B, f_B)$  indicado na Figura 3.11 a tensão é calculada por:

$$0 \leq f = \frac{E_4^2}{4 \times f_{cc}} (\varepsilon - \varepsilon_B + \varepsilon_\beta)^2 - E_4 \times (\varepsilon - \varepsilon_B + \varepsilon_\beta) \leq f_c \quad (3.19)$$

com:

$$\varepsilon_\beta = \frac{2}{E_4} \left( f_{cc} - \sqrt{f_{cc}(f_{cc} - f_B)} \right) \quad (3.20)$$

Após calibração experimental determinaram-se os valores de  $E_3$  e  $E_4$ :

$$E_3 = 17150 \times \left( \frac{t \times E_f}{D} \times \varepsilon_{lu} \right) \quad (3.21)$$

$$E_4 = 0,014 \times \left( \frac{E_f}{D} \right) \quad (3.22)$$

Na Figura 3.12 apresenta-se e compara-se a aplicação do modelo proposto para um ciclo de carga-descarga-recarga com os diagramas tensão-deformação das colunas de betão armado reforçadas com uma (C41) e duas camadas de CFRP (C40).

A observação dos diagramas da Figura 3.12 permite constatar a boa aproximação conseguida com o modelo proposto para acções cíclicas.

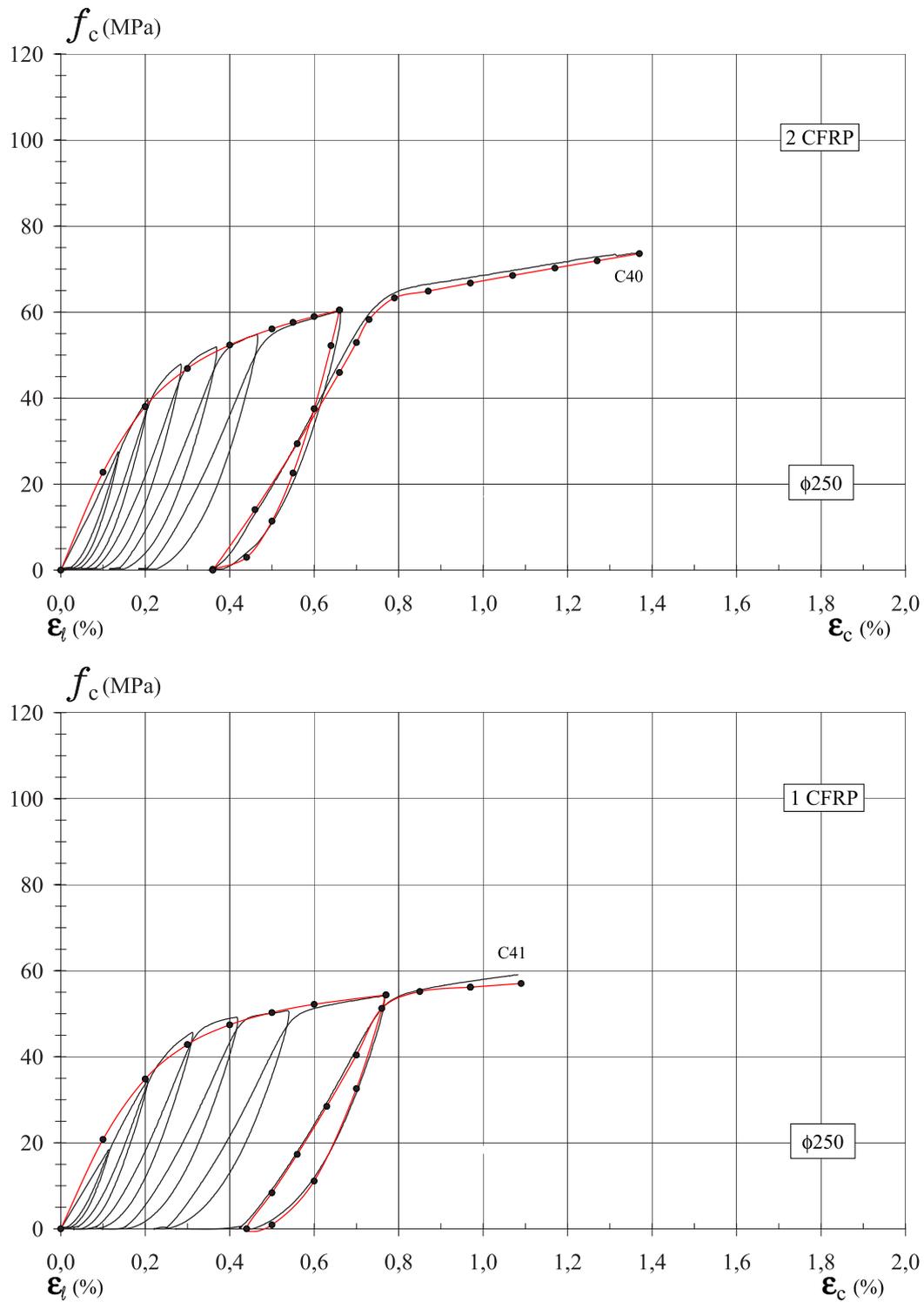


Figura 3.12: Diagramas tensão-deformação cíclica das colunas C40 e C41 e respectiva simulação do último ciclo obtida com o modelo proposto

## 3.2 Reforço de Pilares de Secção Circular à Flexão Composta

### 3.2.1 Modelo numérico desenvolvido

No sentido de modelar numericamente o comportamento à flexão composta de pilares de secção circular desenvolveu-se um modelo de fibras aliado ao método da rótula plástica.

No modelo desenvolvido a secção do pilar na base foi dividida em pequenos elementos de secção rectangular (filamentos). Admitiu-se que as secções se mantêm planas após a deformação e que entre cada elemento a deformação é aproximada linearmente, o que permitiu determinar o campo de extensões axiais na secção. Assim, para uma determinada curvatura da secção ( $\varphi$ ) e uma determinada deformação axial ( $\varepsilon_0$ ), a deformação de um qualquer filamento é dado por:

$$\varepsilon^i = \varepsilon_0 + \varphi \times y^i \quad (3.23)$$

e representa a equação de compatibilidade da secção.

Uma vez obtidas as extensões em cada filamento determinam-se as correspondentes tensões a partir das relações tensões-deformações dos diversos materiais (secção 3.2.2).

As equações de equilíbrio da secção são definidas, no caso dos pilares de betão armado, por:

$$N = \sum_{i=1}^{ns} f_s^i A_s^i + \sum_{i=1}^{ncr} f_{cr}^i A_{cr}^i + \sum_{i=1}^{ncn} f_{cn}^i A_{cn}^i \quad (3.24)$$

$$M = \sum_{i=1}^{ns} f_s^i A_s^i y_s^i + \sum_{i=1}^{ncr} f_{cr}^i A_{cr}^i y_{cr}^i + \sum_{i=1}^{ncn} f_{cn}^i A_{cn}^i y_{cn}^i \quad (3.25)$$

e, no caso dos pilares reforçados com FRP, por:

$$N = \sum_{i=1}^{ns} f_s^i A_s^i + \sum_{i=1}^{ncfrp} f_{cfrp}^i A_{cfrp}^i \quad (3.26)$$

$$M = \sum_{i=1}^{ns} f_s^i A_s^i y_s^i + \sum_{i=1}^{ncfrp} f_{cfrp}^i A_{cfrp}^i y_{cfrp}^i \quad (3.27)$$

sendo  $ns$  o número de varões de armadura longitudinal,  $ncr$  o número de filamentos do betão de recobrimento,  $ncn$  o número de filamentos de betão do núcleo cintado e  $ncfrp$  o número de filamentos de betão armado confinado com FRP.

Obtido o campo de deformações e tensões na secção obtém-se o campo de deslocamentos no topo do pilar utilizando o método da rótula plástica. Para tal recorreu-se à formulação proposta por Priestley e Park [41, 42] apresentada no capítulo 2, secção 2.2.2.

### 3.2.2 Modelos dos materiais

Os modelos adoptados para os materiais tiveram por base os valores obtidos nos ensaios experimentais. No modelo numérico dos pilares consideraram-se duas opções: a primeira correspondeu aos pilares de betão armado não reforçados e a segunda aos pilares de betão armado reforçados com coletes de FRP. Na primeira opção os materiais modelados foram o betão simples correspondente ao recobrimento do pilar, o betão armado e as armaduras longitudinais. Na segunda opção foi modelado o betão armado confinado com FRP e as armaduras longitudinais.

Assim, no betão simples do recobrimento consideraram-se os valores obtidos dos ensaios de caracterização do betão tipo BB, descritos no capítulo ??, tendo-se utilizado para a sua modelação o modelo proposto pelo Model Code 90 [31], referido na página 29.

No betão armado adoptou-se o modelo numérico proposto por Mander [27], referido na página 27, e calibrado de acordo com os resultados obtidos dos ensaios da coluna de betão armado C30 com 250 mm de diâmetro, apresentados no capítulo ?. O betão armado confinado com FRP foi modelado, considerando o modelo proposto na secção 3.1 e calibrado de acordo com os ensaios das colunas de betão armado reforçadas com 2 CFRP (C34) e 4 CFRP (C44), descritos no capítulo ?.

As armaduras longitudinais do pilar foram modeladas através do modelo simplificado indicado na Figura 3.14 e calibrado através dos resultados de caracterização do aço apresentados no capítulo ?.

Na Figura 3.13i) e ii) indicam-se os modelos adoptados para o betão simples (a azul) e para o betão armado (a vermelho), bem como a curva referente à coluna C30 (a preto).

Nas Figuras 3.13iii) a 3.13vi) encontram-se representadas a vermelho as curvas referentes às colunas reforçadas com 2 CFRP (C34) e 4 CFRP (C44), ensaiadas à compressão axial, e a tracejado o correspondente modelo. Encontram-se, igualmente, indicados nas Figuras 3.13iii) a 3.13vi) os diagramas tensão-deformação adoptados na zona comprimida da secção do modelo numérico dos pilares reforçados com FRP (exemplos de aplicação N5, N6, N7 e N10).

Os diagramas tensão-deformação adoptados nos modelos N5, N6, N7 e N10 para a zona comprimida da secção correspondem a um modelo do tipo bi-linear proposto na secção 3.1.1, em que se considera que existe degradação de rigidez provocada pelos ciclos histeréticos, representando este diagrama a envolvente monotónica desses ciclos. A degradação de rigidez foi determinada após calibração da resposta do modelo numérico com os ensaios experimentais, sendo esta a solução que melhor aproxima a resposta numérica da experimental.

Assim, o diagrama tensão-deformação adoptado para a zona comprimida da secção corresponde ao modelo proposto na secção 3.1.1, com  $f_c$  definido pela expressão 3.1 e com os parâmetros  $n$  e  $E_1$  a não sofrerem alterações, enquanto os parâmetros  $f_0$  e  $E_2$  são substituídos, respectivamente, pelos parâmetros  $f_{0f}$  e  $E_{2f}$  e contabilizam a degradação observada. Assim,

$$f_{0f} = \gamma \times f_0 \quad (3.28)$$

e

$$E_{2f} = -\gamma \times \frac{\rho_{f,1FRP}}{\rho_{f,nFRP}} \times E_2 \quad (3.29)$$

com:

$$\gamma = 0,8 \quad (3.30)$$

e

$$\rho_f = \frac{4 \times nc \times t}{D} \quad (3.31)$$

sendo  $t$  a espessura útil de uma camada de FRP,  $nc$  o número de camadas e  $\rho_f$  a respectiva percentagem de FRP.

### 3.2.3 Critério de rotura

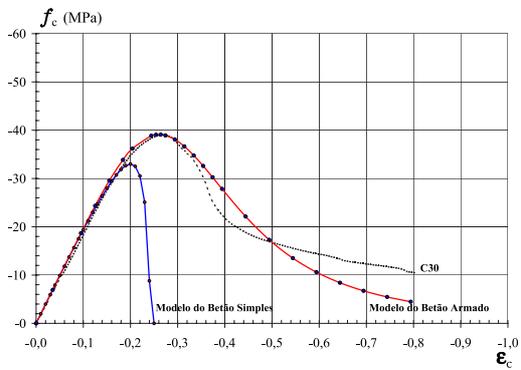
Considerou-se a rotura desde que se verificasse uma das seguintes condições:

- i)  $F < 0,85 \times F_{max}$
- ii) a rotura de um varão em tracção;
- iii) a rotura por esmagamento do betão do núcleo;
- iv) a densidade de energia de deformação do modelo sujeito a flexão composta atingisse a respectiva densidade de energia de deformação do modelo sujeito a compressão axial.

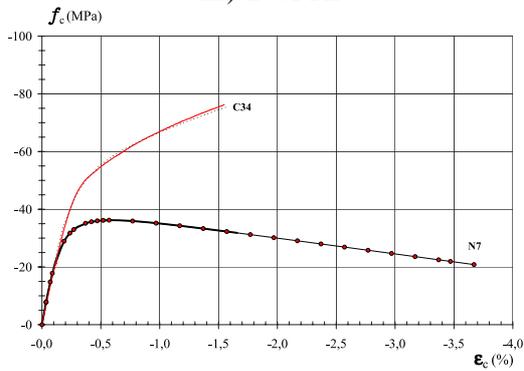
A primeira corresponde à condição aplicada durante os ensaios; a segunda e terceiras condições correspondem à rotura dos materiais aço e betão e a quarta condição refere-se a um critério que se adaptou bem ao verificado nos ensaios experimentais.

Como se constatou no capítulo ?? os modelos de betão armado confinados com FRP apresentam um comportamento dúctil com a envolvente monotónica do diagrama cíclico (força-deslocamento e momento-curvatura) a corresponder a um diagrama do tipo bi-linear com o segundo ramo formado por um patamar aproximadamente horizontal até à rotura do modelo. Deste modo, a condição de rotura i) em que se limita a força a 85% da força máxima não funciona bem em termos de modelo numérico, daí ter-se considerado a condição de rotura iv).

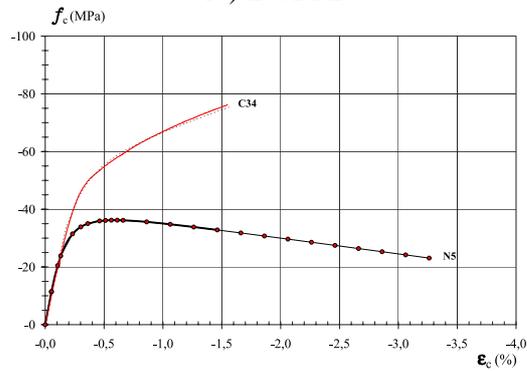
i) Betão simples e ii) betão armado



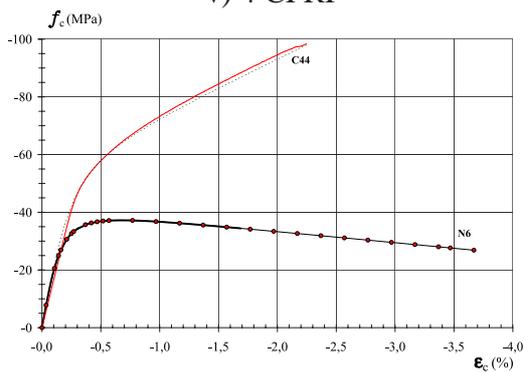
iii) 2 CFRP



iv) 2 CFRP



v) 4 CFRP



vi) 4 CFRP

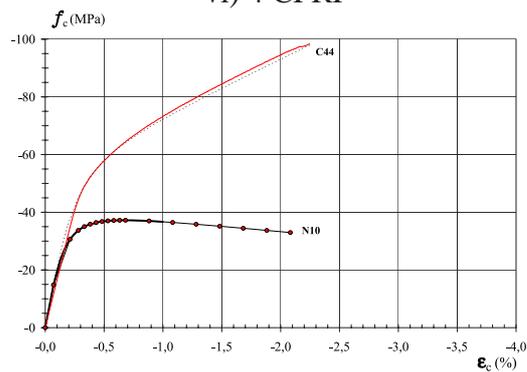


Figura 3.13: Diagramas tensão-deformação adoptados na zona comprimida da secção e comparação com os correspondentes modelos ensaiados à compressão axial

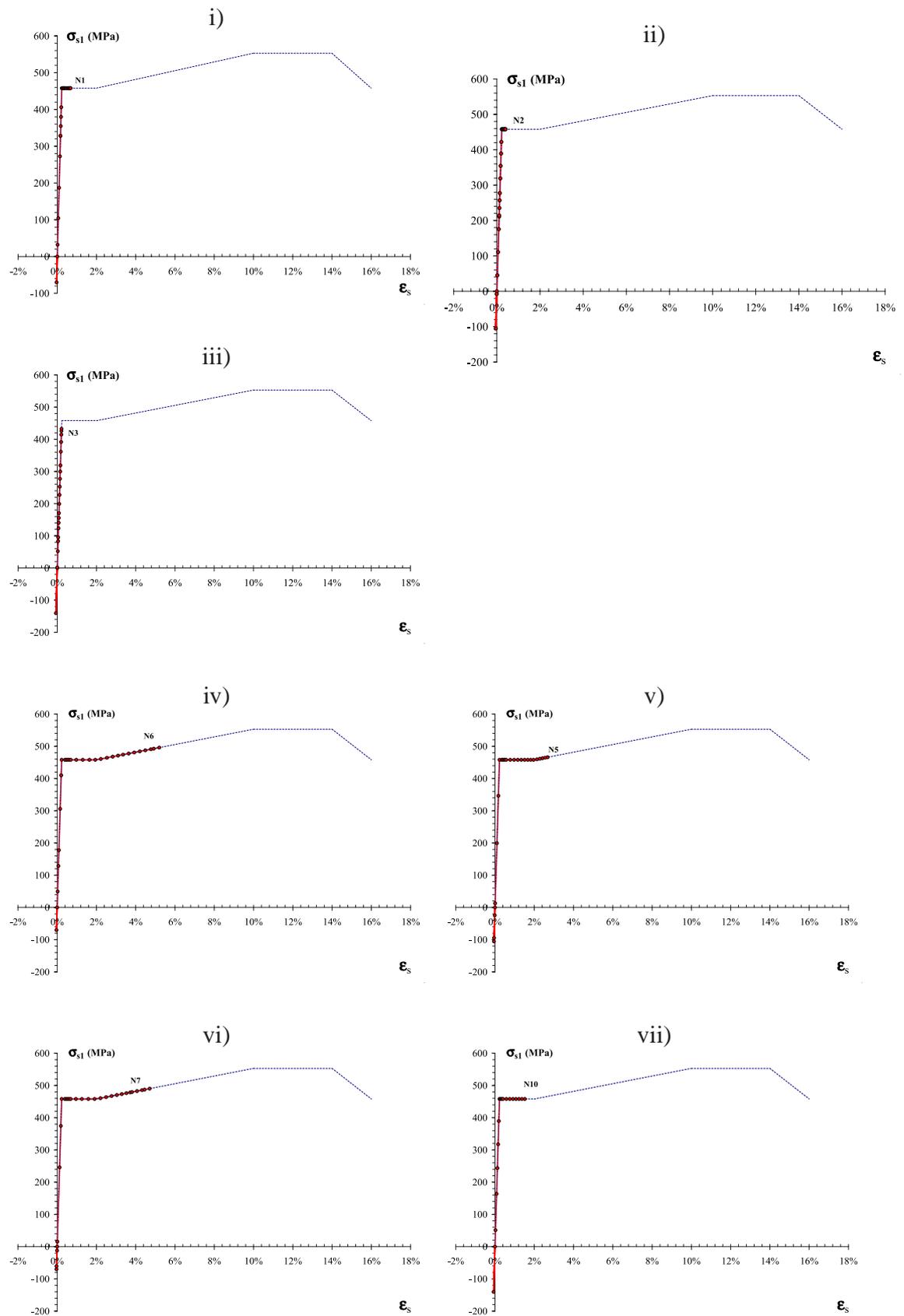


Figura 3.14: Diagrama tensão-deformação adoptado para o aço com a indicação do nível de tensão-deformação atingido pelas armaduras localizadas na zona da secção mais traccionada

### 3.2.4 Resultados do modelo numérico versus resultados experimentais

Com o modelo numérico desenvolvido elaboraram-se vários exemplos (N1 a N3, N5 a N7 e N10), cujos resultados em termos de diagramas força-deslocamento e momento-curvatura se comparam, nas Figuras 3.15 a 3.18, com a curva envolvente do diagrama histerético (força-deslocamento) ou com o diagrama momento-curvatura obtidos do ensaio experimental do pilar correspondente.

Os exemplos considerados foram, em termos de pilares não reforçados, o modelo N1 com um esforço axial de 400 kN ( $\nu = 0,5$ ), N2 com um esforço axial de 600 kN ( $\nu = 0,75$ ) e N3 com um esforço axial de 800 kN ( $\nu = 1,0$ ). Os modelos N2 e N3 não têm o correspondente pilar ensaiado experimentalmente.

Em termos de pilares reforçados com CFRP consideraram-se os exemplos N5 ( $\nu = 0,75$ ) e N7 ( $\nu = 0,5$ ) reforçados com 2 CFRP e os exemplos N6 ( $\nu = 0,5$ ) e N10 ( $\nu = 1,0$ ) reforçados com 4 CFRP e que se podem comparar com os respectivos pilares P5, P7, P6 e P10.

Nas Figuras 3.21 a 3.23 é possível observar e comparar a evolução dos diagramas de deformação na secção aquando da cedência, na força máxima e na rotura dos modelos.

É de realçar o facto de no modelo N3 se ter considerado a cedência para as armaduras em compressão enquanto as armaduras em tracção não chegaram a atingir a cedência. No correspondente modelo reforçado (N10) as extensões em compressão e em tracção são relativamente baixas, uma vez que as deformações não se concentram tanto ao nível da rótula plástica e se distribuem mais em altura.

Nas Figuras 3.24 a 3.26 indicam-se os diagramas de tensão no betão no momento da cedência das armaduras, na força máxima e na rotura dos modelos. É interessante observar o andamento dos diagramas correspondentes aos exemplos N1 a N3 não reforçados, em que o esforço normal reduzido aumentou de 0,5, sucessivamente por 0,75 e 1,0.

É possível realizar o mesmo tipo de comparação nas Figuras 3.25 a 3.26 com os exemplos N7 ( $\nu = 0,5$ ) e N5 ( $\nu = 0,75$ ) reforçados com 2 CFRP e N6 ( $\nu = 0,5$ ) vs N10 ( $\nu = 1,0$ ) reforçados com 4 CFRP.

Embora as extensões de compressão e de tracção sejam bastante superiores nos exemplos N6 e N10 comparativamente com N1 ( $\nu = 0,5$ ), verificou-se que a profundidade da linha neutra na rotura no exemplo N6 é bastante inferior à do N1 e que no exemplo N10 é da mesma ordem de grandeza do exemplo N1.

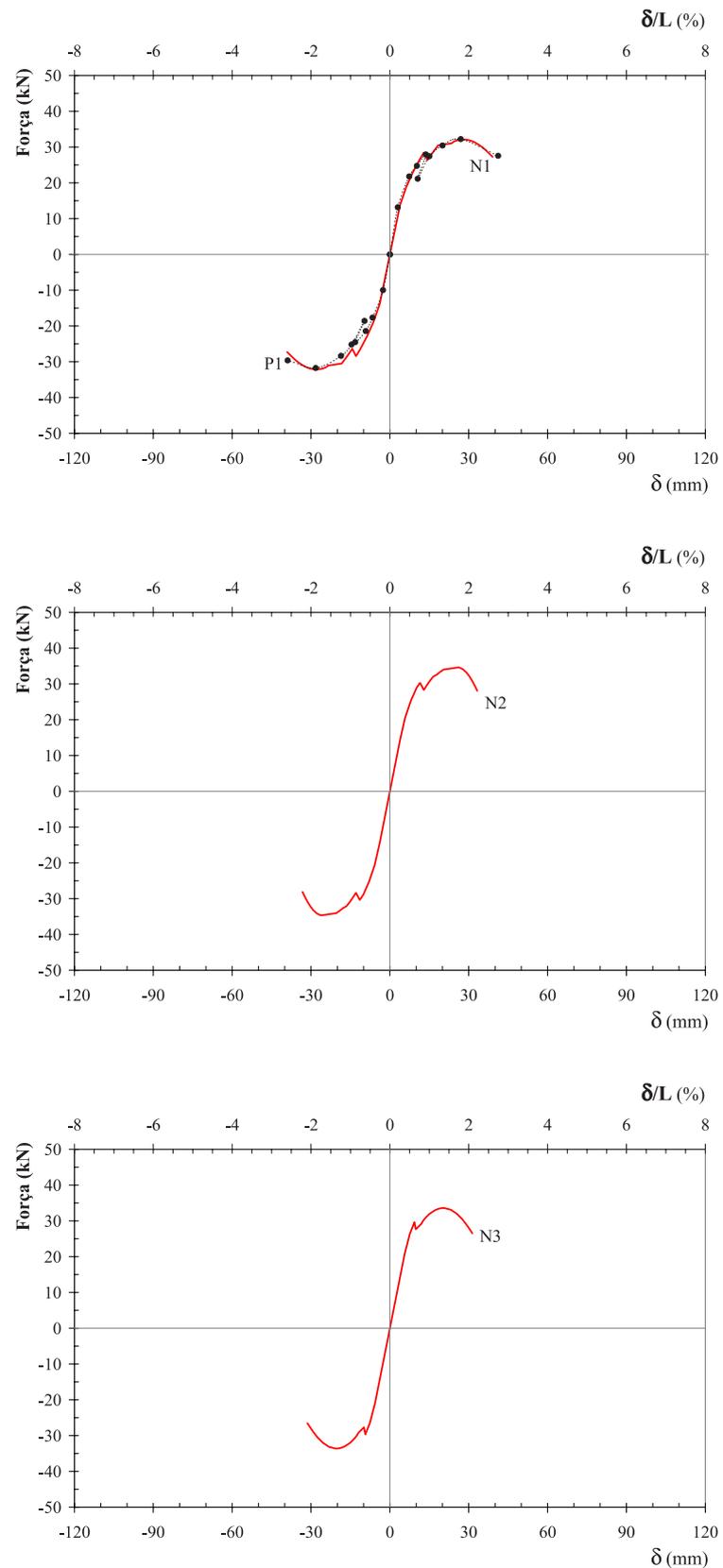


Figura 3.15: Diagramas força-deslocamento dos modelos N1 ( $N=400\text{kN}$ ), N2 ( $N=600\text{kN}$ ) e N3 ( $N=800\text{kN}$ ), não reforçados. Comparação entre o modelo N1 e a envolvente do diagrama histerético obtida do ensaio experimental do modelo P1

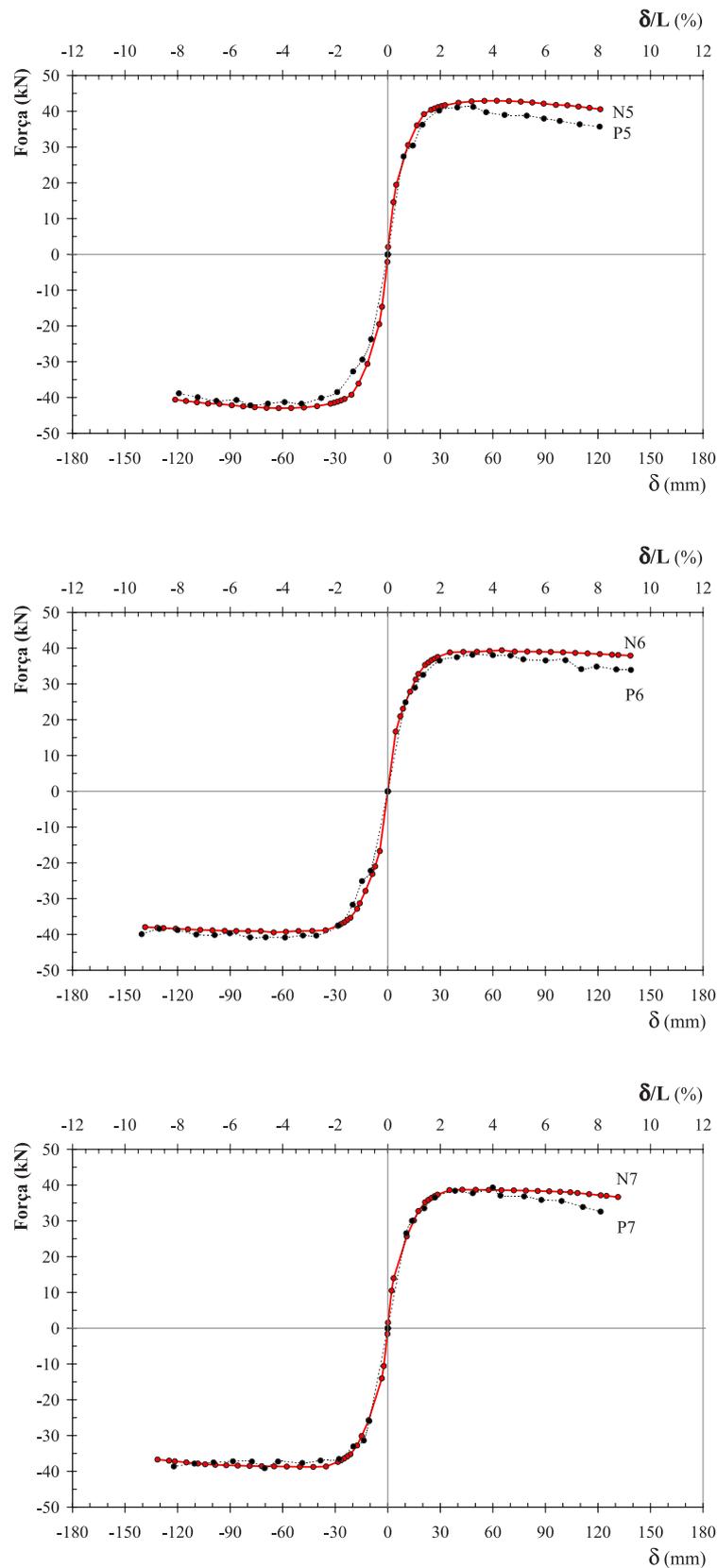


Figura 3.16: Diagramas força-deslocamento dos modelos reforçados com 2 CFRP, N7 (N=400kN), N5 (N=600kN) e com 4 CFRP, N6 (N=400kN). Comparação com a envolvente do diagrama histerético obtida do respectivo ensaio experimental

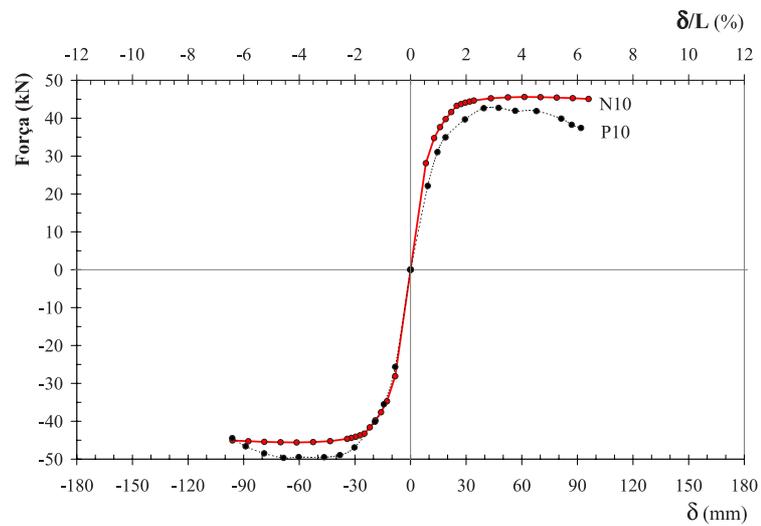


Figura 3.17: Diagrama força-deslocamento do modelo N10 (N=800kN) reforçado com 4 CFRP. Comparação com a envolvente do diagrama histerético obtida do ensaio experimental do modelo P10

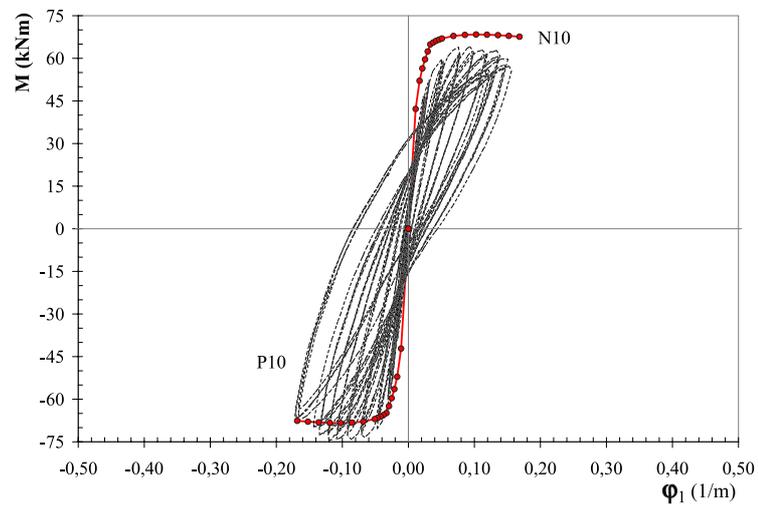


Figura 3.18: Diagrama momento-curvatura do modelo N10 (N=800kN) reforçado com 4 CFRP. Comparação com o diagrama obtido do ensaio experimental do modelo P10

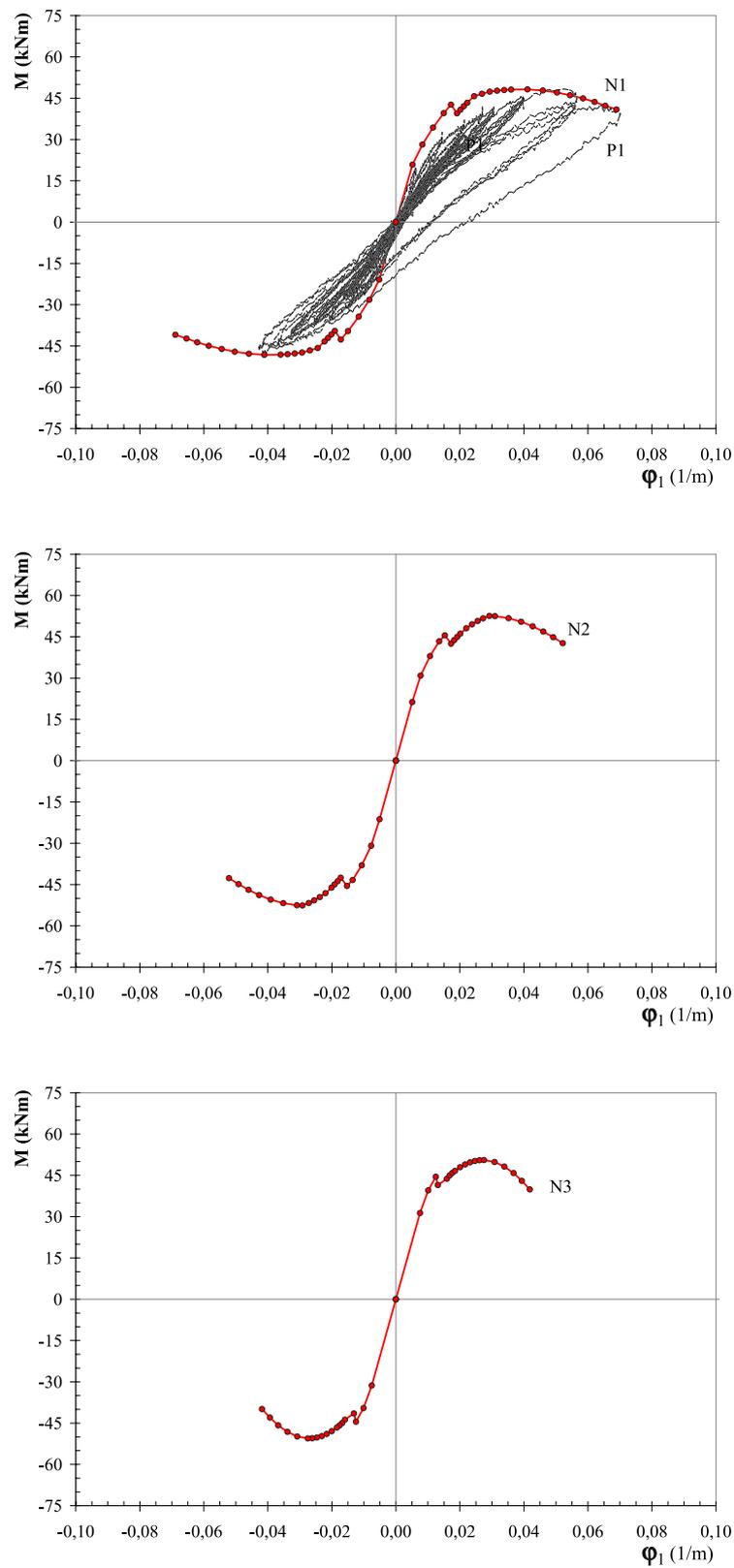


Figura 3.19: Diagramas momento-curvatura dos modelos N1 ( $N=400\text{kN}$ ), N2 ( $N=600\text{kN}$ ) e N3 ( $N=800\text{kN}$ ), não reforçados. Comparação entre o modelo N1 e o diagrama obtido do ensaio experimental do modelo P1

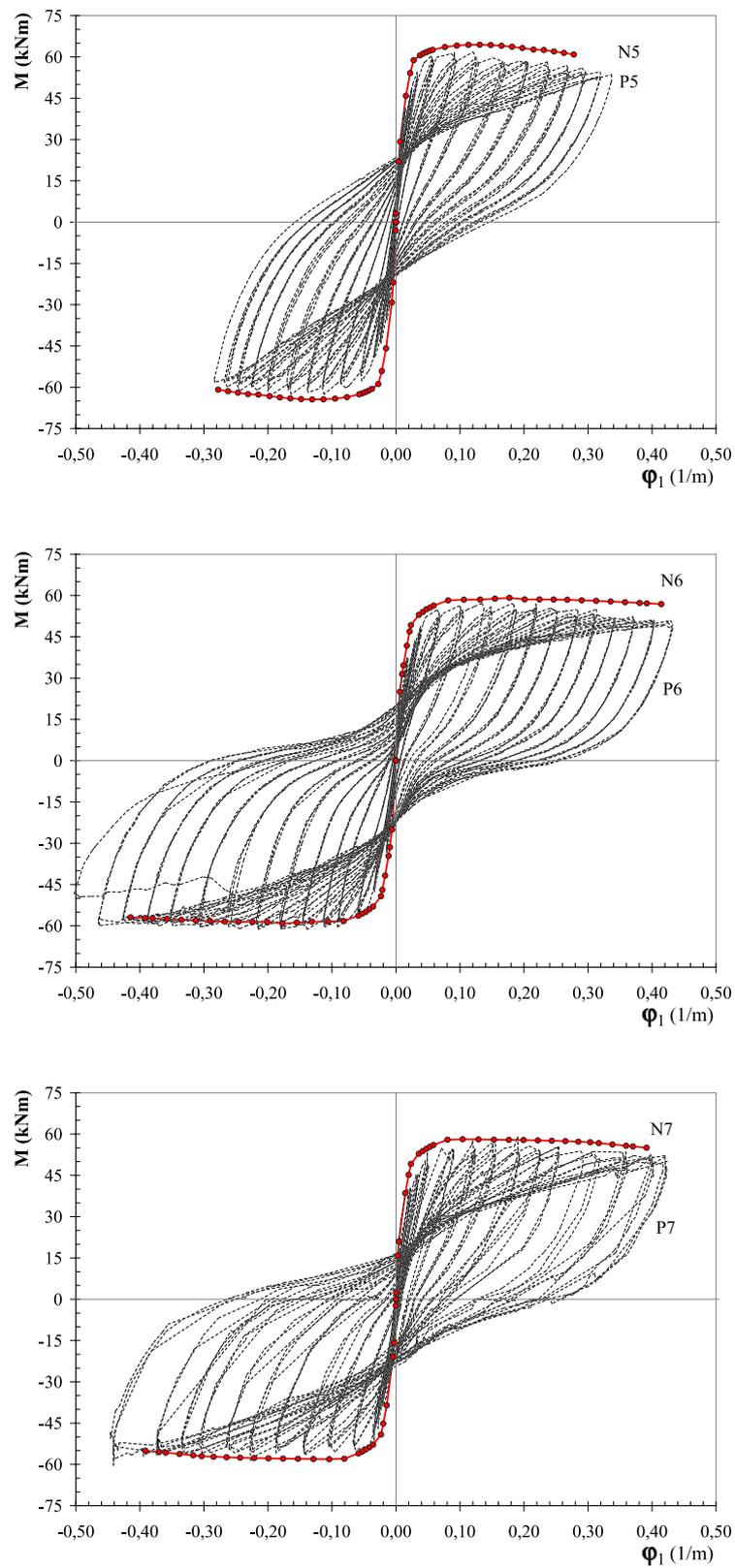
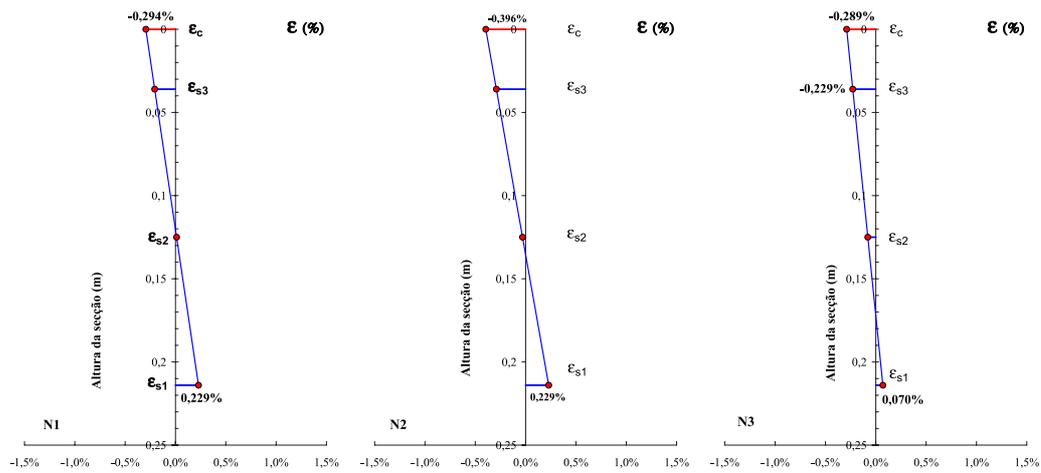
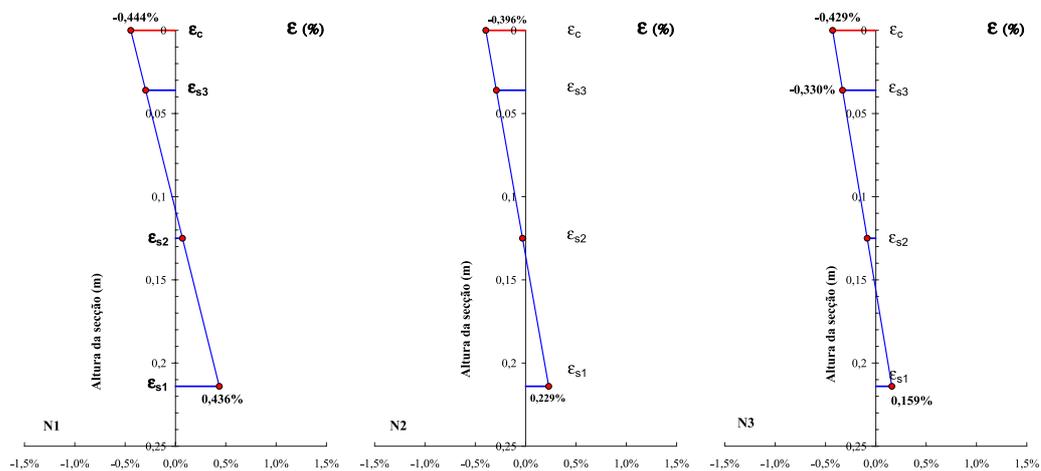


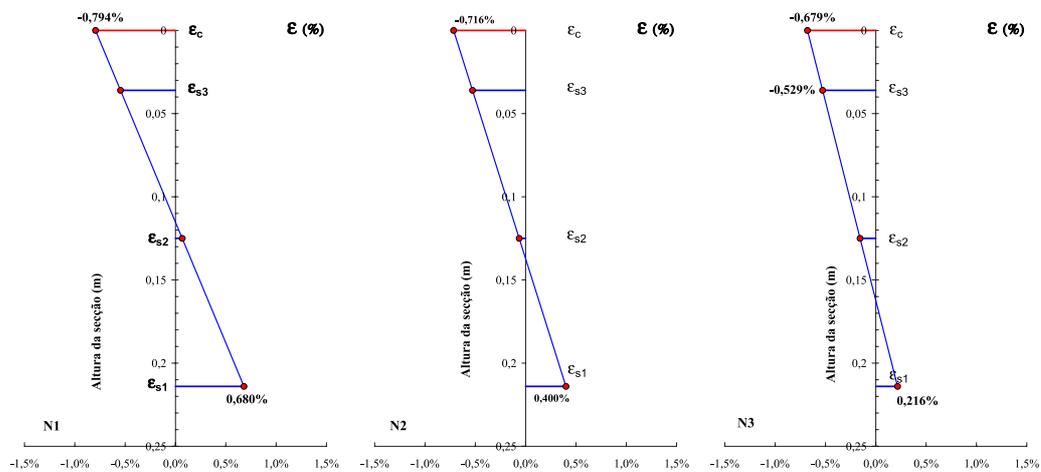
Figura 3.20: Diagramas momento-curvatura dos modelos reforçados com 2 CFRP, N7 (N=400kN), N5 (N=600kN) e com 4 CFRP, N6 (N=400kN). Comparação com o diagrama obtido do respectivo ensaio experimental



Deformação na cedência

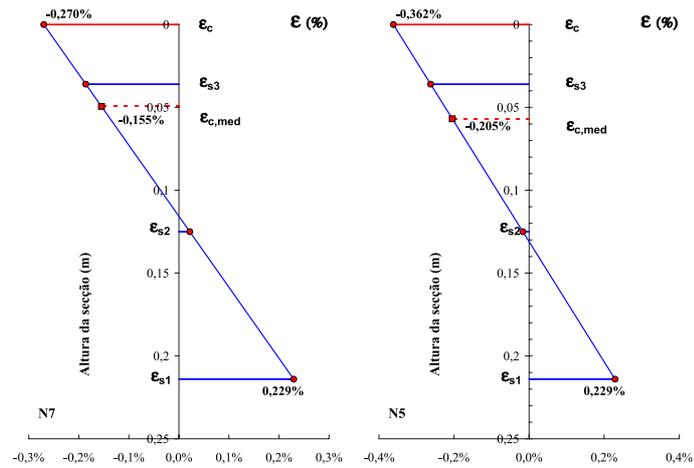


Deformação na força máxima

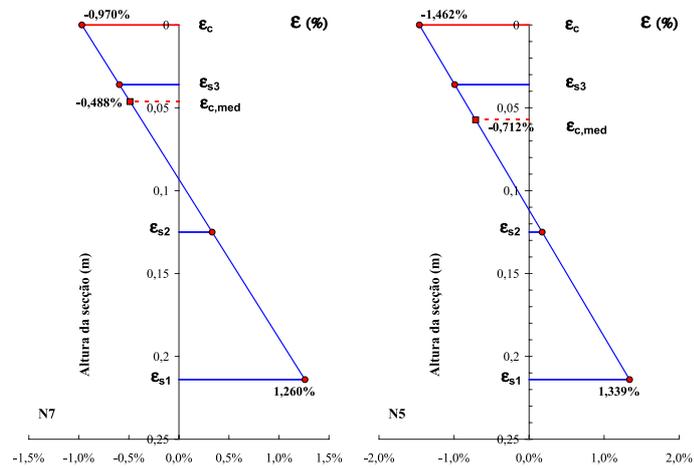


Deformação na rotura

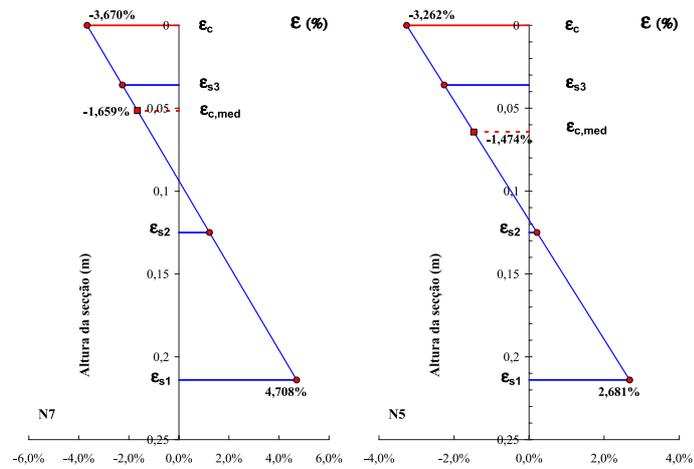
Figura 3.21: Diagramas da deformação da secção na cedência, na força máxima e na rotura dos modelos N1 ( $N=400\text{kN}$ ), N2 ( $N=600\text{kN}$ ) e N3 ( $N=800\text{kN}$ )



Deformação na cedência

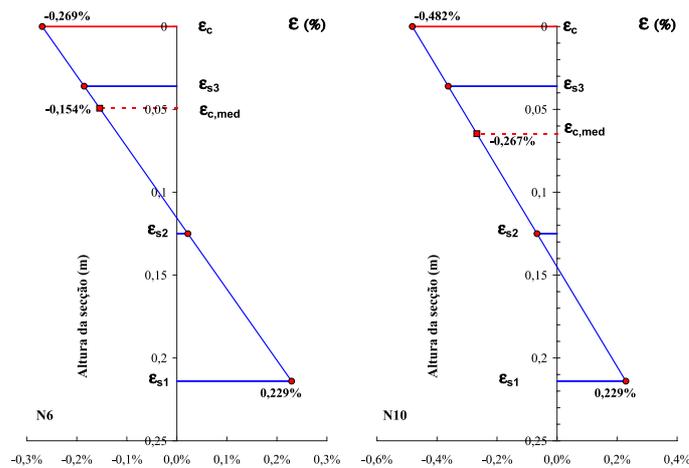


Deformação na força máxima

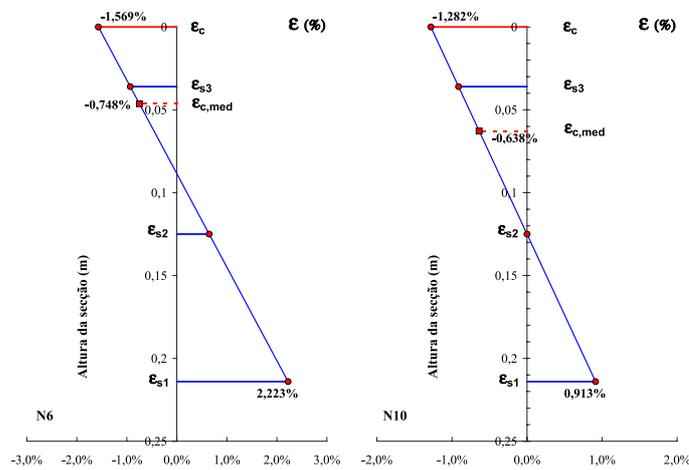


Deformação na rotura

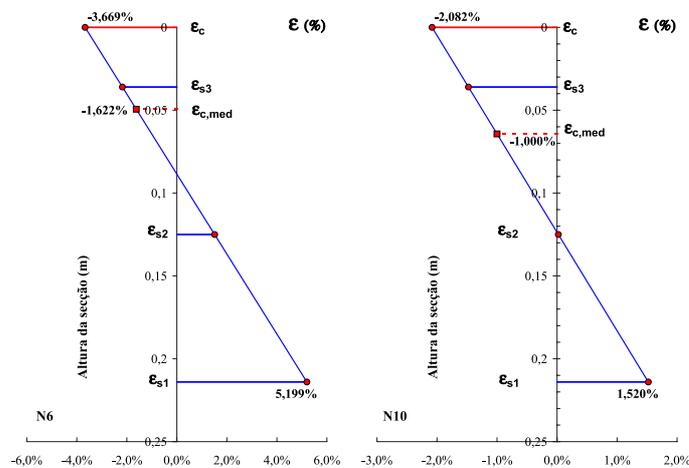
Figura 3.22: Diagramas da deformação da secção na cedência, na força máxima e na rotura dos modelos N7 (2 CFRP, N=400kN) e N5 (2 CFRP, N=600kN)



Deformação na cedência

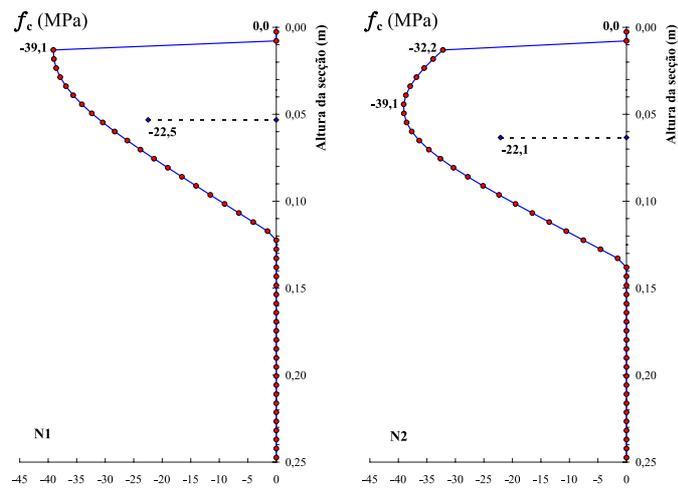


Deformação na força máxima

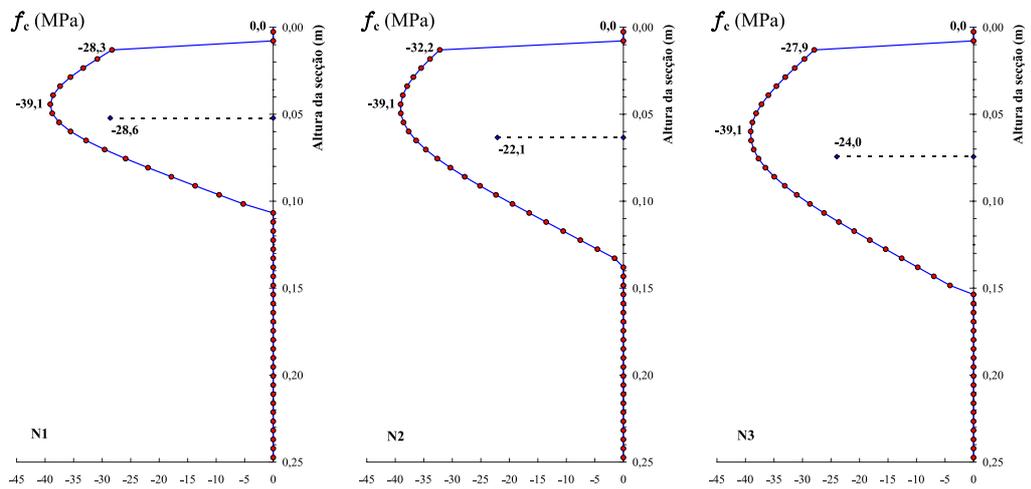


Deformação na rotura

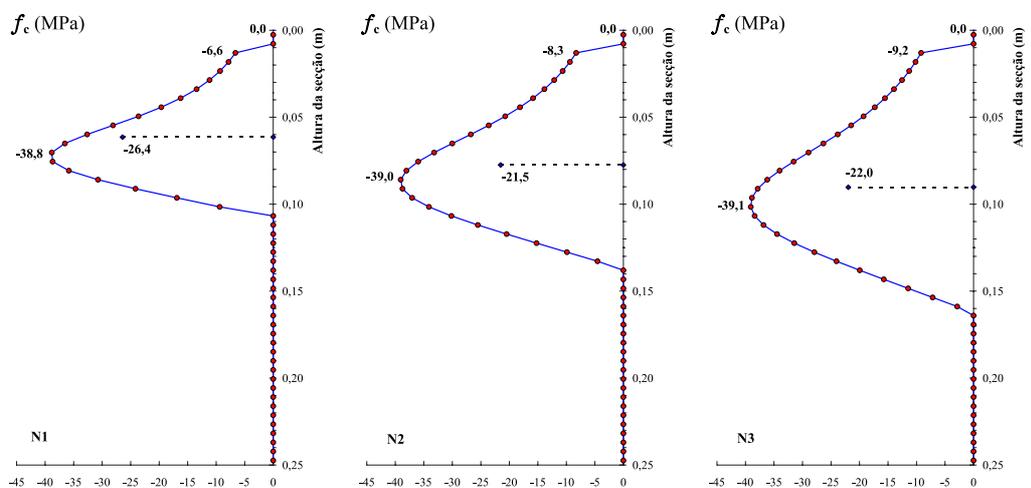
Figura 3.23: Diagramas da deformação da secção na cedência, na força máxima e na rotura dos modelos N6 (4 CFRP, N=400kN), N10 (4 CFRP, N=800kN)



Tensão no betão na cedência



Tensão no betão na força máxima



Tensão no betão na rotura

Figura 3.24: Tensões de compressão no betão ao nível da secção na altura da cedência das armaduras, na força máxima e na rotura dos modelos N1 ( $N=400\text{kN}$ ), N2 ( $N=600\text{kN}$ ) e N3 ( $N=800\text{kN}$ )

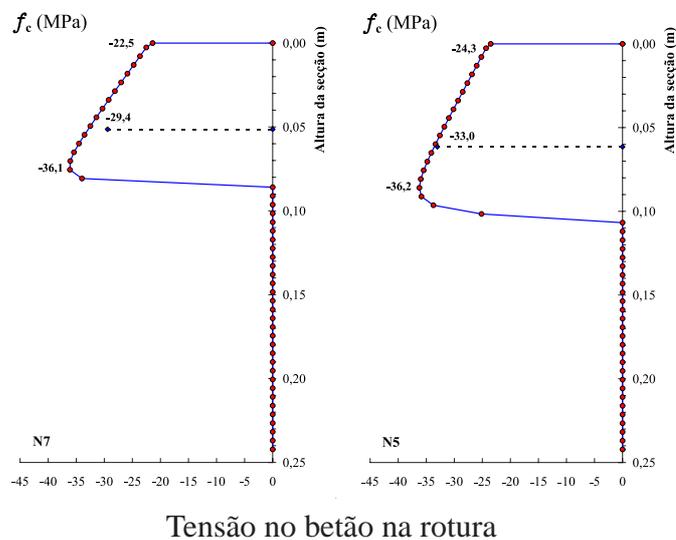
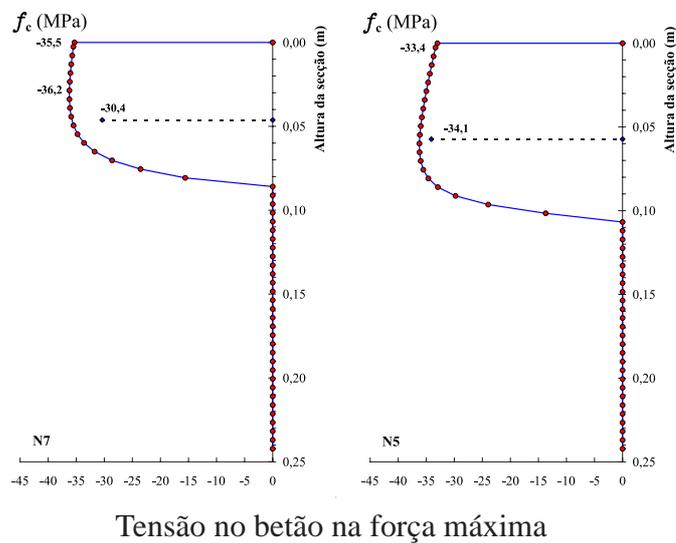
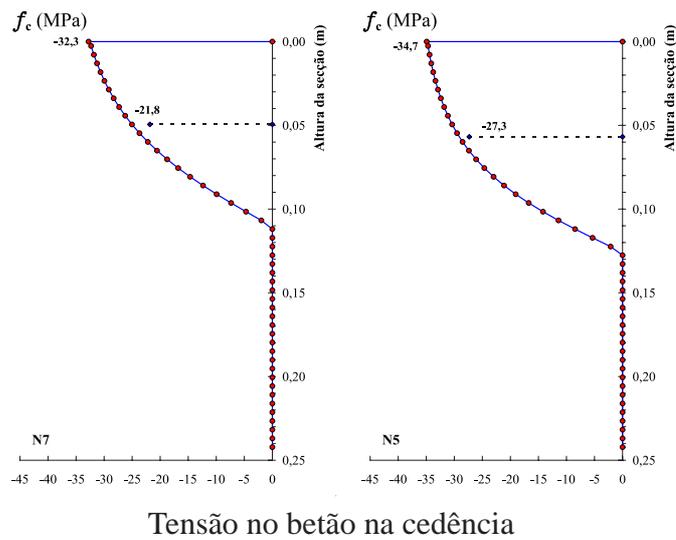


Figura 3.25: Tensões de compressão no betão ao nível da secção na altura da cedência das armaduras, na força máxima e na rotura dos modelos N7 (2 CFRP, N=400kN) e N5 (2 CFRP, N=600kN)

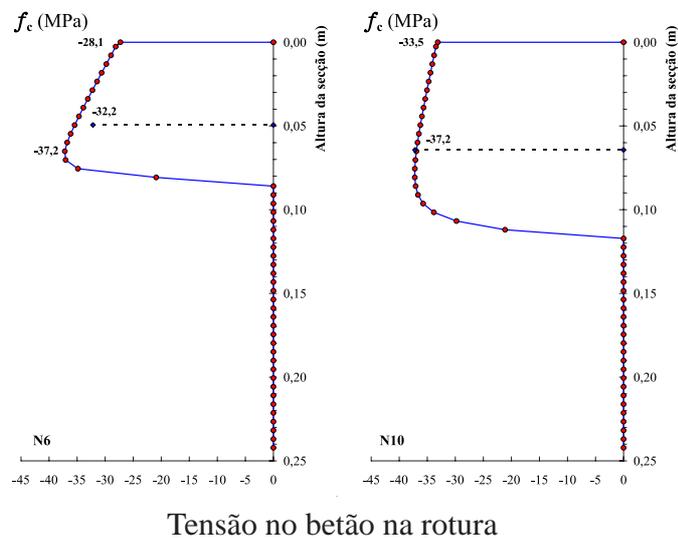
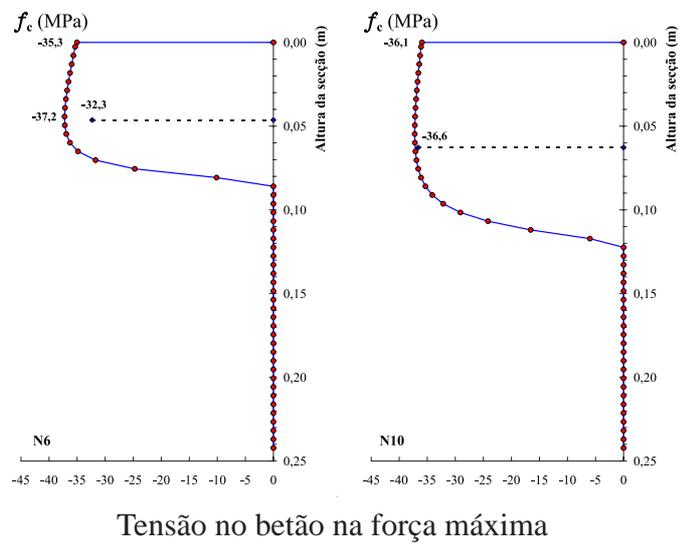
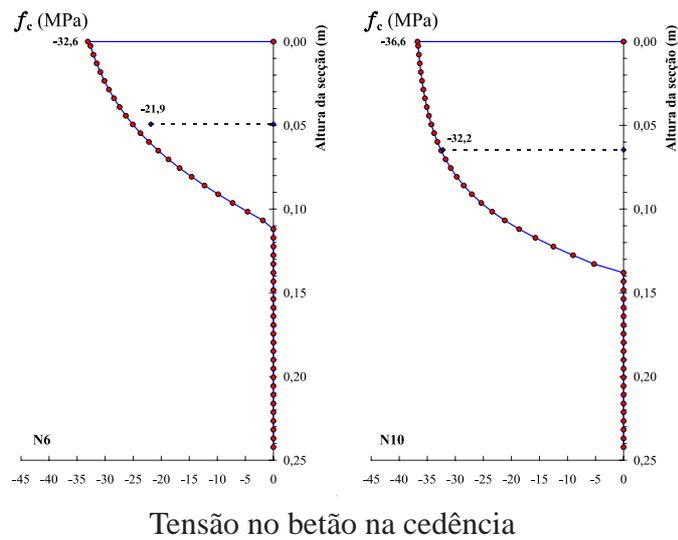


Figura 3.26: Tensões de compressão no betão ao nível da secção na altura da cedência das armaduras, na força máxima e na rotura dos modelos N6 (4 CFRP, N=400kN) e N10 (4 CFRP, N=800kN)

### 3.2.5 Comparação dos resultados obtidos com o modelo numérico

Nas Figuras 3.27 a 3.31 comparam-se os diagramas força-deslocamento e momento-curvatura obtidos através do modelo numérico.

Na Figura 3.27 realça-se que, com o efeito do incremento do esforço normal reduzido de 0,5 para 0,75 e 1,0, verifica-se um ligeiro incremento de resistência e de rigidez do ramo inicial até à ocorrência da rotura do betão de recobrimento e uma diminuição da ductilidade apresentada nos modelos, quer em deslocamento, quer em curvatura relativamente ao modelo N1.

Na Figura 3.28 comparam-se os modelos N1 e N2 com os correspondentes modelos reforçados com 2 CFRP, sendo evidentes os ganhos observados em resistência e, em especial, em ductilidade em curvatura e em deslocamento,

Relativamente ao modelo N7 ( $\nu = 0,5$ ), o modelo N5 ( $\nu = 0,75$ ) apresenta um incremento de resistência e um ligeiro decréscimo do deslocamento máximo e da correspondente curvatura. O decréscimo verificado em termos de deslocamento é inferior ao verificado em curvatura porque no método da rótula plástica considera-se que as curvaturas se concentram ao nível da rótula situada na base do modelo. Porém, o que se verificou experimentalmente no modelo P5 ( $\nu = 0,75$ ) foi que apenas 75% das curvaturas se situam a esse nível, enquanto no modelo P10 ( $\nu = 1,0$ ) esse valor passou para 60%.

Na Figura 3.29 comparam-se os modelos N1 e N3 com os correspondentes modelos reforçados com 4 CFRP (N6 e N10). Constata-se que em qualquer dos modelos reforçados o desempenho foi superior ao dos modelos não reforçados, quer em termos de resistência, quer em termos de deslocamento na rotura. O modelo N10 ( $\nu = 1,0$ ) apresentou inclusive um incremento significativo em resistência relativamente ao N6 ( $\nu = 0,5$ ) devido ao facto de a carga ter sido incrementada para o dobro. Em contrapartida, quer o deslocamento, quer as curvaturas aquando da rotura do modelo N10 são inferiores às do modelo N6.

Na Figura 3.30 comparam-se as diversas soluções de reforço e correspondente carregamento efectuado, constatando-se que não existe uma diferença significativa entre os modelos com esforço normal reduzido,  $\nu = 0,5$ , em que se duplicou a percentagem de reforço de 2 para 4 CFRP. Verificou-se que à medida que se aumentava o esforço axial se diminuía o deslocamento e curvatura máximos na rotura e, ao invés, se aumentava a capacidade resistente do modelo.

Na Figura 3.31 adicionou-se aos diagramas apresentados na Figura 3.30 os diagramas N1, N2 e N3, sendo evidente a melhoria de desempenho observada nas soluções reforçadas, independentemente do nível de carga a que se sujeitou o modelo.

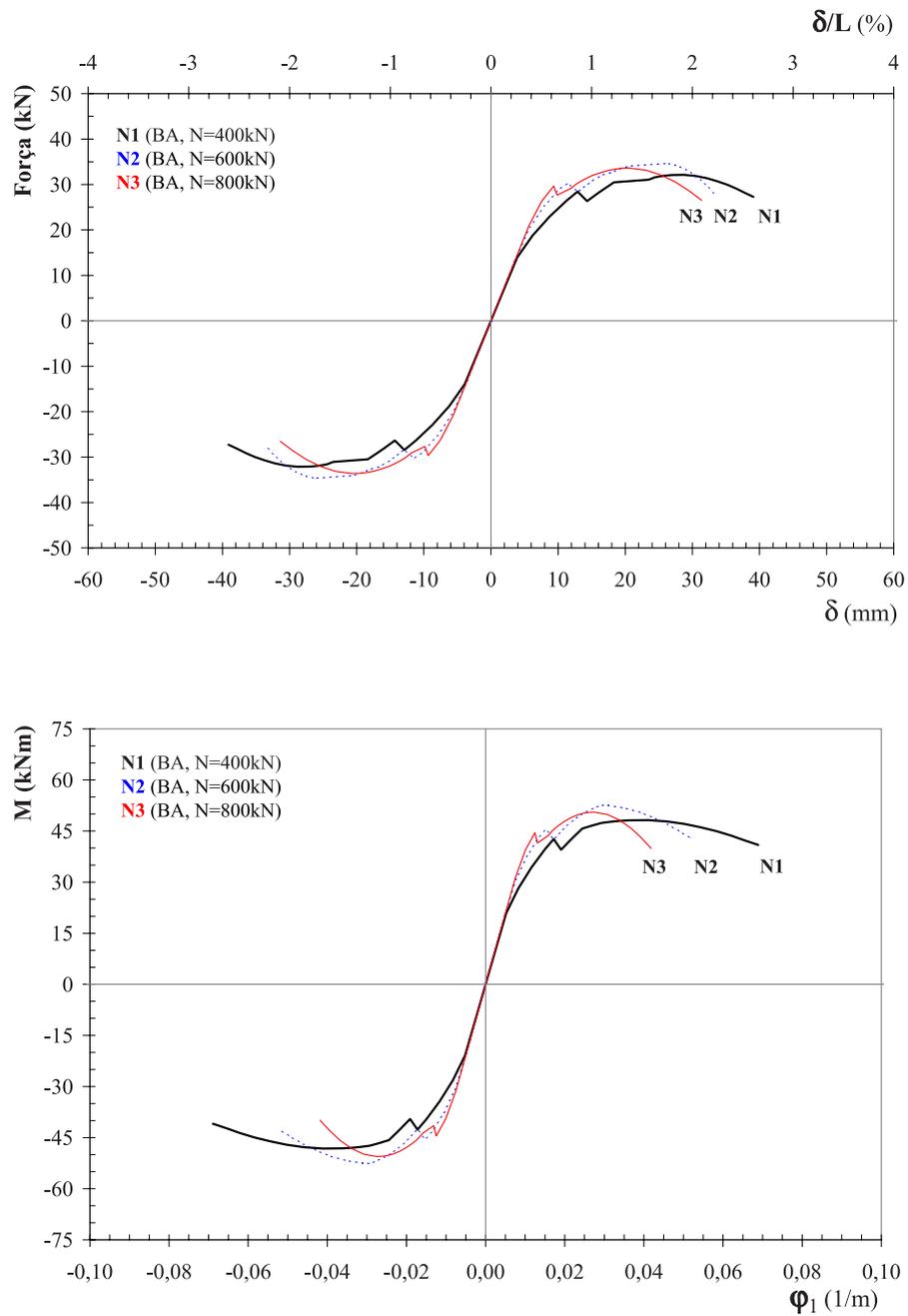


Figura 3.27: Comparação dos diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos N1 (N=400kN), N2 (N=600kN) e N3 (N=800kN)

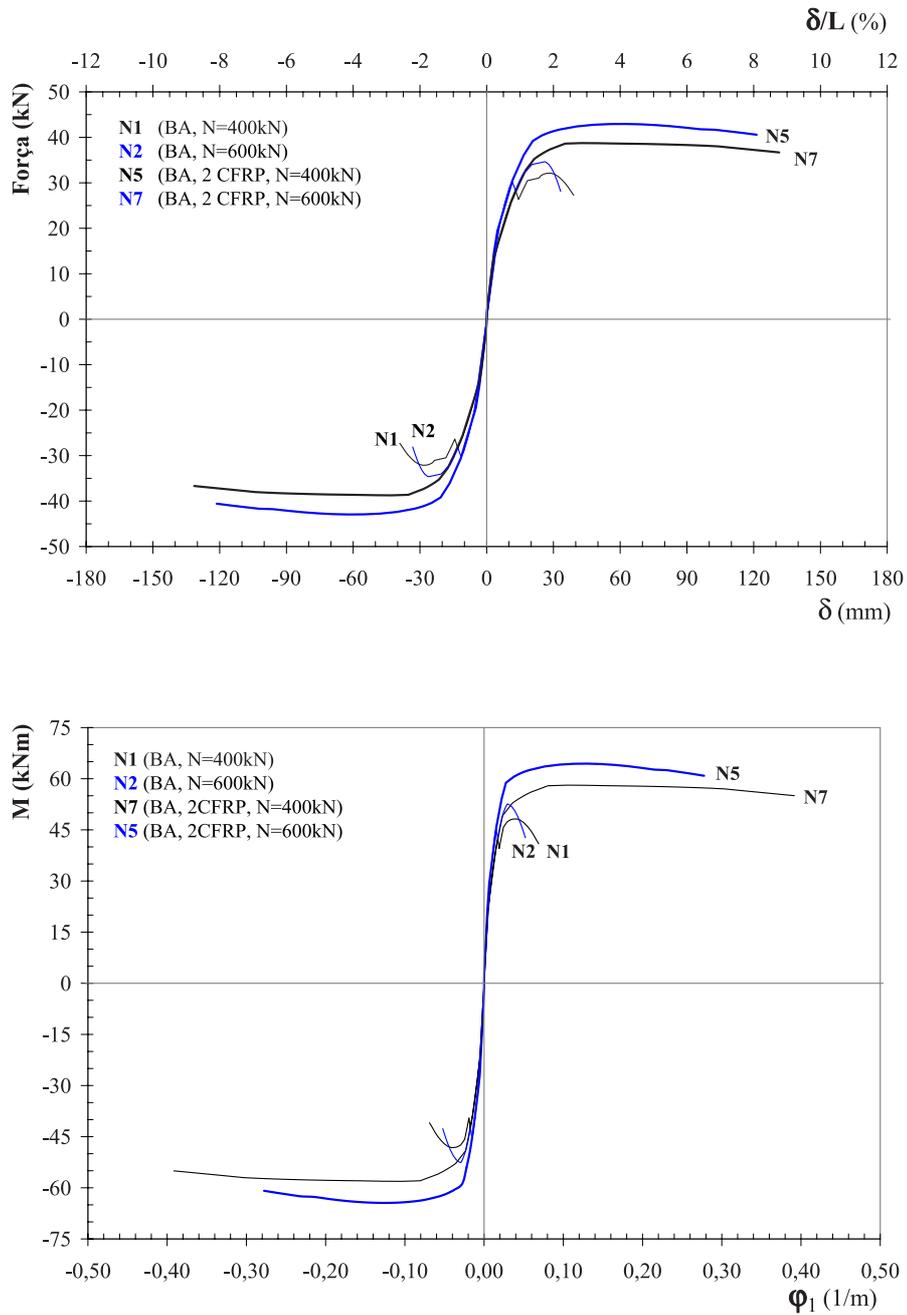


Figura 3.28: Comparação dos diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos não reforçados N1 (N=400kN) e N2 (N=600kN) com os correspondentes modelos N7 (N=400kN) e N5 (N=600kN) reforçados com 2CFRP

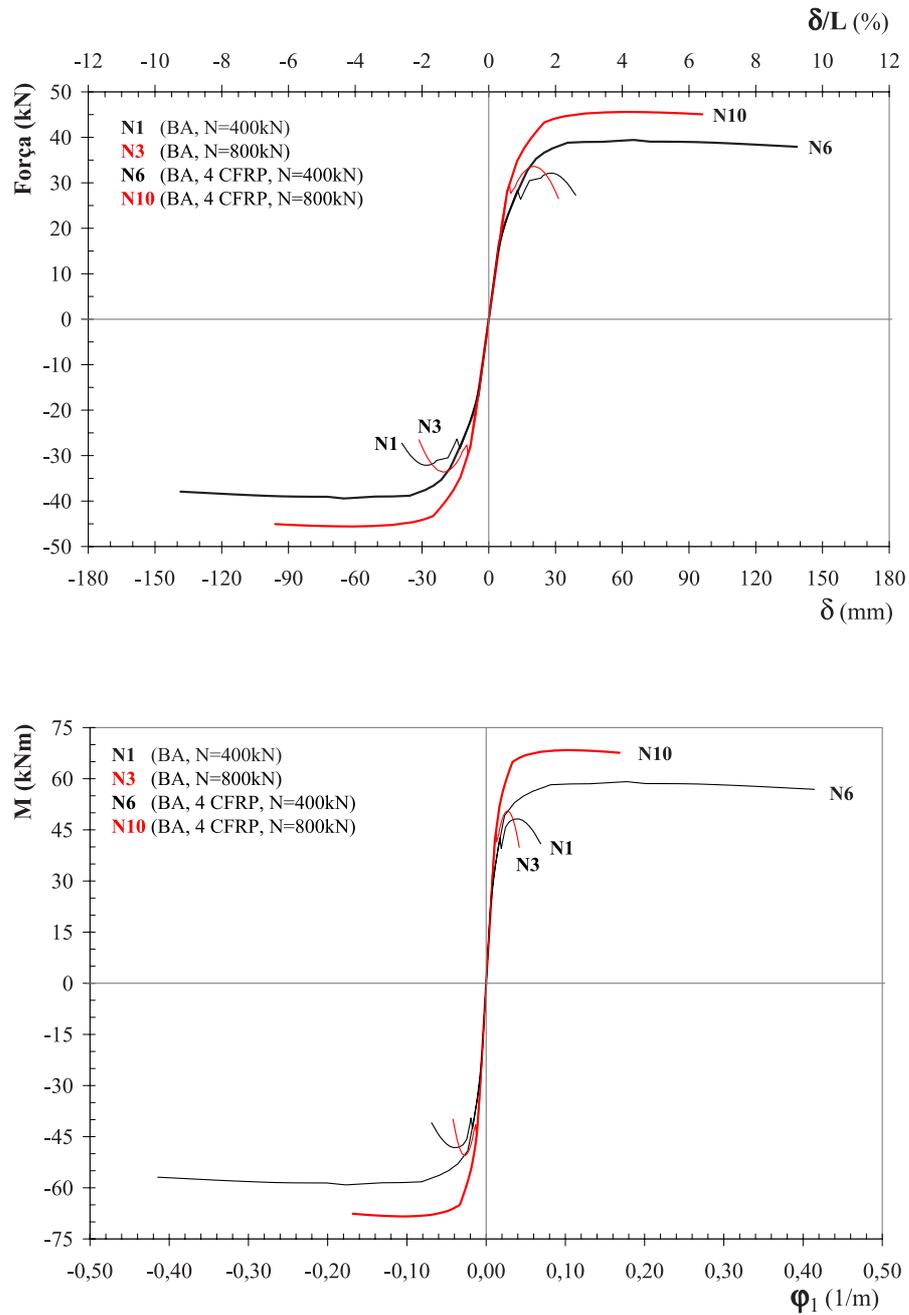


Figura 3.29: Comparação dos diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos não reforçados N1 (N=400kN) e N3 (N=800kN) com os correspondentes modelos N6 (N=400kN) e N10 (N=800kN) reforçados com 4 CFRP

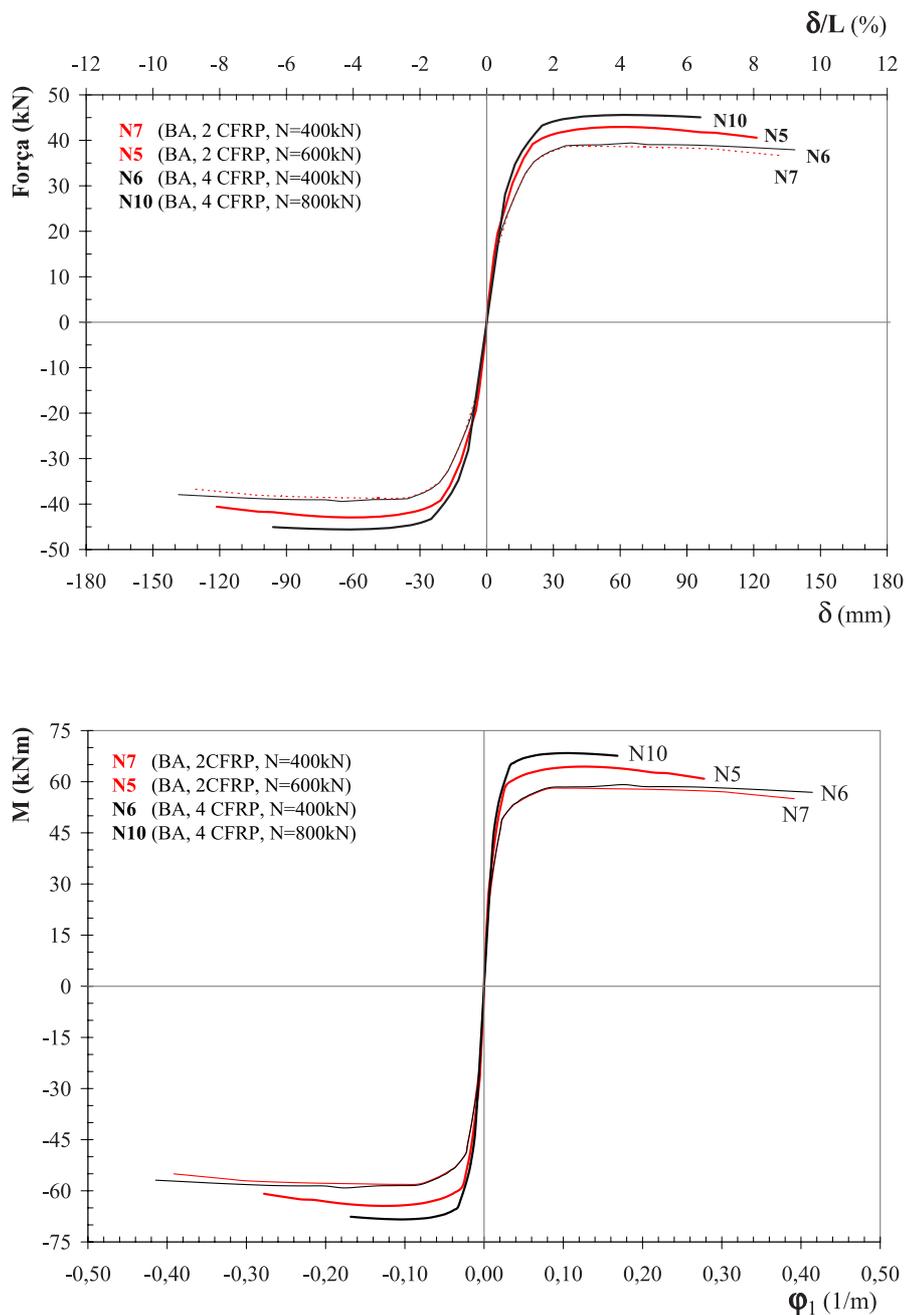


Figura 3.30: Comparação dos diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos reforçados com 2 CFRP, N7 (N=400kN) e N5 (N=600kN) com os modelos reforçados com 4 CFRP, N6 (N=400kN) e N10 (N=800kN)

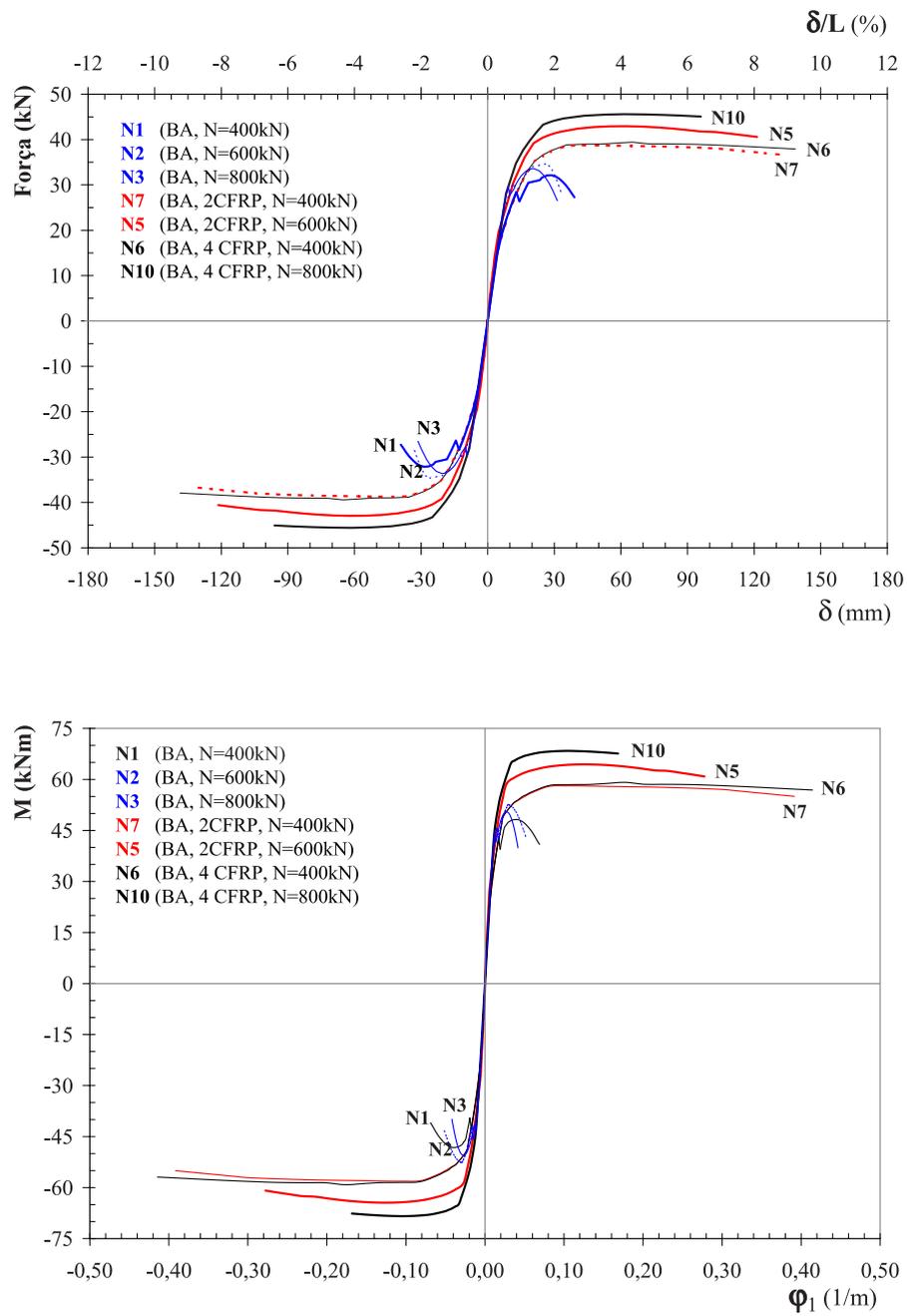


Figura 3.31: Diagramas força-deslocamento e momento-curvatura dos modelos N1 a N10

### 3.2.6 Apreciação global

Na Tabela 3.1 apresenta-se o resumo dos resultados dos ensaios experimentais utilizados neste capítulo e na Tabela 3.2 os correspondentes resultados obtidos com o modelo numérico.

Na Tabela 3.3 indicam-se as diferenças observadas entre os resultados obtidos experimentalmente e numericamente, constatando-se que as principais diferenças se registam em termos de deslocamentos, em especial, na cedência e na força máxima verificadas nos modelos reforçados com FRP devido ao comportamento dúctil com a existência do correspondente patamar.

MODELOS	P1	P3R	P7	P5	P6	P10
N (kN)	400	400	400	600	400	800
CFRP	–	2	2	2	4	4
$f_{cm}$ (MPa)	33,0	33,7	33,2	33,0	33,7	33,8
$\nu = N/(A_c \times f_{cd})$	0,5	0,5	0,5	0,75	0,5	1
$\rho_N = N/(A_c \times f_{cm})$	0,25	0,25	0,25	0,375	0,25	0,5
$F_y$ (kN)	30,4	–	29,0	39,7	35,1	45,5
$M_y$ (kNm)	45,6	–	43,5	59,6	52,7	68,3
$\Delta_y$ (mm)	20,2	–	18,3	34,1	25,0	40,2
$F_{max}$ (kN)	32,0	37,3	39,8	41,7	39,8	46,2
$M_{max}$ (kNm)	48,0	56,0	59,7	62,6	59,7	69,3
$\Delta_{max}$ (mm)	32,0	37,0	40,0	42,0	39,0	49,0
$F_{rot}$ (kN)	27,6	30,8	36,6	35,7	39,5	42,3
$M_{rot}$ (kNm)	41,4	46,2	54,9	53,6	59,3	63,5
$\Delta_{rot}$ (mm)	41,0	115,0	120,0	121,0	140,0	97,0

Tabela 3.1: Resumo dos resultados dos ensaios experimentais dos modelos P1, P3R, P7, P5, P6 e P10

As diferenças registadas entre os modelos não reforçados são no máximo de 10% em qualquer dos parâmetros. Em termos de força de cedência, máxima e na rotura os valores obtidos pelo modelo são bastante razoáveis.

Refira-se que no método da rótula plástica se admite que a totalidade da curvatura se concentra nesta zona, o que faz com que o modelo não responda tão bem quando se incrementa o esforço axial no pilar, uma vez que as curvaturas deixam de se concentrar totalmente ao nível da rótula plástica. Realça-se, no caso em estudo, que nos pilares P10 ( $\nu = 1,0$ ) e P6 ( $\nu = 0,75$ ) as curvaturas apenas se concentram 60 e 75%, respectivamente, ao nível da rótula plástica.

Em termos de apreciação global, pode-se afirmar que o modelo numérico desenvolvido simula bem o comportamento da envolvente monotónica do diagrama cíclico dos pilares de betão armado não reforçados ou reforçados com FRP desde que o nível de esforço axial não seja muito elevado, situação em que devem ser verificadas diversas secções ao longo da altura do pilar por forma a melhor prever o campo de

MODELOS	N1	N2	N3	N7	N5	N6	N10
N (kN)	400	600	800	400	600	400	800
CFRP	–	–	–	2	2	4	4
$f_{cm}$ (MPa)	33	33	33	33	33	33	33
$\nu = N/(A_c \times f_{cd})$	0,5	0,75	1	0,5	0,75	0,5	1
$\rho_N = N/(A_c \times f_{cm})$	0,25	0,375	0,5	0,25	0,375	0,25	0,5
$F_y$ (kN)	30,5	34,6	–	32,8	39,2	32,8	43,3
$M_y$ (kNm)	45,7	52,6	–	49,2	58,8	49,2	64,9
$\Delta_y$ (mm)	18,3	26,0	–	17,5	20,7	17,5	24,9
$F_{max}$ (kN)	32,1	34,6	33,6	38,7	42,9	39,4	45,6
$M_{max}$ (kNm)	48,2	52,6	50,6	58,1	64,4	59,1	68,4
$\Delta_{max}$ (mm)	28,8	26,0	20,6	42,5	62,3	65,1	61,4
$F_{rot}$ (kN)	27,3	28,1	26,5	36,7	40,6	37,9	45,1
$M_{rot}$ (kNm)	40,9	42,7	39,9	55,0	60,9	56,9	67,6
$\Delta_{rot}$ (mm)	39,1	33,2	31,4	131,5	121,4	138,5	96,0

Tabela 3.2: Resumo dos resultados obtidos com o modelo numérico

deslocamentos.

Por fim, realça-se que o modelo de degradação proposto permite aproximar os resultados obtidos numericamente do observado experimentalmente, sendo, desta forma uma opção válida para a modelação numérica de pilares de betão armado reforçados com FRP.

Diferenças (%)	N1-P1	N7-P7	N5-P5	N6-P6	N10-P10
$F_y$	0,3	13,0	-1,2	-6,5	-4,9
$M_y$	0,3	13,0	-1,2	-6,5	-4,9
$\Delta_y$	-9,0	-4,3	-39,3	-30,1	-38,0
$F_{max}$	0,4	-2,7	3,0	-0,9	-1,3
$M_{max}$	0,4	-2,7	3,0	-0,9	-1,3
$\Delta_{max}$	-10,1	6,3	48,2	67,0	25,3
$F_{rot}$	-1,2	0,2	13,7	-4,0	6,5
$M_{rot}$	-1,2	0,2	13,7	-4,0	6,5
$\Delta_{rot}$	-4,7	9,6	0,3	-1,0	-1,0

Tabela 3.3: Diferenças entre os resultados obtidos experimental e numericamente



# Referências Bibliográficas

- [1] AHMAD, S. H., AND SHAH, S. P. Stress-Strain Curves of Concrete Confined by Spiral Reinforcement. *ACI Structural Journal* 79, 6 (1982), 484–490.
- [2] BAKER, A. L. L. *A Ultimated Load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames*. Concrete Publications Ltd., London, 1956.
- [3] BAKER, A. L. L., AND AMARAKONE, A. M. N. Inelastic Hyperstatic Frames Analysis. In *Proceedings of International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete* (Miami, 1964), ASCE-ACI, pp. 85–142.
- [4] BLAKELEY, R. W. G., AND PARK, R. Prestressed Concrete Sections with Cyclic Flexure. *Journal of the Structural Division, ASCE* 99, ST8 (1973), 1717–42.
- [5] BUCHAIM, R. *A Influência da Não-Linearidade Física do Concreto Armado na Rigidez à Flexão e na Capacidade de Rotação Plástica*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, 2001.
- [6] CARRASQUILLO, R. L., NILSON, A. H., AND O., S. F. Properties of High-Strength Concrete Subjected to Short Term Loads. *ACI Journal* 78, 3 (1982), 171–178.
- [7] CARRAZEDO, R. *Mecanismos de Confinamento e suas Aplicações no Reforço de Pilares de Concreto por Encamisamento com Compósitos de Fibras de Carbono*. Tese de Mestrado, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 2002.
- [8] CEB-BULLETIN-161. *Response of Structural Concrete Critical Regions under Large Amplitude Reversed Actions*. Lausanne, August 1983.
- [9] CHEN, W. F., AND SALEEB, A. F. *Constitutive Equations for Engineering Materials. Elasticity and Modeling*, vol. 1. Elsevier, 1994.
- [10] CORLEY, W. G. Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams. *Journal of the Structural Division, ASCE* 92, ST5 (1966), 121–146.
- [11] CS-11. Concrete Core Testing for Strength, Report of a Concrete Society Working Party. The Concrete Society Technical Report N<sup>o</sup>11, May 1976.

- [12] CUSSON, D., AND PAULTRE, P. Stress-Strain Model for Confined High Strength Concrete. *Journal of Structural Engineering, ASCE 121*, 3 (1995), 468–477.
- [13] ESMAEILY-GH, AND XIAO, Y. Seismic Behavior of Bridge Columns Subjected to Various Loading Patterns. Pacific Earthquake Engineering Research Center, PEER 2002-15, 2002.
- [14] EUROCÓDIGO-2. *Projecto de Estruturas de Betão - Parte 1.1: Regras Gerais e Regras para Edifícios*, vol. I e II. CEN ENV-1992-1-1, 1998.
- [15] FILIPPOU, F. C., POPOV, E. P., AND BERTERO, V. V. Behavior of Concrete Columns under Controlled Lateral Deformation. Earthquake Engineering Research Center, EERC 1983-19, 1983.
- [16] GIUFFRÈ, A., AND PINTO, P. E. Il Comportamento del Cemento Armato per Sollecitazione Cicliche di Forte Intensità. *Giornale del Genio Civile* (Maggio 1970).
- [17] GOMES, A. M. *Comportamento e Reforço de Elementos de Betão Armado Sujeitos a Acções Cíclicas*. Tese de Doutoramento, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Julho 1992.
- [18] HARMON, T. G., GOULD, P., WANG, E., AND RAMAKRISHNAN, S. Behavior of Confined Concrete under Cyclic Loading. In *ICCI'98, Fiber Composites in Infrastructure* (1998), vol. 2, pp. 398–409.
- [19] HOSE, Y., AND SEIBLE, F. Performance Evaluation Database for Concrete Bridge Components and Systems under Simulated Seismic Loads. Pacific Earthquake Engineering Research Center, PEER 1999-11, 1999.
- [20] HOSOTANI, M., AND KAWASHIMA, K. A Stress-Strain Model for Concrete Cylinders Confined by Carbon Fiber Sheets and Hop Reinforcements. *Journal of Concrete Engineering, JSCE 47*, 648 (1999), 137–154.
- [21] HOSOTANI, M., KAWASHIMA, K., AND HOSHIKUMA. A stress-Strain Model for Concrete Cylinders Confined by Carbon Fiber Sheets. *Journal of Concrete Engineering, JSCE 39*, 592 (1998), 37–53.
- [22] KARBHARI, V. M., AND GAO, Y. Composite Jacketed Concrete under Uniaxial Compression - Verification of Simple Design Equations. *Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE 9*, 4 (Novembro 1997), 185–193.
- [23] KARSAN, I. D., AND JIRSA, J. Behavior of Concrete under Compressive Loadings. *Journal of the Structural Division, ASCE 95*, ST12 (1969), 2543–63.
- [24] KENT, D. C., AND PARK, R. Flexure Members with Confined Concrete. *Journal of the Structural Division, ASCE 97*, 7 (1971), 1969–90.

- [25] LEHMAN, D. E., AND MOEHLE, J. P. Seismic Performance of Well-Confined Concrete Bridge Columns. Pacific Earthquake Engineering Research Center, PEER 1998-01, 2000.
- [26] MANDER, J. B., PRIESTLEY, M. J. N., AND PARK, R. Seismic Design of Bridge Piers. Research Report 84-2. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, 1984.
- [27] MANDER, J. B., PRIESTLEY, M. J. N., AND PARK, R. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering, ASCE 114*, 8 (1988), 1804–1826.
- [28] MATTHYS, S. *Structural Behaviour and Design of Concrete Members Strengthened with Externally Bonded FRP Reinforcement*. PhD thesis, Ghent University, Dep. of Structural Engineering, 2000.
- [29] MENEGOTTO, M., AND PINTO, P. E. Method of Analysis for Cyclically Loaded R. C. Frames Including Changes in Geometry and Nonelastic Behaviour of Elements under Combined Normal Force and Bending. Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by well Defined Repeated Loads, IABSE Reports Vol. 13, 1973.
- [30] MIRMIRAN, A., ZAGERS, K., AND YUAN, W. Nonlinear Finite Element Modeling of Concrete Confined by Fiber Composites. *Finite Elements in Analysis and Design, Elsevier*, 35 (2000), 79–96.
- [31] MODEL CODE-90. *Design Code*. CEB-FIB, Bulletin d'Information 213/214, Lausanne, 1993.
- [32] MONTI, G., AND NUTI, C. Nonlinear Cyclic Behavior of Reinforcing Bars Including Buckling. *Journal of Structural Engineering, ASCE 118*, 12 (1992).
- [33] PANTAZOPOULOU, S. J., AND MILLS, R. H. Microstructural Aspects of the Mechanical Response of Plain Concrete. *ACI Materials Journal 92*, M62 (November-December 1995), 605–616.
- [34] PARK, R., KENT, D. C., AND SAMPSON, R. A. Reinforced Concrete Members with Cyclic Loading. *Journal of the Structural Division, ASCE 98*, ST7 (1972), 1341–60.
- [35] PARK, R., AND PAULAY, T. *Reinforced Concrete Structures*. John Wiley & Sons, 1975.
- [36] PAULA, R. F. *Influência da Geometria das Secções no Confinamento de Pilares de Betão Armado com Compósitos de FRP*. Tese de Mestrado, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, 2002.

- [37] PAULAY, T., AND PRIESTLEY, M. *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. John Wiley & Sons, 1992.
- [38] PENELIS, G. G., AND KAPPOS, A. J. *Earthquake-Resistant Concrete Structures*. E&FN Spon, 1997.
- [39] PIPA, M. *Ductilidade de Elementos de Betão Armado sujeitos a Acções Cíclicas. Influência das Características Mecânicas das Armaduras*. PhD thesis.
- [40] POPOVICS, S. Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Relation for Concrete. *Cement and Concrete Research* 3, 5 (1973), 583–599.
- [41] PRIESTLEY, M., SEIBLE, F., AND CALVI, G. M. *Seismic Design and Retrofit of Bridges*. John Wiley & Sons, 1996.
- [42] PRIESTLEY, M. J. N., AND PARK, R. Strength and Ductility of Concrete Bridges Columns under Seismic Loading. *ACI Structural Journal* 84, S8 (1987), 61–76.
- [43] RAZVI, S., AND SAATCIOGLU, M. Confinement Model for High-Strength Concrete. *Journal of Structural Engineering* (March 1999), 281–289.
- [44] RICHARD, R. M., AND ABBOTT, B. J. Versatile Elasto-Plastic Stress-Strain Formula. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* 101, 4 (1975), 511–515.
- [45] RICHART, F. E., BRANDTZAEG, A., AND BROWN, R. L. A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses. *Engineering Experiment Station Bulletin*, 185 (1928).
- [46] RODRIGUES, C. C., AND SILVA, M. G. Experimental Investigation of CFRP Reinforced Concrete Columns under Uniaxial Cyclic Compression. In *FRPRCS-5, Fibre-Reinforced Plastics for Reinforced Concrete Structures* (Cambridge, July 2001), Thomas Telford, pp. 783–792.
- [47] RODRIGUES, C. C., AND SILVA, M. G. The Behaviour of GFRP Reinforced Concrete Columns under Monotonic and Cyclic Axial Compression. In *CCC2001, Composites in Construction* (Porto, October 2001), FEUP, A.A.Balkema, pp. 245–250.
- [48] SAADATMANESH, H., EHSANI, M. R., AND LI, M. W. Strength and Ductility of Concrete Columns Externally Reinforced with Fiber Composite Straps. *ACI Structural Journal* 91, 4 (July-August 1994), 434–447.
- [49] SAAFI, M., TOUTANJI, H., AND ZONGJIN, L. Behavior of Concrete Columns Confined with Fiber Reinforced Polymer Tubes. *ACI Materials Journal* (July-August 1999), 500–509.

- [50] SAAMAAN, M., MIRMIRAN, A., AND SHAHAWY, M. Model of Concrete Confined by Fiber Composites. *Journal of Structural Engineering, ASCE* 124, 9 (September 1998), 1025–1031.
- [51] SAATCIOGLU, M., AND RAZVI, S. Strength and Ductility of Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering* (June 1992), 1590–1607.
- [52] SAWYER, H. A. Design of Concrete Frames for Two Failure States. In *Proceedings of International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete* (Miami, 1964), ASCE-ACI.
- [53] SEIBLE, F., PRIESTLEY, M. J., H. G., AND INNAMORATO, D. Seismic Retrofit of RC Columns with Continuous Carbon Fiber Jackets. *Journal of Composites for Construction* 1 (May 1997).
- [54] SHEU, M.-S., KAHN, C.-J., AND LIU, P.-M. Prediction of Load-Deflection Curves for RC Frames Strengthened by Jacketing Methods. In *Structural Faults + Repair, 8th. Intl. Conf.* (London, 1999).
- [55] SPOELSTRA, M. R., AND MONTI, G. FRP-Confined Concrete Model. *Journal of Composite for Construction, ASCE* 3, 3 (1999), 143–150.
- [56] TOUTANJI, H. Stress-Strain Characteristics of Concrete Columns Externally Confined with Advanced Composite Sheets. *ACI Materials Journal* (May-June 1999), 397–404.
- [57] XIAO, Y., PRIESTLEY, M. J. N., AND SEIBLE, F. Seismic Assessment and Retrofit of Bridge Column Footings. *ACI Structural Journal* 93, 1 (1996), 79–94.