

## Ligações em superfícies curvas entre compósitos de FRP e betão sujeitas a temperaturas elevadas



Hugo Biscaia<sup>1</sup>



Carlos Chastre<sup>2</sup>



Manuel AG Silva<sup>3</sup>



Noel Franco<sup>4</sup>

### Resumo

O reforço estrutural com materiais de matriz polimérica reforçada com fibras (FRP) em e.g. pilares, vigas, lajes ou arcos, tem sido objecto de vários estudos. No entanto, a avaliação da aderência em ligações coladas em superfícies curvas são ainda insuficientes, não se conhecendo trabalhos que se debrucem sobre os efeitos da temperatura. Sendo conhecido que o descolamento do FRP da superfície curva exige a interacção entre os modos de fractura I e II, o presente estudo propõe uma solução analítica assente em leis de aderência dependentes igualmente da temperatura e de tipo exponencial para o modo II de fractura e do tipo linear, com rotura frágil, para o Modo I para simular ligações CFRP/betão em superfícies curvas de raio constante. Consideram-se, isolada ou simultaneamente, as acções seguintes: (i) força aplicada ao FRP; e (ii) influência da temperatura, em relação à verificada no reforço. Alguns exemplos são apresentados e nos quais se analisa a influência do raio de curvatura e da temperatura. Verifica-se que, dependendo dos coeficientes de dilatação térmica linear dos materiais colados e para níveis de temperatura não muito superiores à temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ) do FRP, o efeito da temperatura pode diminuir ou aumentar a capacidade resistente da ligação.

**Palavras-chave:** FRP; Betão; Aderência; Interface curva; Efeitos térmicos; Modelo analítico.

---

<sup>1</sup> FSE, UNIDEMI, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Departamento de Engenharia Civil, Portugal; e-mail: hb@fct.unl.pt

<sup>2</sup> CERIS, ICIST, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Departamento de Engenharia Civil; e-mail: chastre@fct.unl.pt

<sup>3</sup> Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Departamento de Engenharia Civil, Portugal; e-mail: mgs@fct.unl.pt

<sup>4</sup> Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Departamento de Engenharia Civil, Portugal; e-mail: ni.franco@campus.fct.unl.pt

## 1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, e com a conjugação entre a necessidade de reforçar as estruturas existentes e a introdução dos Polímeros Reforçados com Fibras (FRP) no mercado da construção civil, assistiu-se a crescente interesse no estudo do descolamento de ligações FRP/betão em superfícies planas quando sujeitas a acções que conduzem ao descolamento de acordo com o Modo II de fractura, e.g. [1-7]. O descolamento precoce dos FRPs longe da sua capacidade última e a falta de dados sobre a durabilidade dos FRP e das ligações FRP/betão tem impedido maior aplicação destes materiais e é necessário desenvolver mais trabalhos experimentais nestes domínios (e.g. [8-11]). Em particular, os efeitos da temperatura sobre as ligações coladas FRP/betão podem ser nefastos ao desempenho mecânico da estrutura reforçada já que para temperaturas próximas da temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ) da resina da matriz ou do adesivo há perda de propriedades que podem conduzir, mais facilmente, ao colapso e.g. [10, 12-14]. Alguns modelos de aderência dependentes da temperatura podem ser encontrados na literatura [15, 16]. Desconhecem-se estudos dos efeitos térmicos sobre ligações coladas de um compósito de FRP e uma superfície curva de betão e que analisem o seu processo de descolamento como pode acontecer com o reforço de pontes de betão armado (BA) por FRP [17], havendo falta de dados que conduzam a recomendações para dimensionamento. O desenvolvimento das tensões interfaciais nas ligações coladas FRP/betão em superfícies curvas é então de grande importância para perceber os modos de rotura. Lorenzis e Zavarise [18] desenvolveram um modelo que lhes permitiu simular o processo de descolamento destas ligação quando se aplica uma força ao compósito de FRP reconhecendo que é no intradorso que o descolamento pode iniciar-se porque nele as tensões radiais na ligação são de tracção enquanto que no extradorso são de compressão o que dificulta o descolamento do CFRP da superfície colada [19] (Fig. 1). O modelo proposto baseia-se em leis de aderência bi-lineares. Todavia a falta de ensaios experimentais não permitiu comparar o modelo com casos reais.

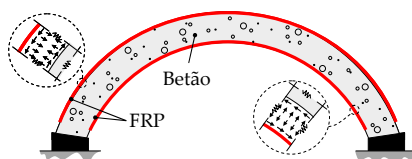


Figura 1. Pormenor das tensões interfaciais numa ligação colada FRP/betão.

O presente trabalho debruça-se sobre o processo de descolamento de um compósito de FRP quando colado sobre uma superfície curva de betão sujeita a acções mecânicas e/ou sujeita a temperaturas elevadas. Desenvolveu-se analiticamente um modelo não linear que se baseia em leis de aderência com estrita dependência dos efeitos da temperatura. Como os Modos I e II de fractura estão associados ao descolamento destas ligações, assumiu-se um critério simples de rotura correntemente utilizado em outros trabalhos encontrados na literatura, e.g. [20, 21]. Para validar o modelo proposto, os resultados obtidos noutros trabalhos encontrados na literatura [14, 18] são usados para certificação. Os resultados obtidos permitem asseverar que a conjugação entre o aumento da temperatura e a diminuição do raio da ligação conduz à situação mais severa para a ligação FRP/betão reduzindo a sua resistência e ductilidade. A abordagem desenvolvida e apresentada neste trabalho procura: (i) apresentar soluções analíticas obtidas que ajudem a compreender as respostas força *vs.* deslocamento relativo de qualquer ligação colada FRP/betão com superfície curva quando sujeitas a forças externas e/ou sujeita a temperaturas elevadas; e (ii) fornecer um método eficaz para estimar os diferentes estados de tensão interfacial envolvidos no processo de descolamento destas ligações.

## 2. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

### 2.1. Hipóteses iniciais do modelo analítico

O desenvolvimento analítico proposto e desenvolvido neste estudo pretende simular um ensaio de arrancamento (corte) de um compósito de FRP quando colado a uma superfície curva de betão sob a influência da temperatura, concentrando-se na estimativa da força máxima transmissível ao compósito de FRP. Excluem-se temperaturas induzidas pela acção do fogo que atingem valores que requerem outro tipo de abordagem na vizinhança e.g. de 1000°C. O estudo assenta nos seguintes pressupostos essenciais: (i) a espessura do compósito de FRP mantém-se constante; (ii) o critério de rotura da

ligação FRP/betão considera deformações nas direcções tangenciais e radiais e o modo misto (Modo I-II) definido a partir das energias de fractura associadas a cada modo e.g. [21, 22]:

$$\frac{G_I}{\Gamma_I} + \frac{G_{II}}{\Gamma_{II}} = 1 \quad (1)$$

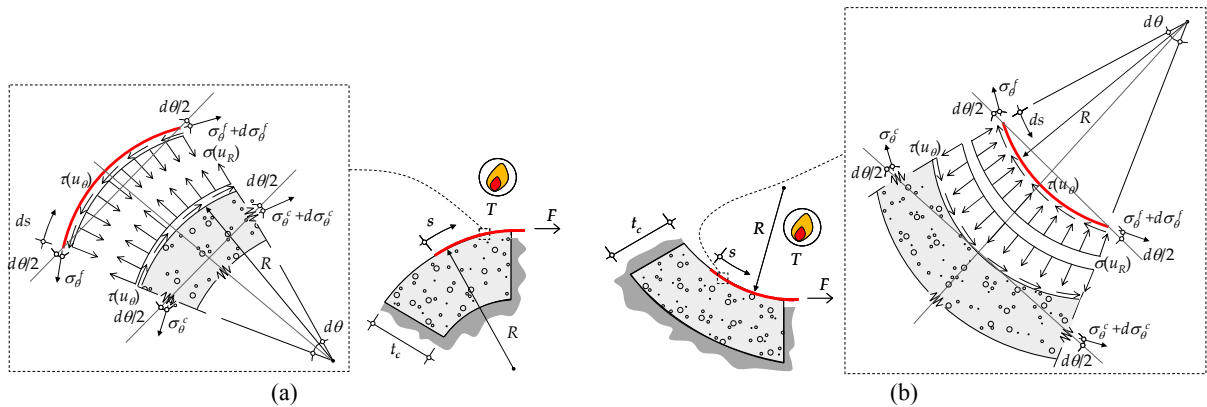
em que  $G_I$  e  $G_{II}$  são as energias de fractura libertada no processo de descolamento da ligação relativas ao Modo I e II aquando dos deslocamentos relativos  $u_R$  e  $u_\theta$ , respectivamente; e  $\Gamma_I$  e  $\Gamma_{II}$  são as energias de fractura da ligação obtidas a partir das leis de aderência da ligação, i.e. a partir das áreas delimitadas pelas leis de aderência; (iii) a lei de aderência para o Modo I admite que a ligação se encontra sempre em regime elástico [20], não se observando quaisquer deslocamentos relativos radiais (abertura da ligação, em caso de tracção) superiores ao valor máximo definido pela lei de aderência ( $u_{R,max}$ ), i.e. superiores à abertura correspondente à tensão máxima. A lei de aderência associada ao Modo II é do tipo exponencial; (iv) ao longo da largura do compósito de FRP, a distribuição das tensões interfaciais é uniforme; e (v) as propriedades mecânicas do betão mantêm-se constantes no intervalo de temperaturas considerado.

## 2.2. Equações de equilíbrio

Considerando o elemento de FRP, em curva de raio  $R$ , e de comprimento infinitesimal  $ds = R d\theta$ , resulta do equilíbrio tangencial e radial das forças no compósito de FRP, respectivamente:

$$\frac{d\sigma_\theta^f}{ds} - \frac{\tau(u_\theta)}{t_f} = 0 \quad (2)$$

$$\sigma_\theta^f - \sigma(u_R) \cdot \frac{R}{t_f} = 0 \quad (3)$$



**Figura 2.** Equilíbrio dum segmento infinitesimal curvo de raio  $R$  da ligação FRP/betão em superfície: (a) convexa; e (b) côncava.

em que  $t_f$  é a espessura do FRP,  $\tau(u_\theta)$  é a tensão de aderência tangencial (no plano da ligação),  $\sigma(u_R)$  é a tensão de aderência radial da ligação e  $\sigma_\theta^f$  é a tensão normal no FRP. O equilíbrio do segmento de betão, Fig. 2, nas direcções tangencial e radial conduz, respectivamente, às equações:

$$\frac{d\sigma_\theta^c}{ds} + \frac{\tau(u_\theta)}{t_c} = 0 \quad (4)$$

$$\sigma_\theta^c + \sigma(u_R) \cdot \frac{R}{t_c} = 0 \quad (5)$$

em que  $t_c$  é a espessura de betão e  $\sigma_\theta^c$  é a tensão normal no betão. As forças tangenciais no FRP e no betão, em qualquer parte da ligação, estão em equilíbrio pelo que se estabelece a equação:

$$\sigma_\theta^f \cdot b_f \cdot t_f + \sigma_\theta^c \cdot b_c \cdot t_c = 0 \quad (6)$$

### 2.3. Leis constitutivas e relações cinemáticas

As relações constitutivas no compósito de FRP e no betão, aceitando comportamento linear, podem ser descritas da maneira seguinte:

$$\sigma_\theta^f = E_f \cdot \varepsilon_\theta^f \quad (7)$$

$$\sigma_\theta^c = E_c \cdot \varepsilon_\theta^c \quad (8)$$

em que  $E_f$  e  $E_c$  são, respectivamente, os módulos de elasticidade do FRP e do betão, e,  $\varepsilon_\theta^f$  e  $\varepsilon_\theta^c$  são, respectivamente, as extensões no FRP e no betão. No caso de superfícies curvas, as extensões tangenciais e radiais são dadas, respectivamente, por:

$$\varepsilon_\theta = \frac{du_\theta}{ds} + \frac{u_R}{R} - \alpha \cdot T \quad (9)$$

$$\varepsilon_R = \frac{du_R}{dR} - \alpha \cdot T \quad (10)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação térmica linear do material e  $T$  é a temperatura. É possível, trabalhando as relações acima, obter

$$\sigma_\theta^c = E_c \cdot \left( \frac{du_\theta^c}{ds} + \frac{u_R^c}{R} - \alpha_c \cdot T \right) \quad (11)$$

$$\sigma_\theta^f = -\frac{E_c \cdot b_c \cdot t_c}{b_f \cdot t_f} \cdot \left( \frac{du_\theta^c}{ds} + \frac{u_R^c}{R} - \alpha_c \cdot T \right) \quad (12)$$

em que  $\alpha_f$  e  $\alpha_c$  são os coeficientes de dilatação térmica linear do FRP e do betão, respectivamente. Reconhecendo que os deslocamentos relativos entre materiais (tangenciais ou radiais) podem ser definidos pela diferença entre os deslocamentos no FRP e no betão, ao fazerem-se algumas operações matemáticas simples, as tensões normais no FRP podem escrever-se:

$$\sigma_\theta^f = \lambda_1 \cdot \left[ \frac{du_\theta}{ds} + \frac{u_R}{R} - (\alpha_f - \alpha_c) \cdot T \right] \quad (13)$$

em que:

$$\lambda_1 = \frac{E_f \cdot E_c \cdot b_c \cdot t_c}{E_c \cdot b_c \cdot t_c + E_f \cdot b_f \cdot t_f} \quad (14)$$

Assumindo que as tensões radiais da ligação se desenvolvem de acordo com uma lei constitutiva linear com rotura frágil:

$$\sigma(u_R) = k_N \cdot u_R \quad (15)$$

em que  $k_N$  é dada pelo quociente entre a tensão de aderência radial máxima ( $\sigma_{\max}$ ) e o deslocamento relativo radial máximo ( $u_{R,\max}$ ). Introduzindo-se a Eq. (3) na Eq. (16), os deslocamentos relativos radiais da ligação são:

$$u_R = \frac{\sigma_{\theta}^f \cdot t_f}{R \cdot k_N} \quad (16)$$

e que, ao introduzir-se na Eq. (13), conduzem a

$$\sigma_{\theta}^f = \frac{\lambda_1 \cdot R^2 \cdot k_N}{R^2 \cdot k_N - \lambda_1 \cdot t_f} \cdot \left[ \frac{du_{\theta}}{ds} - (\alpha_f - \alpha_c) \cdot T \right] \quad (17)$$

As tensões radiais da ligação através de substituições comparáveis podem escrever-se:

$$\sigma_R^f = \frac{\lambda_1 \cdot R \cdot k_N \cdot t_f}{R^2 \cdot k_N - \lambda_1 \cdot t_f} \cdot \left[ \frac{du_{\theta}}{ds} - (\alpha_f - \alpha_c) \cdot T \right] \quad (18)$$

#### 2.4. Determinação dos deslocamentos relativos interfaciais

O cálculo das tensões de aderência exige o conhecimento dos deslocamentos relativos tangenciais da ligação. Nesse sentido, o desenvolvimento de mais alguns procedimentos matemáticos conduzem à necessidade em resolver a equação diferencial de equilíbrio:

$$\frac{d^2 u_{\theta}}{ds^2} - \lambda_2^2 \cdot \tau(u_{\theta}) = 0 \quad (19)$$

em que:

$$\lambda_2^2 = \frac{1}{E_f \cdot t_f} + \frac{1}{E_c \cdot t_c} - \frac{1}{R^2 \cdot k_N} \quad (20)$$

Note-se que para encontrar uma solução para a Eq. (19), o segundo termo da Eq. (20) deverá ser sempre positivo. Nestas condições, toma-se como lei de aderência na direcção tangencial uma função do tipo exponencial correntemente utilizada para definir localmente o desempenho da ligação FRP/betão:

$$\tau(u_{\theta}) = 4\tau_{\max} \cdot \left( e^{-\frac{\ln(2) \cdot u_{\theta}}{u_{\theta,\max}}} - e^{-2\frac{\ln(2) \cdot u_{\theta}}{u_{\theta,\max}}} \right) \quad (21)$$

onde  $\tau_{\max}$  é a tensão de aderência tangencial máxima e  $u_{\theta,\max}$  é o deslocamento relativo tangencial máximo. Assumindo a lei de aderência da Eq. (21) e introduzindo na equação diferencial de equilíbrio (19), a solução desta equação diferencial é, e após imposição das condições de fronteira [14]:

$$u_{\theta}(s) = \frac{u_{\theta,\max}}{\ln(2)} \cdot \ln \left[ e^{\frac{\ln(2) \cdot (D \cdot s + C)}{u_{\theta,\max}}} + 1 \right] \quad (22)$$

onde  $C$  e  $D$  são constantes definidas, respectivamente, por:

$$C_2 = \frac{u_{\theta, \max}}{\ln(2)} \cdot \ln \left\{ \frac{\frac{F}{E_f \cdot b_f \cdot t_f} + (\alpha_f - \alpha_c) \cdot T}{D - \left[ \frac{F}{E_f \cdot b_f \cdot t_f} + (\alpha_f - \alpha_c) \cdot T \right]} \right\} - D \cdot \frac{L_b}{2} \quad (23)$$

$$D = 2\lambda_2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{\max} \cdot u_{\theta, \max}}{\ln(2)}} \quad (24)$$

A partir dos deslocamentos relativos tangenciais da interface, os deslocamentos relativos radiais ficam simples de determinar recorrendo a (16) e (17) e obtendo:

$$u_R(s) = \frac{\lambda_1 \cdot R \cdot t_f}{R^2 \cdot k_N - \lambda_1 \cdot t_f} \cdot \left[ \frac{D}{e^{\frac{\ln(2)}{u_{\theta, \max}} \cdot (D \cdot s + C)} + 1} - (\alpha_f - \alpha_c) \cdot T \right] \quad (25)$$

## 2.5. Distribuição das tensões interfaciais

As tensões normais e radiais obtêm-se a partir dos deslocamentos relativos tangenciais e são dadas, respectivamente, por:

$$\sigma_{\theta}^f(s) = \frac{\lambda_1 \cdot R^2 \cdot k_N}{R^2 \cdot k_N - \lambda_1 \cdot t_f} \cdot \left[ \frac{D}{e^{\frac{\ln(2)}{u_{\theta, \max}} \cdot (D \cdot s + C)} + 1} - (\alpha_f - \alpha_c) \cdot T \right] \quad (26)$$

$$\sigma_R^f(s) = \frac{\lambda_1 \cdot R \cdot k_N \cdot t_f}{R^2 \cdot k_N - \lambda_1 \cdot t_f} \cdot \left[ \frac{D}{e^{\frac{\ln(2)}{u_{\theta, \max}} \cdot (D \cdot s + C)} + 1} - (\alpha_f - \alpha_c) \cdot T \right] \quad (27)$$

As tensões de aderência tangenciais ao longo do comprimento de colagem são obtidas a partir de:

$$\tau(s) = \frac{D^2 \cdot \ln(2) \cdot e^{\frac{\ln(2)}{u_{\theta, \max}} \cdot (D \cdot s + C)}}{u_{\theta, \max} \cdot \lambda_2^2 \cdot \left( e^{\frac{\ln(2)}{u_{\theta, \max}} \cdot (D \cdot s + C)} + 1 \right)^2} \quad (28)$$

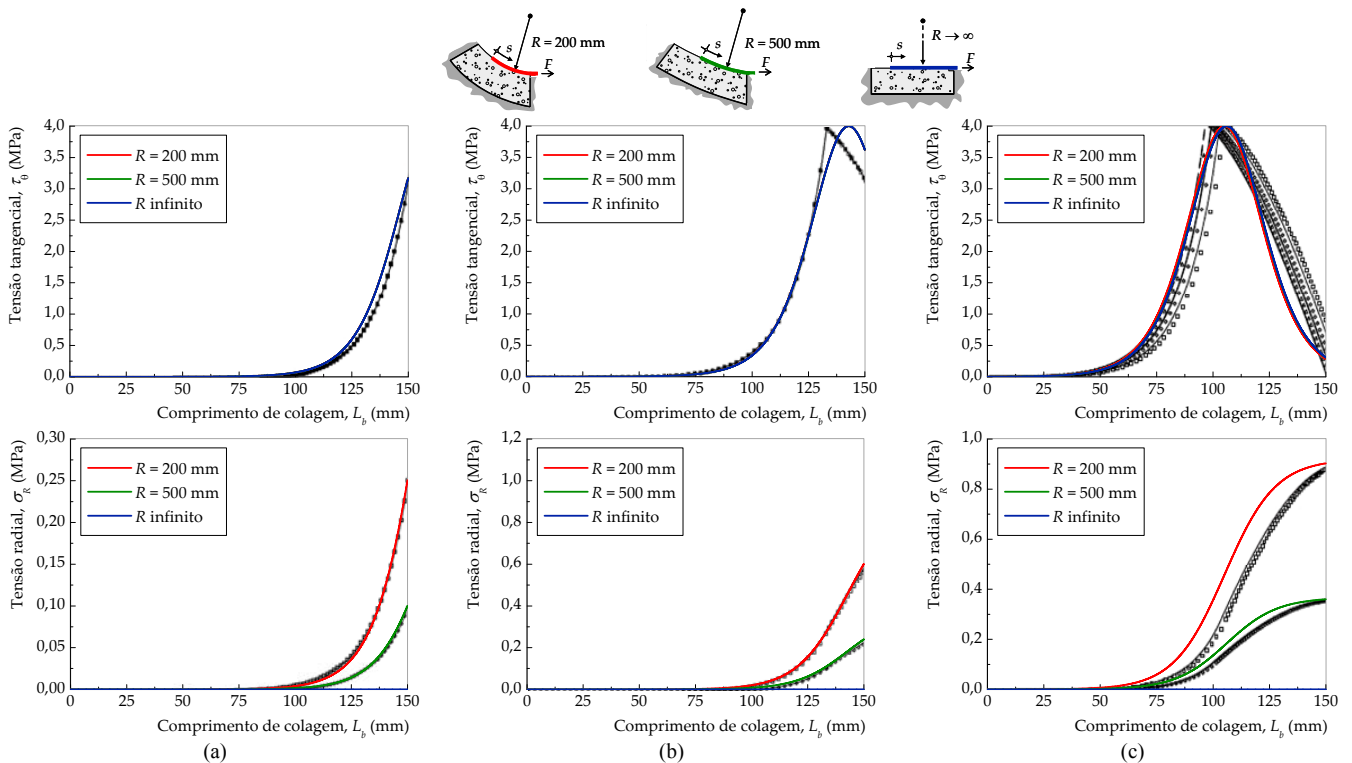
## 3. VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Com o objectivo de validar o modelo proposto, faz-se, a seguir, a confrontação dos resultados obtidos pela via analítica proposta e resultados numéricos encontrados na literatura. Num caso o estudo fez-se sem considerar efeitos da temperatura [18] e no outro foi aplicado um modelo numérico para resolver a Eq. (19) considerando os efeitos da temperatura e, ao mesmo tempo, com as leis de aderência dependentes da temperatura de acordo com o modelo proposto por Dai et al. [15]. Os valores assumidos daqui em diante foram, excepto se explicitamente referido, os usados por Lorenzis e Zavarise [18] caracterizando a ligação CFRP/betão, à temperatura ambiente, por leis de aderência que ficam definidas por:  $u_{r, \max} = 0,010$  mm;  $k_N = 200$  MPa/mm;  $\Gamma_I = 1,0$  N/mm;  $B = 20$  mm<sup>-1</sup>;  $\Gamma_{II} = 0,4$  N/mm;  $u_{\theta, \max} = 0,035$  mm;  $\tau_{\theta, \max} = 4,0$  MPa. O compósito de CFRP tem módulo de elasticidade  $E_f = 250$  GPa, espessura  $t_f = 0,165$  mm e largura ( $b_f$ ) unitária pelo que, nas comparações presentes se assumiu 1 mm. Para o betão, considerou-se um módulo de elasticidade  $E_c = 20$  GPa, largura  $b_c = 100$  mm e uma espessura de também de  $t_c = 100$  mm. Admitiu-se ainda que temperatura de transição vítrea

( $T_g$ ) do compósito de CFRP é  $62^\circ\text{C}$  e que, os coeficientes de dilatação térmica linear do CFRP e do betão são, respectivamente,  $\alpha_f = 0,3 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$  e  $\alpha_c = 10,2 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$  [15].

### 3.1. Comparação com exemplo apresentado por Lorenzis e Zavarise [18]

O trabalho analítico e numérico proposto por Lorenzis e Zavarise [18] estuda a ligação colada e curva entre um compósito de CFRP e um substrato de betão ou alvenaria e assume, em qualquer dos casos, duas leis de aderência bi-lineares independentes uma da outra. No entanto, reconhece-se nesse estudo que ao assumirem-se leis de aderência bi-lineares se pretendia realizar um desenvolvimento analítico mais simplificado mas que, ao mesmo tempo, conseguisse estimar a resistência da ligação com alguma precisão. Como já referido, o modelo não linear proposto assume uma lei linear com rotura frágil para o Modo I de fractura e uma outra lei do tipo exponencial para o Modo II de fractura. Assim, para o Modo I, considerou-se apenas o primeiro troço da lei bi-linear usada por Lorenzis e Zavarise [18], enquanto que para o Modo II, aproximou-se a lei exponencial à lei bi-linear fixando a tensão de aderência tangencial máxima (i.e.,  $\tau_{\theta, \max} = 4,0$  MPa) e a energia de fractura (i.e.,  $\Gamma_{II} = 0,4$  N/mm) da ligação. Refira-se ainda que as superfícies curvas coladas pretendem representar o intradorso duma viga em que as tensões de aderência radiais são de tracção e que, segundo o critério de rotura adoptado pela Eq. (1), representa a situação mais desfavorável.

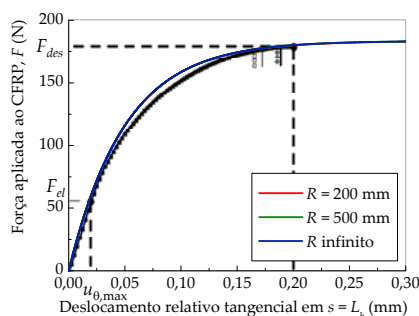


**Figura 3.** Comparação entre o modelo proposto e os resultados numéricos e analíticos de Lorenzis e Zavarise [18]: (a) tensões de aderência  $\tau_{\theta}$  e  $\sigma_R$  para  $F = 50$  N; (b) tensões de aderência  $\tau_{\theta}$  e  $\sigma_R$  para  $F = 120$  N; (c) tensões de aderência  $\tau_{\theta}$  e  $\sigma_R$  para  $F = F_{des} = 179,7$  N (i.e.,  $u_{\theta, \max} = 0,200$  mm).

De entre outros exemplos, Lorenzis e Zavarise [18] simularam, analítica e numericamente, o arrancamento de três tipos de ligações CFRP/betão com comprimento de colagem  $L_b = 150$  mm: (i) em que o raio da ligação é  $R = 200$  mm; (ii) com  $R = 500$  mm; e (iii) com  $R$  infinito. A Fig. 3 mostra as tensões e aderência tangencial ( $\tau_{\theta}$ ) e radial ( $\sigma_R$ ) desenvolvidas naquelas ligações para uma força transmitida ao compósito de CFRP de 50 N, 120 N e para uma força correspondente ao descolamento da ligação ( $F_{des} \approx 179,7$  N). Para além de se verificar que o modelo analítico não linear apresenta uma boa concordância com os resultados analíticos e numéricos de Lorenzis e Zavarise [18], verifica-se também que as distribuições das tensões de aderência tangenciais ao longo do comprimento de colagem não depende do raio da ligação. Contudo, as distribuições das tensões de aderência radiais ao longo do comprimento de colagem são mais acentuadas quanto menor é o raio da ligação. Refira-se

ainda que as distribuições das tensões radiais ao longo do comprimento de colagem para a força de descolamento da ligação estimadas pelo modelo não linear proposto, apresentam maiores discrepâncias com os resultados analíticos e numéricos de Lorenzis e Zavarise [18]. Estas diferenças explicam-se pela rotura da ligação que é estimada de acordo com o critério de rotura adoptado. Como o modelo proposto estima a rotura para deslocamentos relativos tangenciais ligeiramente superiores (e.g.  $u_0 = 0,343$  mm com  $R = 200$  mm e  $u_0 = 0,434$  mm com  $R = 500$  mm), os resultados do modelo proposto e apresentados na Fig. 3c correspondem a deslocamento relativo tangencial de  $u_0 = 0,200$  mm (vide Fig. 4). Por isso, não se vislumbram quaisquer diferenças nas distribuições das tensões de aderência tangenciais ao longo do comprimento de colagem (Fig. 3c) para os diferentes raios da ligação CFRP/betão ao contrário do modelo proposto por Lorenzis e Zavarise [18].

A Fig. 4 mostra as respostas força vs. deslocamento relativo tangencial em  $s = L_b$  do modelo analítico não linear proposto e dos modelos analíticos e numéricos de Lorenzis e Zavarise [18]. Conforme se pode observar por esta figura, as respostas dos modelos em comparação são muito similares, pelo menos, enquanto a ligação CFRP/betão se encontra em regime elástico, i.e. até atingir-se a força  $F_{el}$  e a que corresponde um deslocamento relativo tangencial  $u_{0,max}$ . A partir deste ponto, as diferenças observadas justificam-se pelas diferenças que as leis de aderência do Modo II de fractura apresentam na fase de pós-pico. Conforme já referido, segundo o critério de rotura adoptado neste trabalho, a rotura estimada ultrapassa a rotura estimada em [18] mas, em qualquer dos casos, as respostas força vs. deslocamento relativo tangencial em  $s = L_b$  não são afectadas pelo raio da ligação. No entanto, observou-se, à semelhança do exemplo mostrado em [18], que quanto menor é o raio da ligação, maior é a contribuição do Modo I de fractura na rotura da ligação.



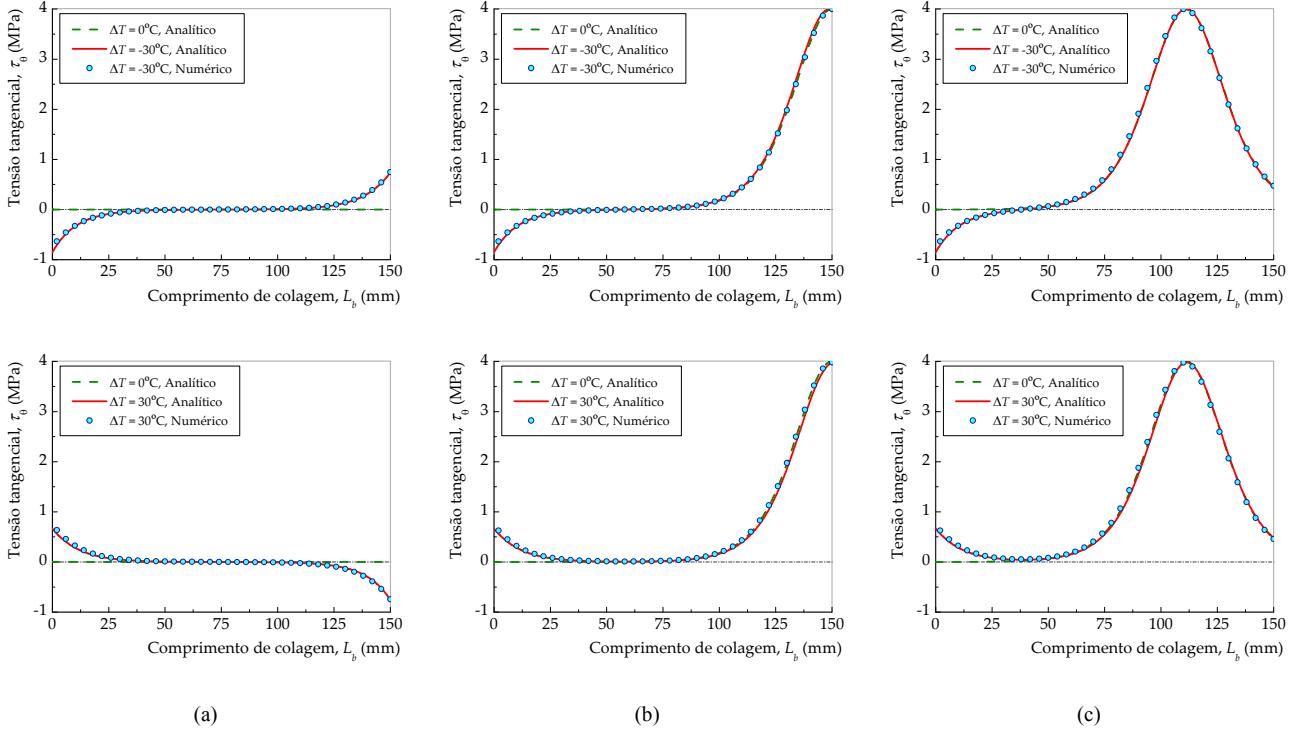
**Figura 4.** Comparação da resposta força aplicada ao CFRP vs. deslocamento relativo tangencial em  $s = L_b$  entre o modelo proposto e os resultados numéricos e analíticos de Lorenzis e Zavarise [18].

### 3.2. Comparação com modelo numérico de Biscaia et al. [14]

Não são conhecidos estudos que analisem o desempenho da ligação colada curva CFRP/betão sob a influência da temperatura pelo que, o modelo numérico proposto por Biscaia et al. [14] foi considerado. Assim, e conforme mostrado anteriormente, o campo de deslocamentos relativos tangenciais da ligação ( $u_0$ ) foram obtidos numericamente tendo-se adoptado uma discretização da ligação de 1 mm. Como o raio da ligação  $R$  não tem influência na distribuição das tensões de aderência tangenciais da ligação  $\tau_0$ , conforme se demonstrou anteriormente, apenas a distribuição das tensões de aderência radiais ( $\sigma_r$ ) se realçam dois raios da ligação de  $R = 200$  mm e  $R = 500$  mm. Consideraram-se duas temperaturas de  $-30^\circ\text{C}$  e  $30^\circ\text{C}$  e as distribuições de tensões de aderência ao longo do comprimento de colagem foram obtidas para  $F = 0$  N (Fig. 5.a),  $F = 0,50F_{max}$  (Fig. 5.b) e  $F = 0,97F_{max}$  (Fig. 5.c). Ao mesmo tempo, as respectivas distribuições das tensões de aderência ao longo do comprimento de colagem sem a influência da temperatura foram obtidas e comparadas com as duas situações anteriores. A Fig. 5 mostra estes resultados obtidos a partir do modelo analítico não linear proposto ( $T = 0^\circ\text{C}$ ,  $T = -30^\circ\text{C}$  e  $T = 30^\circ\text{C}$ ) e compara-os com os resultados obtidos a partir do modelo numérico de Biscaia et al. [14] ( $T = -30^\circ\text{C}$  e  $T = 30^\circ\text{C}$ ). Na sua globalidade, os resultados obtidos pela via analítica proposta têm uma muito boa aproximação com os resultados numéricos. De referir que, ao contrário da situação sem temperatura, a ligação desenvolve tensões de aderência tangenciais nas suas extremidades (veja-se a Fig. 5.a). É por esta razão, que a resistência da ligação é afectada aquando da temperatura. Neste assunto em particular, e apesar de ser em ligações planas CFRP/betão, refira-se, por exemplo, o trabalho de Dai et al. [15] que sugere que o aumento de temperatura ( $T >$



0°C) faz aumentar a resistência da ligação CFRP/betão e que, o inverso, i.e. a diminuição da temperatura ( $T < 0^\circ\text{C}$ ), faz diminuir a resistência da ligação.



**Figura 5.** Distribuição das tensões de aderência  $\tau_0$ : (a) no instante inicial, i.e. com  $F = 0$  N; (b) durante o processo de descolamento, e.g.  $F = 0,50F_{\max}$ ; (c) perto da força máxima, e.g.  $F = 0,97F_{\max}$ .

A Fig. 6 mostra a distribuição das tensões de aderência da ligação para as mesmas condições daquelas mostradas na Fig. 5. A influência do raio da ligação é mostrada na Fig. 6 tendo-se adoptado, conforme referido,  $R = 200$  mm e  $R = 500$ mm. Neste caso, o aumento da temperatura ( $T = 30^\circ\text{C}$ ) faz com que toda a ligação fique sujeita a tensões positivas com maior incidência nas extremidades da ligação sendo, por oposição, a diminuição da temperatura ( $T = -30^\circ\text{C}$ ) a situação em que a ligação fica, na sua grande maioria, sujeita a tensões negativas. Uma vez mais, a diminuição do raio da ligação faz aumentar as tensões de aderência radiais na ligação. À medida que se transmite força ao compósito de CFRP, as tensões de aderência radiais que se desenvolvem na ligação aumentam e, apesar destas tensões radiais se desenvolverem em toda a ligação, apenas a parte da ligação carregada próxima da extremidade carregada apresenta um maior desenvolvimento destas tensões.

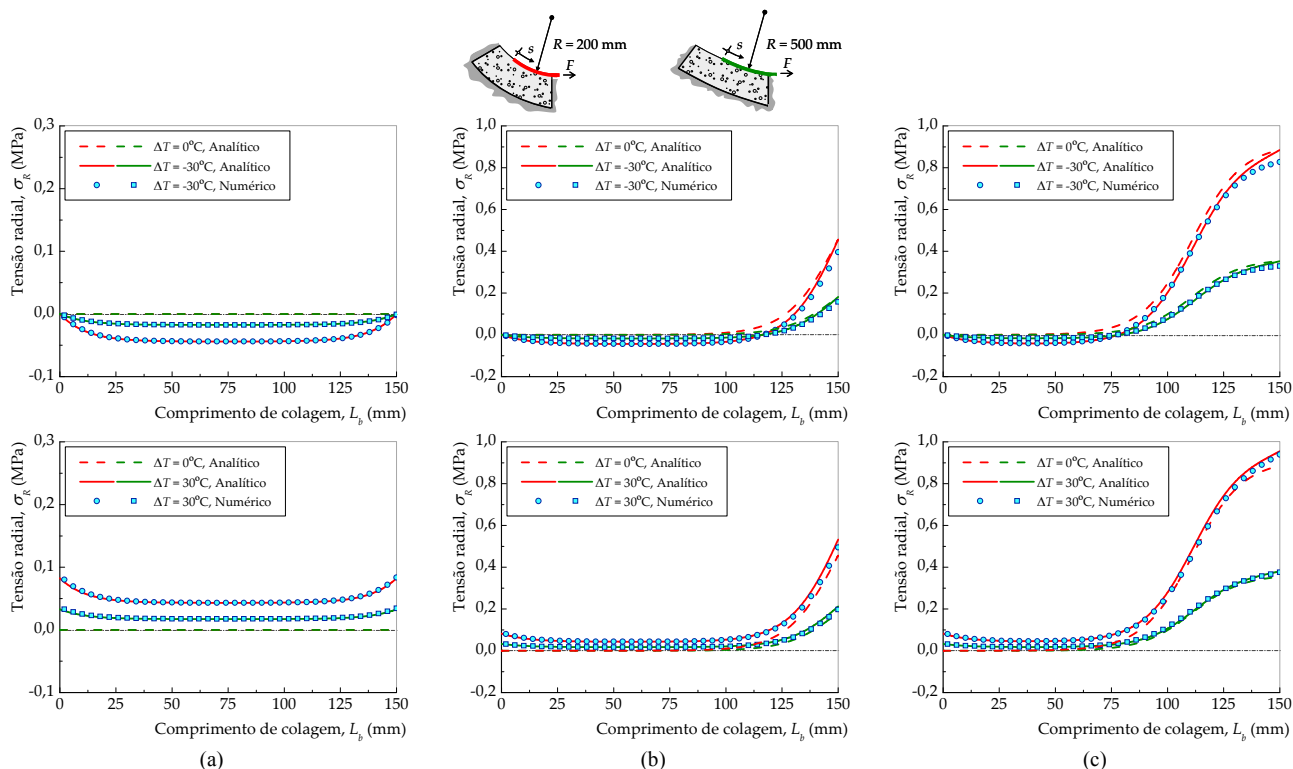
#### 4. PROCESSO DE DESCOLAMENTO

Procura-se agora mostrar uma visão mais alargada sobre o processo de descolamento da ligação curva FRP/betão. Tendo em consideração a temperatura e as suas influências nas variações a que o comprimento efectivo da ligação fica sujeito conforme descrito por Biscaia et al. [14], considerou-se um comprimento de colagem de  $L_b = 400$  mm. De acordo com a expressão [14]:

$$L_{eff,\Delta T} = 1.32u_{\theta,ult} \cdot \sqrt{\frac{E_{f,T} \cdot t_f}{\Gamma_{II}}} \coth\left(\frac{T}{T_g}\right) \quad (29)$$

onde  $u_{\theta,ult}$  é o deslocamento relativo tangencial último da ligação, i.e. o deslocamento relativo tangencial a partir do qual a ligação descola devido ao Modo II de fractura; e  $E_{f,T}$  é o módulo de elasticidade do compósito de CFRP devido à temperatura obtido a partir do modelo proposto por Dai et al. [15]. Para temperaturas entre os  $-20^\circ\text{C}$  e os  $100^\circ\text{C}$ , os comprimentos efectivos da ligação CFRP/betão variam entre 179 mm e 378 mm, respectivamente. Os resultados mostram claramente que o aumento da temperatura afecta gravemente ambas as tensões de aderência máximas ( $\sigma_{\theta,max}$  e  $\tau_{\theta,max}$ ).

Por exemplo, a 62°C (i.e. igual a  $T_g$ ), a redução foi de aproximadamente 55,9%, e quando a temperatura é de 122°C (praticamente o dobro do valor de  $T_g$ ) as tensões de aderência máximas da ligação são nulas pelo que, a ligação fica definitivamente comprometida. Ao mesmo tempo, o aumento da temperatura faz aumentar os deslocamentos relativos (radial e tangencial) máximos com maior incidência para temperaturas na vizinhança de  $T_g$ . Por conseguinte, as energias de fractura de ambos os modos são também fortemente afectadas pelo aumento da temperatura.



**Figura 6.** Distribuição das tensões radiais  $\sigma_R$ : para a ligação curva CFRP/betão de raio  $R = 200$  mm e  $R = 500$  mm: (a) no instante inicial, i.e. com  $F = 0$  N; (b) durante o processo de descolamento, e.g.  $F = 0,50F_{\max}$ ; (c) perto da força máxima, e.g.  $F = 0,97F_{\max}$ .

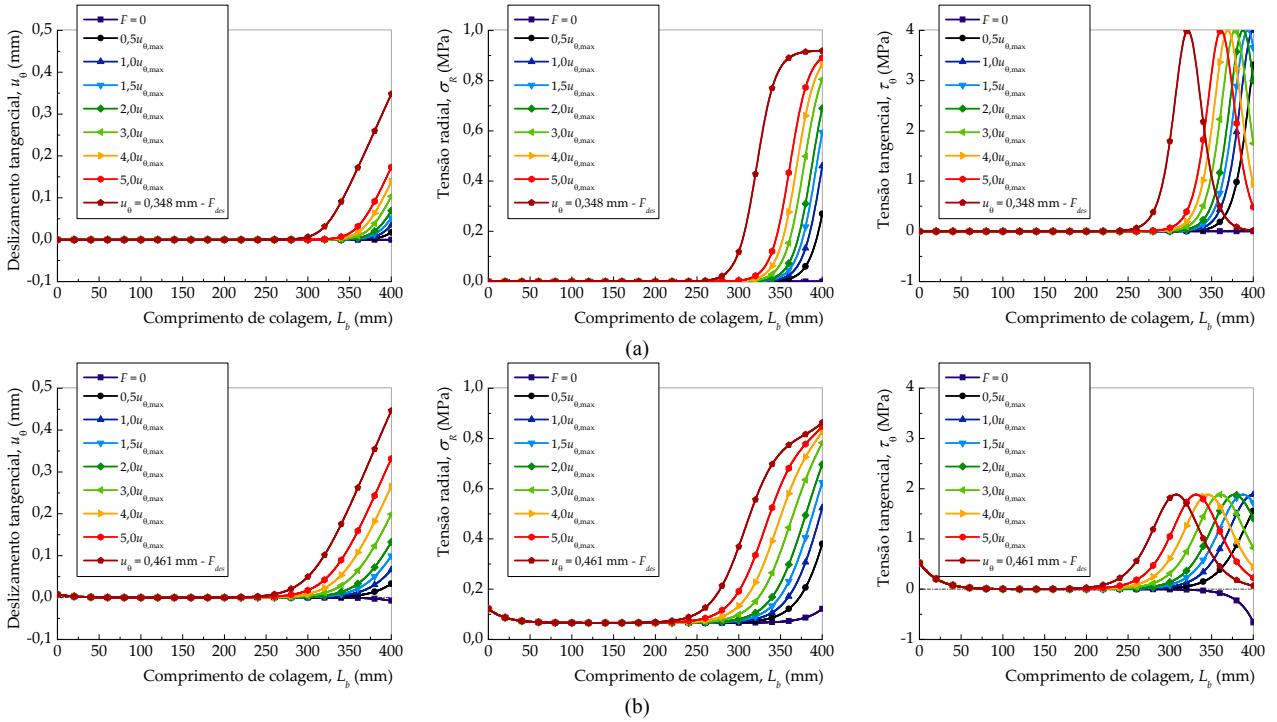
#### 4.1. Distribuição das tensões interfaciais ao longo do comprimento de colagem

Com o intuito de se descrever o processo de descolamento da ligação curva CFRP/betão sob o efeito da temperatura, assumiu-se, a título exemplificativo, uma ligação com raio  $R = 200$  mm e  $T = 60^\circ\text{C}$  (próximo de  $T_g$ ). Ao mesmo tempo, mostram-se os resultados obtidos para a mesma ligação livre de qualquer temperatura, i.e. com  $T = 0^\circ\text{C}$ . A Fig. 7 pretende mostrar todo o processo de descolamento da ligação curva CFRP/betão. Note-se que o aumento da temperatura fez, não só, aumentar os deslocamentos relativos tangenciais da ligação mas também fez aumentar, nos mesmos pontos, as tensões radiais da ligação. Porém, não se registou um aumento dos valores máximo da tensão radial com  $T = 60^\circ\text{C}$ . Além disso, o aumento de temperatura fez com que, quer os deslocamentos relativos tangenciais quer as tensões interfaciais se distribuíssem por um maior comprimento colado. Contrariamente à tensão radial máxima, registou-se uma diminuição na tensão de aderência tangencial máxima com o aumento da temperatura. Note-se que neste exemplo, a tensão de aderência radial máxima é  $\sigma_{R,\max} = 0,94$  MPa e cujo valor não foi ultrapassado tendo-se estimado um valor de  $\sigma_R = 0,87$  MPa em  $s = L_b$ .

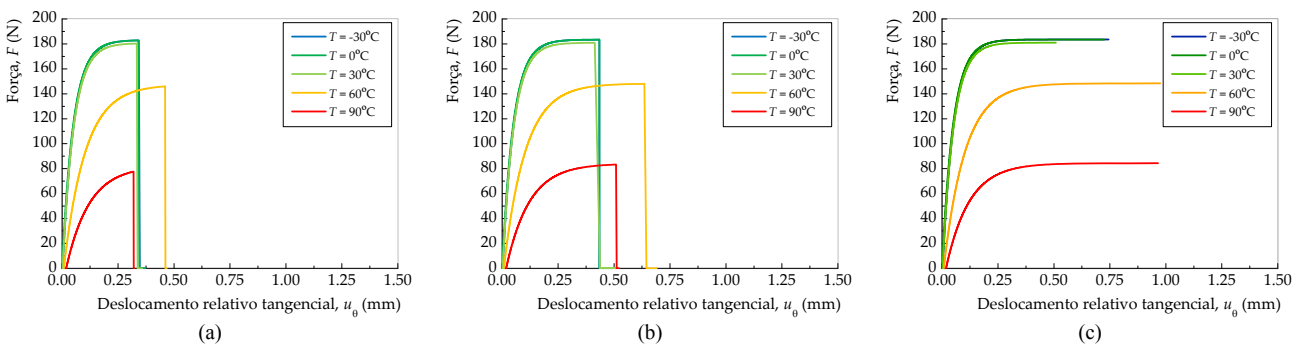
#### 4.2. Resposta força vs. deslocamento relativo tangencial

Com o intuito de analisar diferentes respostas força vs. deslocamento relativo tangencial de ligações curvas CFRP/betão com diferentes raios e sujeitas a diferentes temperaturas, analisaram-se as seguintes situações que se combinaram entre si: (i)  $R$  igual a 200 mm, 500 mm e infinito; e (ii)  $T = -30, 0, 30, 60$  e  $90^\circ\text{C}$ . Os resultados obtidos a partir da modelo analítico não linear proposto são

apresentados na Fig. 8. Em qualquer dos casos em que a superfície de colagem é curva, o critério de rotura definido em (1) foi sempre responsável pelo início do descolamento da ligação. Refira-se que o modelo proposto não tem por objectivo mostrar o comportamento da ligação durante a fase de pós colapso pelo que, a *snap-back* descrito e documentado na literatura (e.g. [4, 23-24]) não é observado em qualquer das curvas força vs. deslocamento relativo tangencial da Fig. 8. Ainda assim, a resistência da ligação (parâmetro crucial para o dimensionamento deste tipo de ligações) é mais afectada quando não só a temperatura aumenta mas também quando o raio da ligação diminui. A ductilidade das ligações planas CFRP/betão observadas e também documentadas na literatura (e.g. [1-7, 24]) é também reduzida com o aumento do raio da ligação havendo algumas variações com o aumento da temperatura. Contudo, considerando a temperatura, a ductilidade da ligação parece ser menos afectada quando esta toma valores mais próximos da temperatura de transição vítrea do CFRP.



**Figura 7.** Processo de descolamento duma ligação CFRP/betão curva com  $R = 200$  mm: (a) sem a influência da temperatura, i.e.  $T = 0^\circ\text{C}$ ; e (b) sujeita à temperatura  $T = 60^\circ\text{C}$ .



**Figura 8.** Respostas força vs. deslocamento relativo tangencial da ligação curva CFRP/betão para diferentes temperaturas com: (a)  $R = 200$  mm; (b)  $R = 500$  mm; e (c)  $R \rightarrow \infty$ .

A resposta força vs. deslocamento relativo tangencial caracteriza-se ainda por ter, inicialmente, um primeiro troço praticamente linear que, consoante o aumento de temperatura, diminui porque a fase elástica da lei de aderência tangencial também diminui. Após esta resposta *quasi* elástica da ligação, esta apresenta um aumento de deslocamentos relativos tangenciais para pouco aumento de força e que se deve ao amolecimento definido na lei de aderência do Modo II. Como esse amolecimento aumenta com o aumento da temperatura, as respostas forças vs. deslocamento relativo tangencial das ligações

sujeitas a temperaturas mais elevadas têm um maior comportamento não linear até ao descolamento da ligação. Por fim, refira-se que as ligações sujeitas a temperaturas baixas, i.e. perto de 0°C ou negativas, parecem não ser fortemente afectadas mantendo-se os valores das resistências destas ligações praticamente inalterados.

## **5. CONCLUSÕES**

Este trabalho permitiu estudar o comportamento de ligação curva CFRP/betão sujeita a temperaturas elevadas e de força transmitida ao compósito podendo-se retirar daí, as seguintes principais conclusões:

- o descolamento numa ligação curva FRP/betão processa-se com a conjugação de dois modos de fractura (Modo I+II). Neste processo, a lei de aderência linear com rotura frágil assumida para o Modo I revelou ser suficiente uma vez que, para os exemplos estudados e aqui apresentados, a ligação CFRP/betão nunca atingiu o limite máximo da tensão radial limitada pela lei de aderência. Refira-se contudo, que se por um lado, ao diminuir-se o raio da ligação se obtém uma maior influência do Modo I no processo de descolamento da ligação (sendo mais atingível a tensão radial máxima definida na respectiva lei de aderência), por outro lado, da condição imposta por (24), o uso do modelo proposto pode ter que excluir raios de ligação muito pequenos o que, viabiliza, de novo, a lei de aderência linear com rotura frágil assumida para o Modo I de fractura;
- o aumento da temperatura reduz a resistência da ligação CFRP/betão e, ao mesmo tempo faz aumentar o comprimento efectivo da ligação. O facto da ligação FRP/betão ser curva, parece não afectar o comprimento efectivo da ligação já que, tendo em conta que a distribuição das tensões de aderência tangenciais não depende do raio da ligação o comprimento de colagem mobilizado mantém-se inalterado relativamente ao comprimento mobilizado numa ligação plana, i.e. com raio infinito. Conjugando este aumento do comprimento da ligação efectivo com a temperatura, a resistência da ligação diminui e que é um aspecto que não deve ser negligenciado;
- numa situação mais realista, isto é, para uma estrutura sob cargas de serviço, o aumento da temperatura essencialmente desenvolve mais deslocamentos relativos na interface e reduz drasticamente a sua força inicial.
- a diminuição do raio da ligação FRP/betão faz aumentar as tensões radiais que nela se desenvolvem. Por conseguinte, considerando os casos de vigas de betão de dimensões reais, os raios praticados deverão ser grandes o que, como se demonstrou, o Modo I de fractura tem pouca influência no processo de descolamento da ligação FRP/betão;
- o aumento do raio da ligação e da temperatura fazem diminuir a ductilidade da ligação CFRP/betão o que, para estruturas sob cargas de serviço onde as temperaturas podem ter um papel importante (por exemplo estruturas industriais), as determinações das resistências destes tipos de ligações coladas curvas afiguram-se como muito relevante para o sucesso da sua aplicação sob estas solicitações.

## **AGRADECIMENTOS**

O primeiro autor deste trabalho pretende agradecer à Fundação para a Ciência e Tecnologia pelo financiamento parcial do trabalho através do UNIDEMI, Projeto Estratégico UID/ EMS/00667/2013 e pela bolsa SFRH/BPD/111787/2015.

## **REFERÊNCIAS**

- [1] Yuan, H, Teng, JG, Seracino, R, Wu, ZS e Yao, J. (2004). Full-range behaviour of FRP-to-concrete bonded joints. *Engineering Structures*, 26:553-565.
- [2] Mazzotti, C, Savoia, M e Ferracuti, B. (2008). An experimental study on delamination of FRP plates bonded to concrete. *Construction and Building Materials*, 2008; 22(7):1409-1421.
- [3] Martinelli, E, Czaderski, C e Motavalli, M. (2011). Modeling in-plane and out-of-plane displacement fields in pull-off tests on FRP strips. *Engineering Structures*, 33:3715- 3725.
- [4] Cornetti, P e Carpinteri, A. (2011). Modelling the FRP-concrete delamination by means of an exponential softening law. *Engineering Structures*, 33(6):1988-2001.

- [5] Biscaia, HC, Micaelo, R, Teixeira, J e Chastre, C. (2014). Numerical Analysis of FRP anchorage zones with variable width. *Composites Part B: Engineering*, 67:410-426.
- [6] Biscaia, HC, Chastre, C e Viegas, A. (2015). A new discrete method to model FRP-to-parent material bonded joints. *Composite Structures*, 121:280-295.
- [7] Biscaia, HC, Silva, MAG e Chastre, C. (2015). Factors influencing the performance of externally bonded reinforcement systems of GFRP-to-concrete interfaces. *Materials and Structures*, 48(9):2961-2981.
- [8] Green, MF, Bisby, LA, Beaudoin, Y e Labossière, P. (2000). Effect of freeze-thaw cycles on the bond durability between fibre reinforced polymer plate reinforcement and concrete. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 27(5):949-959.
- [9] Silva, MAG, Biscaia, H e Marreiros, R. (2013). Bond-slip on CFRP/GFRP-to-concrete joints subjected to moisture, salt fog and temperature cycles. *Composites Part B: Engineering*, 55:374-385.
- [10] Silva, MAG, Biscaia, H e Chastre, C. (2013). Influence of Temperature Cycles on Bond between Glass Fiber-Reinforced Polymer and Concrete. *ACI Structural Journal*, 110(6): 977-987.
- [11] Silva, MAG, Fonseca, BS e Biscaia, H. (2014). On estimates of durability of FRP based on accelerated tests. *Composite Structures*, 116:377-387.
- [12] Klamer, EL. (2009). Influence of temperature on concrete beams strengthened in flexure with CFRP. PhD Thesis, Eindhoven University, Netherland.
- [13] Leone, M, Matthys, S e Aiello, MA. (2009). Effect of elevated service temperature on bond between FRP systems and concrete. *Composites: Part B*, 40:85-93.
- [14] Biscaia, H, Chastre, C, Viegas, A e Franco, N. (2015). Numerical modelling of the effects of elevated service temperatures on the debonding process of FRP-to-concrete bonded joints. *Composites Part B: Engineering*, 70:64-79.
- [15] Dai, JG, Gao, WY e Teng, JG. (2013). Bond-slip model for FRP laminates externally bonded to concrete at elevated temperature. *Journal of Composites for Construction*, 17(2):217-228.
- [16] Dong, K e Hu, K. (2016). Development of bond strength model for CFRP-to-concrete joints at high temperatures. *Composites Part B*, 95:264-271.
- [17] Zanardo, G, Pellegrino, C, Bobisut, C e Modena, C. (2004). Performance Evaluation of Short Span Reinforced Concrete Arch Bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 10.1061/(ASCE)1084-0702(2004)9:5(424), 424-434.
- [18] De Lorenzis, L e Zavarise, G. (2009). Interfacial stress analysis and prediction of debonding for a thin plate bonded to a curved substrate. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 44:358-370.
- [19] Biscaia, H, Chastre, C e Silva, MAG. (2015). Bond-slip model for FRP-to-concrete bonded joints under external compression. *Composites Part B: Engineering*, 80:246-259.
- [20] Hutchinson, JW e Suo, Z. (1992). Mixed mode cracking in layered materials. *Advances in Applied Mechanics*, 29:63-199.
- [21] Wang, J. (2007). Cohesive zone model of FRP-concrete interface debonding under mixed-mode loading *International Journal of Solids and Structures*, 44(20):6551-6568.
- [22] Bencardino, F e Condello, A. (2016). 3D FE Analysis of RC Beams Externally Strengthened with SRG/SRP Systems. *Fibers*, 4(2), 19; doi:10.3390/fib4020019.
- [23] Biscaia, HC, Borba, IS, Silva, C e Chastre, C. (2016). A nonlinear analytical model to predict the full-range debonding process of FRP-to-parent material interfaces free of any mechanical anchorage devices. *Composite Structures*, 138:52-63.
- [24] Dai J, Ueda T, Sato Y. Development of the nonlinear bond stress-slip model of fiber reinforced plastics sheet-concrete interfaces with a simple method. *Journal of Composites for Construction*, 2005;9(1):52-62.