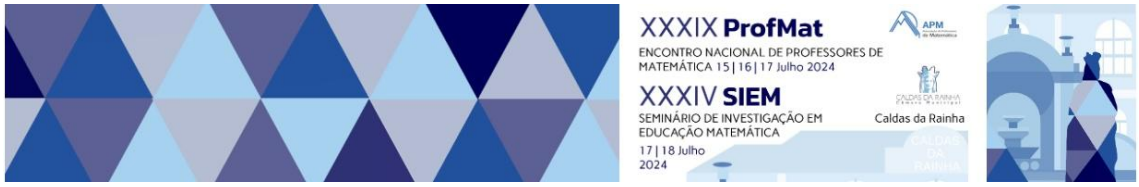

Caracterização do conhecimento mobilizado por professores de matemática: Um estudo de caso com diferentes tecnologias

Characterizing the knowledge mobilized by mathematics teachers: A case study with different technologies

Maria do Carmo Botelho[1], *Helena Rocha*[2]
[1]Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa,
mcb17696@campus.fct.unl.pt
[2]CICS.NOVA, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa
hcr@fct.unl.pt

Resumo. *O potencial da tecnologia no ensino e aprendizagem da matemática é amplamente reconhecido, no entanto a concretização deste potencial exige que os professores possuam os conhecimentos necessários para a integrar efetivamente, nas suas práticas pedagógicas. Este estudo tem como objetivo caraterizar o conhecimento do professor de matemática quando utiliza diferentes tecnologias no ensino e na aprendizagem. Pretende ainda estudar a existência de relações entre os domínios específicos do* Conhecimento para o Ensino da Matemática com Tecnologia – *KTMT e a integração da calculadora gráfica e do GeoGebra. A metodologia adotada é qualitativa, com uma abordagem interpretativa, recorrendo a dois estudos de caso de duas professoras de Matemática A do 11.º ano, ambas com uma vasta experiência no uso da tecnologia em sala de aula. Este estudo mostra que são mobilizados diferentes conhecimentos do KTMT de acordo com a tecnologia escolhida, e de que forma as características específicas de cada uma delas, influenciaram as opções pedagógicas das professoras.*

Abstract. *The potential of technology to enhance the learning of mathematics is widely acknowledged. However, realizing this potential requires teachers to possess the knowledge to effectively integrate it into their teaching practices. This study aims to characterize the mathematics teachers' knowledge when using different technologies in teaching and learning. It also aims to study the existence of relationships between the specific domains of the* Knowledge for Teaching Mathematics with Technology – *KTMT and the integration of graphing calculator and GeoGebra. The methodology adopted is qualitative with an interpretative approach, based on two case studies of Mathematics teachers of the 11th grade (16-17 years old) with extensive experience in the use of technology. This study shows that different KTMT knowledge is mobilized, according to the technology chosen and the specific characteristics of each of the technologies used influenced the teachers' pedagogical choices.*

Palavras-chave: *Integração da tecnologia; conhecimento do professor; KTMT; matemática*

Keywords: *Technology integration; teacher knowledge; KTMT; mathematics*

1. Introdução

O uso da tecnologia no ensino de matemática tem levado diversos autores a investigar o conhecimento específico necessário para ensinar matemática com tecnologia (Clark-Wilson et al., 2020; Drijvers, 2019; 2016; Rocha, 2020a), mas são poucos os que se centram no conhecimento dos professores para apoiar os alunos na transição entre diferentes tecnologias (Bretscher, 2022). Para que seja possível criar e implementar ambientes de aprendizagem, os professores devem ter um conhecimento não apenas da Matemática que lecionam, mas também das ferramentas tecnológicas disponíveis e do seu potencial para explorar ideias matemáticas, assim como dos aspetos pedagógicos relacionados com o ensino e a aprendizagem da disciplina (Kim, 2018).

No que se refere ao conhecimento necessário para a integração da tecnologia na prática profissional, são poucos os estudos que abordam o contributo do recurso a diferentes tecnologias no desenvolvimento profissional dos professores e, de que forma são mobilizados os diferentes domínios do seu conhecimento (Rocha, 2020b).

Embora seja reconhecido pelos professores a necessidade de conhecerem as funcionalidades da tecnologia, para Clark-Wilson et al. (2014) o desenvolvimento profissional dos professores deve centrar-se no conhecimento do conteúdo matemático e no conhecimento do conteúdo pedagógico para o ensino da matemática, para que estes consigam reconhecer os limites e potencialidades da integração das tecnologias nas suas práticas.

Esta investigação tem como objetivo caracterizar o conhecimento dos professores de matemática quando usam diferentes tecnologias no ensino e aprendizagem de matemática. Pretende-se especificamente estudar a existência de relações entre os domínios específicos do modelo *Knowledge for Teaching Mathematics with Technology* – KTMT (Rocha, 2020b) e a integração da tecnologia escolhida. Pretende-se ainda responder às seguintes questões:

1. Que domínios do KTMT são enfatizados quando o professor integra a tecnologia na prática profissional?
2. Que diferenças existem nos conhecimentos mobilizados pelo professor quando a tecnologia muda?

2. Enquadramento teórico

O quadro teórico deste estudo centra-se no modelo KTMT de Rocha (2020b) (Figura 1), pois este integra num único modelo a investigação centrada no conhecimento

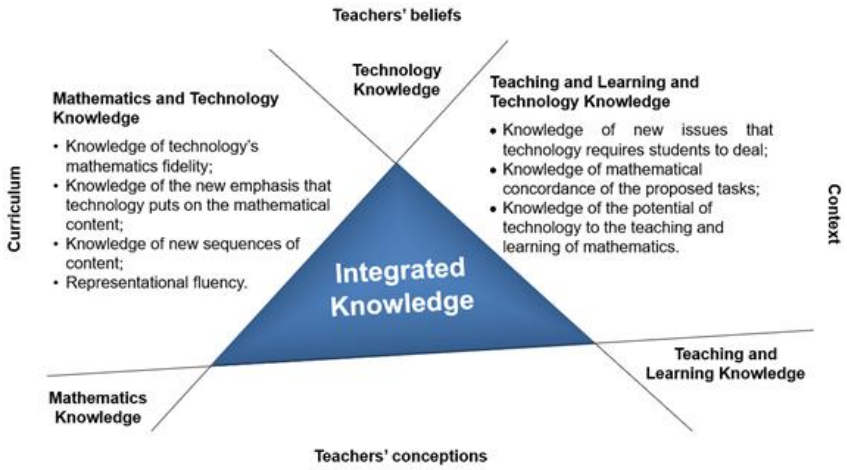

Figura 1. Modelo KTMT (Rocha, 2022)

profissional, e a investigação centrada no uso da tecnologia. No KTMT são considerados como domínios base de conhecimento a Matemática (MK), o Currículo, o Ensino-Aprendizagem e a Tecnologia (TK).

O domínio de base da Matemática (MK) inclui o conhecimento de conceitos e teorias e procedimentos da área disciplinar, envolvendo também o conhecimento da natureza da matemática. O conhecimento de base da Tecnologia envolve a capacidade de operar com determinada tecnologia e consiste essencialmente em saber como ela funciona ou, por outras palavras, o que faz e como faz. O conhecimento de base do Ensino e da Aprendizagem envolve o conhecimento sobre a forma como os alunos pensam e aprendem, inclui a compreensão dos processos habitualmente utilizados pelos alunos, as suas dificuldades associadas a conteúdos específicos, a capacidade de antecipar esses problemas e de os resolver. Este conhecimento está relacionado com o conhecimento pedagógico que inclui as escolhas feitas pelo professor nas diferentes fases do ensino, bem como o conhecimento da sequência das atividades, dos diferentes tipos de tarefas e da forma como os alunos trabalham.

Valorizando particularmente o conhecimento desenvolvido a partir de mais do que um dos domínios base, o KTMT inclui dois conjuntos de conhecimentos interdomínios: o Mathematics and Technology Knowledge – MKT e o Teaching and Learning and Technology Knowledge – TLTK. O MTK centra-se na forma como a tecnologia influencia a matemática e o TLTK inclui a forma como a tecnologia afeta ou influencia o ensino e a aprendizagem, reforçando ou restringindo certas abordagens (Tabela 1).

Tabela 1. Conhecimentos integrados no MTK e TLTK

MTK	TLTK
- Conhecimento da fidelidade matemática da tecnologia, - Conhecimento das novas ênfases que a tecnologia coloca sobre a matemática, - Conhecimento de novas sequências dos conteúdos - Fluência representacional	- Conhecimento das novas questões com que a tecnologia confronta os alunos, - Conhecimento da concordância matemática das tarefas propostas, - Conhecimento de diferentes tipos de tarefas e de como tirar partido das potencialidades disponibilizadas pela tecnologia

O KTMT incluí ainda Conhecimento Integrado (IK), sendo este um conhecimento detido pelo professor resultante da articulação simultânea de todos os outros domínios (base, MKT e TLTK).

As estratégias usadas pelo professor para integrar diferentes tecnologias nas suas aulas, podem ser assentes na compreensão matemática ou nos procedimentos técnicos específicos de cada tecnologia (Botelho & Rocha, 2022). Contudo, tal como realçado por Bretscher (2022, p. 2522):

> A tecnologia como recurso de ensino da matemática precisa de ser simultaneamente visível, para que possa ser notada e utilizada na prática do ensino de matemática, e invisível para que a atenção seja centrada no objeto de estudo, o ensino da matemática aos alunos. As particularidades da utilização de uma tecnologia específica, para ensinar matemática, influenciam a matemática que pode ser ensinada.

3. Metodologia

Atendendo ao objetivo deste estudo, a metodologia escolhida para esta investigação é de natureza qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen,1994)**.** Recorreu-se a dois estudos de caso de duas professoras de Matemática do ensino secundário, que designaremos por Camila e Leonor. As duas professoras têm mais de 25 anos de experiência profissional e, muita experiência na utilização de diferentes tecnologias no ensino da Matemática.

A recolha de dados decorreu numa turma do 11.º ano de Matemática A, de cada uma das professoras, e incluiu a observação não-participante de dezasseis aulas na turma de Camila e de catorze aulas na turma de Leonor, com duração de 50 minutos cada, durante o tema das sucessões e duas entrevistas, antes e depois de cada aula. Estas entrevistas tiveram como objetivo recolher o ponto de vista das professoras sobre as razões subjacentes às opções metodológicas adotadas e uma reflexão relativamente às aulas.

Em todas as aulas observadas, e entrevistas realizadas, foi feito um registo áudio e a respetiva transcrição. Todas as informações escritas no quadro, foram recolhidas pelo investigador durante a observação da aula, como complemento aos dados recolhidos no áudio.

Com base nas tarefas propostas pelas professoras e de acordo com a natureza do estudo, a análise de dados foi maioritariamente de natureza descritiva e interpretativa, tendo a mesma sido orientada pelas questões de investigação, com foco no uso da calculadora gráfica e do GeoGebra.

Para a análise de dados, foram identificados e analisados os momentos em que diferentes domínios do KTMT foram mobilizados durante a utilização das diferentes tecnologias e, tendo em conta os objetivos do estudo, foi dada especial atenção aos domínios do conhecimento: TK, TLTK e MTK, com o intuito de identificar a mobilização do conhecimento associado a cada um destes. Nos casos em que foram mobilizados vários domínios, foi efetuada uma análise exaustiva para determinar qual o domínio que parecia ser predominante.

4. Resultados

Em consonância com Bretscher (2022), Camila e Leonor acreditam que a tecnologia deve ser um recurso nas suas aulas, contudo não se pode tornar o aspeto central tirando a atenção da matemática que está a ser ensinada. Ao integrar a calculadora gráfica e o GeoGebra nas duas tarefas, as professoras pretendem que os alunos se familiarizem com as ferramentas disponibilizadas por estas duas tecnologias.

4.1 *Camila*

Camila iniciou o estudo sobre a monotonia de sucessões propondo à turma, uma tarefa com recurso à calculadora gráfica. A tarefa consistia no estudo da monotonia de sucessões através da exploração dos gráficos. Apesar de os alunos estarem habituados ao uso da calculadora gráfica nas aulas, durante a realização da tarefa, foi necessário a professora dar orientações sobre o uso do menu Recursão da calculadora gráfica. Após a tarefa, os alunos passaram à resolução de exercícios. Posteriormente, a professora propôs uma tarefa exploratória para o estudo de sucessões do tipo $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$, usando o GeoGebra.

4.1.1. *Tarefa a monotonia e sucessões limitadas*

Camila inicia o tema das sucessões recorrendo à calculadora gráfica para o estudo da monotonia e para a verificação se a mesma era limitada. Sendo a primeira vez que o menu *Recursão* da calculadora gráfica era usado em aula, a professora deu orientações técnicas especificas e exemplificou-as para que os alunos replicassem os procedimentos nas suas máquinas (TK). Dada a sucessão $b_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$, a professora explica como inserir a expressão da mesma na calculadora gráfica (TK), começando por definir o tipo de

expressão para o termo geral (Figura 2) (MK) visualizando de seguida a tabela com os quatro primeiros termos de b_n (Figura 3).

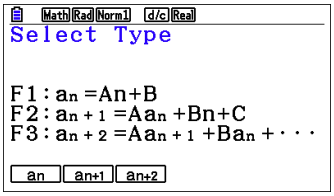

Figura 2. Menu de seleção do termo geral

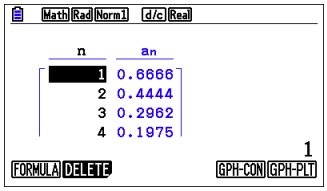

Figura 3. Tabela com os primeiros quatro termos de b_n

Com a apresentação do gráfico da sucessão numa janela de visualização standard, foi necessário Camila dar orientações para a alteração da mesma (TLTK), discutindo com a turma os valores adequados dos parâmetros. Reconhecendo que ajustar a janela de visualização é um processo difícil quando usam a calculadora gráfica, Camila começa por apresentar o gráfico numa janela *standard*, com o objetivo de criar nos alunos a necessidade de a ajustarem, e deste modo conseguirem encontrar uma janela mais adequada:

> Camila: A minha ideia era que eles primeiro vissem o gráfico [de b_n] na janela standard e a partir daí levá-los a perceber que a janela tinha de ser ajustada. Depois de verem o primeiro gráfico, foi fácil encontrarem os valores adequados para janela de visualização (...). (Entrevista pós-aula)

Apesar de Camila realçar a necessidade de mudar a janela de visualização para resolver adequadamente esta tarefa, a maioria dos alunos, sem a chamada de atenção da professora, não sentiu essa necessidade e consequentemente, a intenção de confrontar os alunos com algum trabalho em torno da janela de visualização, não foi alcançada.

4.1.2. *Tarefa o limite do quociente de sucessões*

Esta era uma tarefa exploratória que consistia no estudo da existência de limite de sucessões do tipo $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$, com $a, b, c \text{ e } d \in \mathbb{R}$, $cn + d \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}$. Camila pretendia que, ao atribuir valores aos quatro parâmetros, os alunos estudassem a existência do limite de u_n através da representação gráfica obtida, com recurso ao GeoGebra. Pretendia-se ainda que os alunos estudassem a influência dos parâmetros b e d no limite da sucessão através do gráfico obtido nesta tecnologia (TLTK).

Na segunda parte da tarefa foi também solicitado o estudo da convergência das sucessões do tipo $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$ com $c = 0 \; e \; d \neq 0$. Para a realização desta tarefa era indicado no enunciado que era necessário atribuir valores a a, b e d, de forma a variar o sinal do

quociente $\frac{a}{d}$. A escolha da tecnologia para a realização desta tarefa, prendeu-se com o facto da atribuição dos valores para os parâmetros, segundo Camila, não exigir que os alunos pensassem numa janela de visualização do gráfico adequada (MTK), uma vez que no GeoGebra este processo é simples, em comparação com a calculadora gráfica (TLTK). Esta é uma questão relevante no momento em que a professora escolhe a tecnologia que vai integrar nas suas aulas:

> Camila: (...) eu prefiro que nesta tarefa eles [alunos] utilizem o GeoGebra, porque para a representação dos 100 primeiros termos na calculadora é necessário ajustar a janela de visualização e, eles iriam demorar muito tempo a fazer isso na calculadora. (...) Alguns alunos ainda precisam que eu os ajude a escolher uma janela de visualização adequada (...). A escolha dos parâmetros da sucessão também se torna mais fácil de fazer no GeoGebra. Eu não vou exigir que façam, mas no GeoGebra até podiam fazer a variação dos valores [de a, b, c e d] com uns seletores. (Entrevista pré-aula)

4.2. *Leonor*

Leonor iniciou o estudo de sucessões convergentes ou divergentes propondo à turma, uma tarefa de exploração com recurso ao GeoGebra. A tarefa consistia no estudo de sucessões convergentes e divergentes através da exploração dos gráficos. Apesar de não ser a primeira vez que os alunos usavam esta tecnologia, durante a realização da mesma foram dadas orientações sobre alguns dos seus comandos. Após esta tarefa, os alunos resolveram alguns exercícios analiticamente. Posteriormente, os alunos passaram ao estudo de sucessões com limite infinito (infinitamente grande positivo ou infinitamente grande negativo), usando a calculadora gráfica. A professora também decidiu propor uma tarefa orientada, com o intuito de os alunos no final da mesma conseguirem provar analiticamente a definição de infinitamente grande positivo ou a definição de infinitamente grande negativo.

4.2.1 Tarefa a conjetura sobre o limite

Nesta tarefa era solicitado aos alunos a formulação e prova de uma conjetura sobre o limite de sucessões convergentes ou divergentes. O trabalho começou pela análise de alguns exemplos de sucessões, tendo o GeoGebra assumido um papel central.

A professora propôs uma tarefa exploratória com o intuito de levar os alunos, através da representação gráfica de diferentes sucessões, a deduzir as propriedades de sucessões convergentes ou divergentes (TLTK). Leonor afirma que o seu principal objetivo é ajudar os alunos a identificar o gráfico de sucessões convergentes e divergentes e, relacioná-los com o termo geral da sucessão, algo que ela sabe que nem sempre é fácil:

Leonor: A utilização do GeoGebra (...) permite visualizar facilmente as representações gráficas das sucessões e permite que os alunos desenvolvam, uma coisa que eu penso que é importante, a capacidade de interpretação. (Entrevista pré-aula)

A intenção de Leonor era inicialmente privilegiar uma abordagem gráfica, deixando o trabalho analítico para o final da aula. Na segunda parte da tarefa, era solicitado que os alunos, com recurso ao GeoGebra, observassem e analisassem o gráfico de quatro sucessões e, de seguida preenchessem uma tabela (Figura 4), indicando se a sucessão não tem limite, se o limite é $+\infty$ ou $-\infty$.

Sucessão	Não tem limite	O limite é $+\infty$	O limite é $-\infty$
$A_n = 2n - 3$			
$B_n = n^2 - 14n + 20$			
$C_n = 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^n$			
$D_n = (-1)^n \times \frac{2n-3}{n}$			

Figura 4. Tabela com as expressões algébricas das sucessões dada no enunciado

Embora a janela de visualização fosse um aspeto que Leonor não contava referir nesta tarefa, deu algumas indicações técnicas de funcionamento do GeoGebra:

Leonor: Se precisarem de ajustar a janela podem usar as definições dos eixos ou premir Shift com o rato em cima de uma das marcas do eixo que pretendem alterar e movê-lo (por exemplo, se for o eixo *Ox*, arrastam horizontalmente). (Aula)

A professora desenvolve esta tarefa baseando-se no seu conhecimento sobre o potencial da tecnologia para ensinar matemática (TLTK) e tendo conhecimento das dificuldades sentidas pelos alunos, opta por recorrer à tecnologia para começar por uma abordagem gráfica.

4.2.2 Tarefa Infinitamente grande positivo ou negativo

Com uma tarefa orientada, a professora pretendia através de uma abordagem gráfica e tabular, levar os alunos a provar analiticamente as definições de infinitamente grande positivo e infinitamente grande negativo:

Leonor: A minha ideia é primeiro eles fazerem o estudo com uma abordagem gráfica com a calculadora [gráfica] e só depois seguirem para a parte analítica com a definição de infinitamente grande positivo ou negativo. (...) eu sei que eles têm sempre dificuldade em trabalhar com estas definições e por isso não quero começar por aí. (Entrevista pré-aula)

A opção pela integração desta tecnologia, resultou da estratégia escolhida para a exploração da tarefa. Leonor referiu que nesta segunda tarefa pretendia que os alunos

mobilizassem não apenas os conhecimentos técnicos que possuíam da calculadora gráfica, mas que os interligassem aos conhecimentos matemáticos:

> Leonor: Eu quero que usem a calculadora porque com a calculadora eles [alunos] para usarem os diferentes menus e as ferramentas têm que saber o conceito matemático. Por exemplo no GeoGebra para saberem as coordenadas do ponto de interseção podem usar apenas o cursor e na calculadora não. A calculadora só lhes vai dar o ponto de interseção, se eles souberem que para lá chegar têm de usar essa tecla (...). (Entrevista pré-aula)

Com recurso à calculadora gráfica, era solicitado que fossem analisados os gráficos das sucessões, assim como as representações tabulares de $U_n = 3n - 7$ e $W_n = -2n + 4$. Utilizando as ferramentas disponibilizadas por esta tecnologia, Leonor pretendia que os alunos encontrassem o menor número natural, a partir do qual todos os termos da sucessão fossem maiores que 10, 1000 e 10000 (MTK). Para tal, a professora deu como orientação a necessidade de representar os gráficos das retas de equação y=10, y=1000 e y=10000 (Figura 5):

> Leonor: Estou a pensar começar com uma abordagem gráfica. Vou pedir que tentem através do gráfico da sucessão encontrar o menor número natural a partir do qual os termos da sucessão são maiores ou menores que 10, 1000 ou 10000. (...) No enunciado eu digo para visualizarem o gráfico da sucessão e destas três retas. (Entrevista pré-aula)

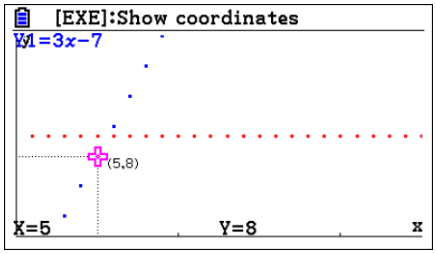

Figura 5. Representação gráfica de U_n e da reta y=10

Posteriormente pretendia-se que os alunos averiguassem, utilizando as ferramentas disponibilizadas pela calculadora (TLTK), se haveria algum valor real L, para o qual não era possível encontrar uma ordem que a partir da mesma todos os termos da sucessão são maiores que esse valor L. Este processo foi repetido para U_n e W_n. Por fim, a tarefa é finalizada com a prova, recorrendo ao cálculo algébrico, que U_n é infinitamente grande positivo e W_n infinitamente grande negativo (MK). Verifica-se que a opção metodológica adotada por Leonor, pressupunha um reconhecimento de como a articulação de diferentes representações pode ter impacto no desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos e como a tecnologia pode facilitar esse processo (MTK).

5. Discussão e conclusão

O modelo KTMT procura englobar os domínios do conhecimento considerados relevantes na investigação, com as especificidades da tecnologia. Destaca-se a importância da influência da tecnologia nos diferentes domínios do conhecimento, enfatizando a necessidade do desenvolvimento do MTK e do TLTK para uma integração eficaz da tecnologia, na prática profissional. Considera-se assim, que estes conhecimentos interdomínios são essenciais como base da análise do conhecimento do professor (Rocha, 2020b).

Para as duas professoras a tecnologia é um recurso importante nas suas aulas, contudo a mesma não pode retirar a atenção da matemática que está a ser ensinada (Bretscher, 2022). Com a integração da calculadora e do *GeoGebra* nas duas tarefas sobre sucessões, as professoras pretendem que os alunos se familiarizem com as ferramentas disponibilizadas por estas duas tecnologias.

Embora se reconheça as opções pedagógicas que a tecnologia vem permitir (Clark-Wilson et al.,2020; Bretscher, 2022; Rocha, 2020a, 2020b), as características específicas de cada uma das tecnologias usadas, influencia as opções pedagógicas das duas professoras, durante a resolução das tarefas (Ruthven, 2009).

Constata-se que o conhecimento das dificuldades dos alunos na procura de uma janela de visualização adequada (TLTK) influenciou a escolha da tecnologia a usar nas diferentes tarefas e foi decisivo para a escolha das tarefas propostas aos alunos.

O conhecimento do impacto da janela de visualização no aspeto do gráfico (MTK), leva as professoras a considerar que as tarefas têm diferentes graus de dificuldade, de acordo com a tecnologia escolhida.

As orientações dadas pelas professoras diferem nas duas tecnologias. Nas tarefas com recurso à calculadora gráfica foi necessária uma orientação mais detalhada de como utilizar os diferentes menus, como por exemplo no ajuste da janela de visualização para a obtenção do gráfico.

Que domínios do KTMT são enfatizados quando o professor integra a tecnologia na prática profissional?

Com a integração de diferentes tecnologias nas aulas, diversos domínios do KTMT são enfatizados, tal como destacado por Rocha (2020a, 2020b). Esses domínios incluem o TK, uma vez que os professores orientam os alunos sobre o uso específico de ferramentas das duas tecnologias utilizadas. O MTK é igualmente mobilizado quando os professores

selecionam a tecnologia que consideram mais apropriada para cada tarefa, olhando à facilidade de uso e à capacidade de explorar diferentes aspetos matemáticos. A escolha das estratégias pedagógicas, de acordo com as potencialidades das diferentes tecnologias, revela a mobilização do TLTK.

Na realização das tarefas propostas, a integração da tecnologia na prática profissional, mostra a existência de uma interligação entre o conhecimento matemático e estratégias pedagógicas eficazes, conforme considerado no KTMT.

Que diferenças existem nos conhecimentos mobilizados pelo professor quando a tecnologia muda?

Ao adaptar as suas estratégias para diferentes tecnologias (GeoGebra e calculadora gráfica), constata-se que os professores demonstram ter um conhecimento do impacto da tecnologia no ensino de matemática (MTK). Neste sentido, o professor dá as orientações específicas e ajusta as abordagens às ferramentas disponibilizadas por cada uma das tecnologias. É este conhecimento das estratégias mais adequadas a cada situação, que influencia as orientações dadas pelos professores (TLTK) (Rocha, 2020a).

O uso de diferentes tecnologias, requer diferentes orientações técnicas, por parte dos professores, que refletem uma compreensão do impacto das mesmas no ensino e na aprendizagem, mobilizando para isso o TLTK. Os professores guiam os alunos na manipulação da tecnologia, não só com o objetivo de melhorar a compreensão visual dos gráficos, mas também com a intenção de conciliar o conhecimento matemático aprendido.

Constata-se que o conhecimento que os professores revelam ter sobre o impacto que a janela de visualização reflete no aspeto do gráfico, permite-lhes uma análise do grau de dificuldade que está associado a cada uma das tarefas (MTK) (Rocha, 2020a).

Com as duas tecnologias, foi possível articular as representações algébrica, tabular e gráfica para uma melhor compreensão dos alunos, no entanto, constata-se uma maior mobilização do MTK com a calculadora. Nesta tecnologia, a exploração de um gráfico dinâmico e a necessidade de ajustar a janela de visualização, proporcionou uma abordagem mais exploratória sobre os termos da sucessão.

Conclui-se então, que a integração de diferentes tecnologias tem impacto na forma como o conteúdo matemático é ensinado (Bretscher, 2022).

Em resumo, as abordagens pedagógicas adotadas pelos professores, refletem o nível de desenvolvimento do seu KTMT. A procura de uma integração eficaz do conhecimento matemático, com o conhecimento das ferramentas tecnológicas disponíveis e com a

implementação de estratégias pedagógicas adequadas, permite criar um ambiente de aprendizagem enriquecedor. A integração de diferentes tecnologias, possibilita ainda a mobilização de diferentes domínios do conhecimento e, em algumas situações, um conhecimento integrado.

Reconhecemos que este estudo é limitado pela análise de apenas duas tecnologias e não abrange a diversidade existente, estudos futuros devem ser concebidos para observar a integração de um maior número de tecnologias com professores em serviço e em pré-serviço.

Agradecimentos

Este trabalho é apoiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, I.P., que concedeu uma bolsa de doutoramento à primeira autora (2021.04983. BD) e financiou o projeto TecTeachers (2022. 03892.PTDC).

Referências bibliográficas

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora.

Botelho, M. C., & Rocha, H. (2022). O conhecimento profissional do professor de matemática na integração de diferentes tecnologias. In A. Silvestre, C. Torres, H. Pinto, J. Cabral & M. Rodrigues (Eds.), *Proceedings of the XXXII* Seminário de Investigação em Educação Matemática (pp. 158-161). Associação de Professores de Matemática.

Bretscher, N. (2022). Teachers' knowledge for supporting transitions between dynamic digital technologies and static environments. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (pp. 2516-2523). Free University of Bozen-Bolzano and ERME. https://hal.science/hal- 0374748

Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Sinclair, N. (2014). *The mathematics teacher in the digital era: An international perspective on technology focused professional development*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1

Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. (2020). Teaching with digital technology. *ZDM, 52*(7), 1223-1242. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01196-0

Drijvers, P. (2019). Head in the clouds, feet on the ground – A realistic view on using digital tools in mathematics education. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer (Eds.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (pp. 163–176). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_12

Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., & Maschietto, M. (2016). *Uses of technology in lower secondary mathematics education: A concise topical survey*. Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-319-33666-4_1

Handal, B., Cavanagh, M., Wood, L., & Petocz, P. (2011). Factors leading to the adoption of a learning technology: The case of graphics calculators. *Australasian Journal of Educational Technology, 27*(2), 343-360. https://doi.org/10.14742/ajet.974

Kim, S. (2018). Technological, pedagogical, and content knowledge (TPACK) and beliefs of preservice secondary mathematics teachers: Examining the relationships. *Eurasia Journal*

of Mathematics, Science and Technology Education, 14(10), 1-24. https://doi.org/10.29333/ejmste/93179

Rocha, H. (2020a). Graphical representation of functions using technology: a window to teacher knowledge. *Teaching Mathematics and its Applications*, *39*(2), 105-126. https://doi.org/10.1093/teamat/hrz011

Rocha, H. (2020b). Using tasks to develop pre-service teachers' knowledge for teaching mathematics with digital technology. *ZDM*, *52*(7), 1381-1396. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01195-1

Rocha, H. (2022). Pre-service teachers' knowledge and the use of different technologies to teach Mathematics. In A. Mesquita, A. Abreu, & J. V. Carvalho (Eds.), Perspectives and Trends in Education and Technology (pp. 505-515). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-16-5063-5_42

Ruthven, K. (2009). *Towards a naturalistic conceptualisation of technology integration in classroom practice: The example of school mathematics. Education and Didactique*, *3*(1), 131-159. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.434