

5as Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas

MODELAÇÃO DE VIGAS DE BETÃO ARMADO REFORÇADAS À FLEXÃO COM MATERIAIS COMPÓSITOS DE MATRIZ POLIMÉRICA



Hugo C Biscaia Professor Auxiliar Conv. DEC/FCT/UNL Univ. NOVA de Lisboa hb@fct.unl.pt



Carlos Chastre

Professor Auxiliar DEC/FCT/UNL Univ. NOVA de Lisboa chastre@fct.unl.pt



Noel Franco

Aluno de Doutoramento DEC/FCT/UNL Univ. NOVA de Lisboa noel.franco@gmail.com

SUMÁRIO

Nas últimas décadas, os estudos sobre o desempenho de vigas de betão armado (BA) reforçadas com materiais compósitos de matriz polimérica têm aumentado. Porém, muitas dúvidas e questões persistem, fazendo realçar algumas lacunas sobre o conhecimento adquirido. Um desses aspetos reside na forma de modelar a ligação entre o compósito e o betão. É também sabido que a modelação da abertura de fendas no betão (discreta ou distribuída numa banda) influência o desempenho da ligação entre os materiais colados. Nesse sentido, apresentam-se, neste trabalho, os resultados numéricos obtidos da modelação numérica não-linear a 3D de vigas de BA sujeitas a flexão de 4 pontos. Os resultados numéricos são confrontados com os experimentais e os diferentes parâmetros que influenciam a ligação analisados e discutidos.

Palavras-chave: Modelação numérica não-linear; Betão armado; Reforço de estruturas; Materiais compósitos.



1. INTRODUÇÃO

Na literatura podem ser encontrados diversos modos de ruptura de uma viga exteriormente reforçada com Fibras Reforçadas com Polímeros FRP (e.g. [1-3]) no entanto, o presente trabalho foca o descolamento do compósito de fibras de vidro (G - glass) GFRP devido essencialmente a fendas de flexão. Aqui, destacam-se dois mecanismos de ruptura: do tipo 1 e do tipo 2. O mecanismo do tipo 1 é referido pelo boletim 35 da fib [4] como o mecanismo associado à perda de aderência nas regiões em que o betão se encontra num estado não fendilhado estando, o mecanismo de ruptura do tipo 2, associado à perda de aderência nas regiões fendilhadas de betão. Descrevem-se em seguida ambos os mecanismos de ruptura.

O mecanismo de ruptura do tipo 1 está associado às regiões de ancoragem em vigas exteriormente reforçadas com compósitos de FRP (junto aos apoios) e de acordo com Neubauer e Rostásy [5] pode ser estudado com recurso a ensaios de corte duplo. Os ensaios de corte duplo, de acordo com estes autores, simulam bem as condições do fluxo de forças nas ancoragens dos compósitos de FRP na viga. Desta forma, a resposta da ancoragem do compósito de FRP em vigas de betão armado pode ser feita com base na informação disponível dos ensaios de corte duplo [4].

O conceito do mecanismo de ruptura do tipo 2 não está muito distante do mecanismo de ruptura do tipo 1, isto é, se no mecanismo de ruptura do tipo 1 a resposta do compósito de FRP ancorado à viga é realizada numa superfície de betão não fendilhada, o mecanismo de ruptura do tipo 2 pode ser analisado entre fendas consecutivas de betão distanciadas entre si pelo espaçamento médio entre fendas (*s*_m). Assim, apenas uma porção da viga pode ser analisada [4]. Desta forma, a génese do mecanismo de ruptura do tipo 1 pode ser implementada no mecanismo de ruptura do tipo 2 mediante algumas considerações que seguidamente se desenvolvem.

Inicialmente, há que considerar que a resposta da ligação FRP/betão na viga de betão armado depende de duas situações distintas: (i) a ligação está em região de momento flector variável. Nestas circunstâncias, duas forças transmitidas ao compósito de FRP e de sentido oposto estão instaladas no compósito e o desempenho da ligação fica dependente de dois casos que devem ser analisados: (i) a distância média entre fendas consecutivas de betão é igual ou maior que duas vezes o comprimento de transferência da ligação; e (ii) a distância média entre fendas consecutivas de betão é igual ou maior que duas vezes o comprimento de transferência da ligação; e (ii) a distância média entre fendas consecutivas de betão é inferior a duas vezes o comprimento de transferência da ligação. Assim, há que considerar quatro casos distintos: (i) $s_{rm} \ge 2L_t$ em região de momento flector constante; (ii) $s_{rm} < 2L_t$ em região de momento flector constante; (iii) $s_{rm} \ge 2L_t$ em região de momento flector variável; e (iv) $s_{rm} < 2L_t$ em região de momento flector variável.

A Fig. 1a mostra as distribuições das tensões ao longo do comprimento de colagem no momento do descolamento do compósito da superfície de betão. Neste caso, não há interacção entre as duas partes do compósito de FRP solicitadas, ou seja, a meio, as



tensões são nulas por se ter disponível um comprimento de colagem suficientemente grande para se transmitir a máxima força ao compósito. Como existe ainda simetria (com eixo de simetria a metade de *s*_{rm}), o comportamento da ligação é simétrico, realçando-se apenas que as tensões de aderência apresentam sentidos opostos de forma a equilibrarem as forças transmitidas ao FRP. Nestas condições, as tensões longitudinais no FRP apresentam também um valor máximo nos pontos extremos, isto é, junto à fenda do betão [4].



Figura 1. Distribuição das tensões ao longo do compósito de FRP entre fendas

A Fig. 1b mostra as distribuições das tensões ao longo do comprimento de colagem no instante do descolamento do compósito. Neste caso, existe uma interacção das duas metades do compósito de FRP solicitadas, ou seja, os pontos intermédios apresentam uma tensão longitudinal não nula porque o comprimento de colagem não é suficientemente grande para que se consiga transmitir a máxima força ao FRP. A área correspondente à distribuição das tensões de aderência é inferior à área do caso anterior e as tensões longitudinais tomam um valor máximo nas extremidades de colagem, ou seja, junto à abertura da fenda.

As observações realizadas antes podem também ser aplicadas ao caso das regiões de momento flector variável onde o compósito é submetido a forças distintas. A Fig. 1c mostra os mesmos diagramas de tensões das duas figuras anteriores. Pode ver-se que o descolamento do FRP inicia-se pelo ponto mais solicitado (fenda da esquerda) onde a força máxima transmitida ao compósito é a mesma calculada para o primeiro caso uma vez que as áreas correspondentes à distribuição das tensões de aderência nestes dois casos são também iguais [4].

De acordo com o boletim 35 da fib [4] o comprimento de colagem disponível é dividido em duas partes que são proporcionais às forças aplicadas ao compósito de FRP, ou seja, uma maior força aplicada ao compósito proporciona uma distribuição das tensões de aderência num comprimento de colagem maior. Nesta situação, a determinação das tensões de aderência máximas, das forças máximas transmitidas ao FRP ou das extensões máximas podem ser realizadas de maneira igual ao primeiro caso uma vez que é pela parte mais solicitada que se inicia o descolamento do compósito de FRP da superfície de betão e onde



o comprimento de colagem é suficientemente grande para desenvolver um campo de tensões semelhante ao da primeira situação.

A Fig. 1.d mostra as distribuições das tensões ao longo do comprimento de colagem no momento do descolamento do FRP. Nesta situação, a força transmitida ao compósito não atinge o valor máximo uma vez que a área correspondente à distribuição das tensões de aderência é menor do que, por exemplo, na situação anterior. No entanto, para que o processo de descolamento se inicie é necessário que o ponto esquerdo (fenda esquerda) atinja a tensão de aderência nula uma vez que se está a admitir que o deslizamento último da ligação corresponde a tensão de aderência nula.

De acordo com o boletim 35 da fib [4], o comprimento de colagem disponível é dividido em duas partes que são proporcionais às forças aplicadas ao compósito de FRP. A determinação das forças ou tensões longitudinais máximas podem ser calculadas de igual forma à descrita na 2^a situação, isto é, afectando o valor máximo transmitido ao compósito de FRP com a relação entre o comprimento de colagem e o comprimento de transferência proposto por Neubauer e Rostásy [5] ou por Teng *et al.* [6].

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

2.1 Materiais

A caracterização do compósito de GFRP foi realizada a partir de ensaios à tracção de dez corpos de prova de dimensões médias de 25×150 mm e 2 camadas de fibra de vidro (1.27 mm/camada [7]). Os ensaios foram realizados numa máquina de tracção universal *Zwick* com uma capacidade de 50kN. A velocidade de ensaio adoptada foi de 2 mm/min. Dos dez ensaios realizados, obteve-se uma extensão na ruptura média de 2,18%, uma tensão média na ruptura de 481 MPa e um módulo de elasticidade de 22 GPa.

As armaduras utilizadas nos ensaios consistem em varões nervurados com diâmetros 6, 8 e 12 mm. O aço foi fornecido como sendo da classe A400 laminado a quente. Para a caracterização destes varões foram ensaiados 9 provetes (3 por cada diâmetro) de acordo com a norma NP-EN 10002-1 [8]. O Quadro 1 mostra os resultados dos ensaios experimentais dos varões de aço.

Armaduras	Tipo	f _{ym} (MPa)	f _{tm} (MPa)	E _{sm} (GPa)	ε _{sum} (%)	ε _{srm} (%)
Ø6	NR	489	583	185	13,7	16,4
Ø8	NR	481	576	209	13,9	16,1
Ø12	NR	432	564	238	19,8	23,5

Quadro 1. Caracterização do aço.

Os ensaios de caracterização da resistência à compressão do betão foram realizados em conformidade com a especificação do LNEC E 226 [9]. A resistência à compressão



característica do betão (fck) foi determinada de acordo com a norma EN 206 [10] tendo-se considerado que o betão utilizado como sendo da classe C12/15. O Quadro 2 mostra os resultados dos ensaios experimentais dos provetes de betão.

Provete de	e betão	Idade	f _{c,cub}	f _{cm,cub}	f _c	f _{cm}
Designação	Tipo	(dias)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
B1	Cubo	28	18,8		-	
B2	Cubo	28	18,2	18,6	-	-
B3	Cubo	28	18,8		-	
B4	Cilindro	28	-		16,7	
B5	Cilindro	28	-	-	17,2	16,9
B6	Cilindro	28	-		16,9	
B7	Cubo	305	22,3		20,3	
B8	Cubo	305	23,7	22,9	21,5	20,8
B9	Cubo	305	22,7		20,6	

Quadro 2. Caracterização do betão.

2.2 Vigas de BA exteriormente reforçadas com compósito de GFRP

Este trabalho contempla o estudo de 3 vigas de betão armado (BA) com secção transversal em T. A armadura utilizada consistiu em varões de aço da classe A400NR com 6, 8 e 12mm de diâmetro e um recobrimento de 30mm. A Fig. 2 mostra a pormenorização das armaduras das vigas de BA.



Figura 2. Pormenorização das armaduras das vigas de BA (unidades em mm).

As vigas foram ensaiadas num sistema de flexão de quatro pontos. O sistema é composto por dois aparelhos de apoio metálicos (um fixo e outro deslizante) afastados 3,00 m entre si para formar o vão da viga e que assentam em dois blocos de betão. A transmissão de cargas foi realizada por intermédio de duas bombas hidráulicas colocadas simetricamente em dois perfis metálicos que, por sua vez, foram dispostos de forma perpendicular ao eixo da viga de BA. As bombas hidráulicas eram atravessadas por um varão de pré-esforço Dywidag que, ao ficar restringido nas suas extremidades (pela laje e pela bomba hidráulica), garantia a transmissão de cargas à viga de betão armado. A transmissão de carga adoptada confere à viga um diagrama de momentos flectores constante entre os pontos de aplicação



das cargas e linear entre estes pontos e os apoios da viga. A Fig. 3 esquematiza os ensaios de flexão das vigas de BA realizados neste trabalho.

Para a medição dos deslocamentos, forças e extensões no compósito de GFRP foram utilizados 8 transdutores de deslocamento de 100 mm de curso, 1 transdutor de deslocamento de 500 mm de curso, 2 células de carga de 200 kN, 29 extensómetros eléctricos e 10 transdutores de deslocamento horizontais (i1 a i10) fixados através de varão roscado à viga de BA (veja-se a Fig. 4). A utilização destes transdutores de deslocamento horizontais teve como objectivo a determinação das curvaturas das vigas na região de meio-vão pelo que, 5 foram colocados em regiões onde se geram compressões e os outros 5 em regiões de tracção da viga de BA.



Figura 3. Esquema de ensaio de flexão de 4 pontos das vigas de BA.



Figura 4. Esquematização da instrumentação usada nas vigas.

As extensões no compósito de GFRP foram medidas através da colagem de extensómetros eléctricos ao longo de uma linha central da largura do compósito de GFRP adoptando-se ainda, no centro da viga e por baixo da aplicação da carga pontual esquerda, mais dois extensómetros de forma a observar a evolução das extensões ao longo dos 120 mm de largura adoptados para o compósito de GFRP. Assim, em ambos os casos, na identificação destes extensómetros foram introduzidas as letras "a" e "b" conforme se pode ver pela Fig. 4.



3. MODELAÇÃO NUMÉRICA

3.1 Simulação dos materiais

A modelação numérica foi realizada recorrendo ao programa comercial de cálculo automático ATENA 3D [11]. O ATENA 3D é um software para análise não linear baseado em três partes básicas recorrendo a: (i) técnica dos elementos finitos; (ii) modelos constitutivos; e (iii) métodos de solução não linear. Estas três componentes permitem ao ATENA desenvolver soluções aproximadas às situações reais.

Os elementos finitos tridimensionais usados na modelação são do tipo sólido com 8 nós a 20 nós sendo os elementos tipo *shell* os de 20 nós. A malha de elementos finitos é gerada automaticamente. A superfície de contacto entre dois elementos cujas malhas são distintas não precisa de coincidir uma vez que o ATENA 3D utiliza o Método *Master-Slave* no qual os graus de liberdade do elemento *Slave* são cinematicamente dependentes dos graus de liberdade do elemento *Master*.

O processo de aplicação das cargas foi feito através da imposição incremental de deslocamentos sendo o Método de Newton-Raphson o método utilizado na resolução das equações não lineares de cada incremento.

Os modelos constitutivos para a modelação dos materiais disponíveis no ATENA 3D são de grande variedade tendo-se utilizado nos diferentes elementos da modelação dos ensaios os seguintes modelos: (i) modelo elástico e linear isotrópico: utilizado nas chapas metálicas de reacção e de aplicação de cargas. Este modelo serviu também de base ao compósito de GFRP; (ii) modelo multi-linear e uniaxial: utilizado nos varões de aço e cuja definição sob ensaios cíclicos recorre ao modelo de Menegotto e Pinto; (iii) modelo de interface: utilizado na modelação de contactos não rígidos entre dois materiais e cujos elementos finitos têm por base o critério de ruptura de Mohr-Coulomb; e (iv) modelo não linear para modelação do comportamento do betão: este modelo tem por base todos os aspectos importantes do comportamento real do material quer sob tracção quer sob compressão.

A fendilhação no elemento de betão assumido no ATENA 3D baseia-se no conceito da distribuição contínua de fendas (*Smeared Crack*). O conceito de isotropia e ortotropia no betão fica estabelecido, respectivamente, para betões não fendilhados e fendilhados e os eixos do material de betão fendilhado, os eixos ortotrópicos, podem ser definidos por dois modelos: (i) fixo; e (ii) rotativo. No modelo rotativo, a direcção da fendilhação coincide sempre com a direcção das extensões principais. Já no modelo fixo, a direcção da fendilhação e dos eixos do material ficam definidos pela direcção da tensão principal no início da fendilhação. Esta direcção é fixa e não pode ser alterada com o decorrer da análise do modelo computacional em estudo. Uma diferença importante entre estes dois modelos reside concretamente no modelo de corte no plano da fenda. Assim, no modelo fixo, a rotatividade do campo de extensões gera tensões de corte no plano da fenda pelo que, o modelo de corte estabelecido para este tipo de fendilhação torna-se importante. Já no caso



do modelo rotativo, as fendas ao se adaptarem às extensões principais fazem com que o plano da fenda nunca apresente tensões de corte pelo que, o modelo de corte inserido no modelo fixo deixa de ter significado [11]. Apesar desta diferença significativa em ambos os modelos, a fendilhação é, em ambos, iniciada quando se atinge a tensão de tracção última do material e é distribuída uniformemente pelo volume do material.

À tracção, a fendilhação no betão baseia-se no modelo de fenda em banda, aplicando ainda o critério de Rankine, o comportamento exponencial tensão *vs.* deslocamento da abertura de fenda. O comportamento à tracção do betão é definido assim por intermédio de três parâmetros: (i) a tensão máxima à tracção; (ii) a forma da curva tensão *vs.* deslocamento da abertura de fenda; e (iii) a energia de fractura (G_F). Esta formulação apresenta uma dependência das extensões numa dada fenda com as dimensões do elemento finito. Como consequência, a lei tensão *vs.* deslocamento da abertura de fenda permanece intacta enquanto que as extensões de cada elemento são calculadas individualmente. Relativamente à compressão do betão, o modelo usado baseia-se no critério de Menétrey-William.

3.2 Vigas T de Betão Armado

As vigas T de Betão Armado foram modeladas com base em apenas 1/4 da viga por apresentarem dois eixos de simetria. Deste modo, a discretização do número de elementos finitos foi feita de forma a conseguir refinar a malha do elemento de GFRP com 2,54 mm de espessura (2 camadas) sem prejuízo para o desempenho do cálculo numérico. A Fig. 5 mostra a malha de elementos finitos adoptada. A armadura do modelo foi simulada com base em elementos unidimensionais nos quais o esforço normal (de tracção ou compressão) é o único esforço suportado pelo elemento. Aos varões de aço, associaram-se as leis tensão de aderência vs. escorregamento (τ -e) preconizadas no Model Code 90 [12] as quais dependem da classe de resistência à compressão do betão. Assumiu-se ainda uma boa ligação aço/betão na definição da lei τ -e. Realce-se ainda que nos planos de simetria das vigas se considerou um escorregamento nulo dos varões de aço. A Fig. 5 mostra ainda a geometria das armaduras modeladas nas vigas T de BA.





3.3 Modelação da ligação GFRP/betão

Com o objectivo de reproduzir o comportamento da ligação entre o compósito de GFRP e o betão, foi considerada uma interface baseada no critério de ruptura de Mohr-Coulomb esperando-se reproduzir os efeitos envolvidos na ligação.



Estes elementos de interface são definidos por duas superfícies, cada uma colocada em lados opostos da interface e na geometria original, as superfícies partilham a mesma posição ou podem ser separadas por uma distância praticamente nula. Os elementos têm uma espessura nula e funcionam em dois estados distintos: (i) estado aberto, em que não existe contacto entre os elementos; e (ii) estado fechado, onde a interacção entre os dois elementos é total. A definição destes dois estados, no caso do problema tridimensional, é dada pela relação constitutiva:

$$\begin{cases} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma \end{cases} = \begin{bmatrix} K_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & K_{tt} & 0 \\ 0 & 0 & K_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta u \end{cases}$$
 (1)

onde K_{tt} e K_{nn} são, respectivamente, a rigidez tangencial e a rigidez normal da interface; Δv_1 e Δv_2 são os deslocamentos no plano da interface; Δu é o deslocamento perpendicular ao plano da interface. No caso do problema bidimensional, a segunda linha e coluna são omitidos e no caso do Modo III de fractura ocorrer, as duas primeiras linhas e colunas são assumidas iguais.

A coesão (*c*) e o ângulo de atrito (ϕ) duma ligação GFRP/betão foram quantificados para diferentes classes de resistência de betão em [13]. No caso do betão de classe C12/15, c = 1,72 MPa e $\phi = 1,05$ rad. Em trabalhos realizados anteriormente [14-17], a rigidez tangencial assumida foi $K_{tt} = 3 \times 10^4$ MN/m³ e que a rigidez normal da ligação é 10000 vezes superior à rigidez tangencial, ou seja, $K_{nn} = 3 \times 10^8$ MN/m³.

A interface FRP/betão não esgota a sua capacidade resistente ao corte quando a tensão instalada atinge a tensão de aderência máxima. Desta forma, desempenho da ligação FRP/betão seria excessivamente frágil. Após atingir-se a tensão de aderência máxima da ligação, localmente, a interface FRP/betão caracteriza-se por um abaixamento da tensão com o aumento do escorregamento da interface que fica a dever-se ao desenvolvimento de fendas no betão. Por conseguinte, podem distinguir-se três regiões distintas: (i) região não fendilhada, onde as tensões na ligação FRP/betão ainda não atingiram as tensões máximas; (ii) região micro-fendilhada, onde a ligação e as camadas adjacentes de betão começam a desenvolver micro fendas devido ao estado de tensão que é similar aos valores máximos dos materiais; e (iii) região fendilhada, onde não há qualquer transferência de tensões de corte ao longo da interface o que evidencia o destacamento do GFRP da superfície colada de betão. O modelo de fendilhação por tracção para o comportamento do Modo I e o modelo de fendilhação por corte para o comportamento do Modo II traduzem a abertura e desenvolvimento das fendas por tracção e por corte e são reproduzidos por curvas de tensão vs. deslocamento da abertura de fenda. Isolando estes dois modos é possível definir as relações tensão vs. deslocamento da abertura de fenda tanto para o caso da tracção como para o caso do corte. Na modelação numérica, a relação entre a tensão de corte e o deslocamento da abertura de fenda (relativa ao Modo II de fractura) teve por base as curvas obtidas dos ensaios de corte duplo realizados em [13]. Contudo, assumiu-se uma curva



tensão normal *vs.* deslocamento da abertura de fenda (relativa ao Modo I de fractura) do tipo bi-linear [13] e cuja energia de fractura (G_F^{I}) é dez vezes menor do que a energia de fractura do Modo II (G_F^{I}).

A ruptura da interface faz-se, ao contrário da fendilhação nos elementos de betão, de forma discreta, isto é, com a separação dos elementos finitos e tem início quando se atinge a superfície de ruptura de Mohr-Coulomb. Depois da interface violar essa condição, a interface vai descolando de acordo com as relações entre a tensão e o deslocamento da abertura de fenda até atingir uma superfície residual (atrito seco) designada na Fig. 6 como superfície de ruptura final.



Figura 6. Superfícies de ruptura da interface durante a análise de elementos finitos.

4. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

4.1 Modelação da ligação GFRP/betão em vigas T

Conceberam-se três modelos para as vigas de secção transversal em T nos quais um modelo é representativo da viga de referência (sem qualquer reforço exterior) e nos outros dois modelos reforçados com 2 camadas de GFRP com 120 mm de largura (monotónico e cíclico) a única diferença entre si reside na história de carga adoptada. Ao modelo sob carregamento monotónico aplicaram-se deslocamentos constantes de 0,5 mm e ao modelo sob carregamento cíclico introduziu-se uma história de carga previamente definida. A Fig. 7 compara as curvas carga total *vs.* deslocamento a meio-vão obtidas experimentalmente com as resultantes da modelação computacional.

Os resultados mostram que a viga exteriormente reforçada com compósito de GFRP e submetida a ensaio monotónico apresenta, após a fendilhação, uma rigidez ligeiramente superior à rigidez da viga de referência e que é explicada pelo reforço exterior de GFRP. Após a ruptura, a viga reforçada com compósito de GFRP segue o comportamento de pós-cedência da viga de referência e que se explica pelo descolamento do compósito da superfície de betão. Comparando as cargas máximas e os deslocamentos máximos obtidos experimentalmente e os obtidos através da modelação numérica pode referir-se que, exceptuando os momentos relativos à fendilhação nas vigas V-REF e V-M, os erros calculados nas cargas máximas são inferiores a 10,0% o que indica uma boa aproximação dos modelos numéricos às vigas ensaiadas. No entanto, os erros aumentaram relativamente aos deslocamentos máximos nas distintas fases de ensaios.





Figura 7. Comparação entre os modelos e os ensaios das vigas.

O ensaio cíclico e o respectivo modelo apresentam, durante a descarga, uma inclinação semelhante ao regime de pós-fendilhação da viga. No entanto, enquanto no modelo se observa que a viga segue o mesmo troço durante a carga e a descarga, este comportamento já não foi observado experimentalmente.

4.2 Distribuição das extensões no compósito de GFRP

As extensões no GFRP do modelo foram medidas com base em vinte pontos de monitorização. Dadas as condições de simetria utilizadas no modelo computacional, escolheu-se a parte da viga com maior número de extensómetros utilizados, isto é, a parte esquerda para comparação com os resultados experimentais (veja-se a Fig. 8).

Os resultados evidenciam um acréscimo significativo das extensões no GFRP após a cedência das armaduras de aço até ao momento da ruptura. Ao mesmo tempo, as extensões no GFRP na região entre a aplicação das cargas exteriores apresentam, como era expectável, um aumento mais acentuado do que nas regiões entre o apoio e o ponto de aplicação da carga. A Fig. 8 mostra as distribuições das extensões no GFRP ao longo do comprimento de colagem nos dois modelos das vigas exteriormente reforçada com GFRP.

Comparativamente aos resultados experimentais, as extensões máximas no GFRP e na qual se introduziram também os erros calculados entre ambas as situações (experimental e de modelação computacional) evidenciam uma excelente concordância para o momento de fendilhação do betão que se explica pelo comportamento elástico e linear de todos os materiais. No entanto, para os restantes patamares de cedência das armaduras e de descolamento do GFRP, os erros encontrados são maiores. De entre eles, destaca-se a extensão máxima obtida para a viga submetida a ciclos de carga na qual se obteve um erro de -36,3% no momento de cedência das armaduras de aço. Se se comparar a distribuição das extensões no GFRP ao longo do comprimento de colagem, verifica-se que os resultados são bastante precisos verificando-se maiores discrepâncias no momento de descolamento



do GFRP e que podem ser explicadas pela abertura de fendas no betão, as quais foram modeladas com base no conceito da distribuição contínua de fendas (*smeared crack*).





4.3 Distribuição das tensões de aderência

A monitorização nas vigas permitiu elaborar os gráficos da Fig. 9 nos guais se pode ver as distribuições das tensões de aderência ao longo do comprimento de colagem nos ensaios monotónico e cíclico para as fases de ensaio de fendilhação, de cedência das armaduras de aco e de ruptura (carga máxima). Os resultados evidenciam que os ensaios monotónico e cíclico não geraram distribuições distintas tendo-se verificado que o valor máximo se desenvolveu entre os extensómetros 7 e 8. Neste intervalo, calculou-se para o ensaio monotónico uma tensão de aderência máxima de 0,77MPa enquanto que no ensaio cíclico a tensão de aderência máxima calculada foi de 0,86MPa. As distribuições das tensões de aderência caracterizam-se assim por uma distribuição suave destas tensões ao longo do comprimento de colagem e tendem para zero junto à secção de meio-vão, isto é, na região de momento flector constante. Estes resultados são, comparativamente aos ensaios obtidos pela via experimental, bastante díspares. A causa para estas diferenças significativas pode ficar a dever-se ao tipo de modelação da fenda no betão utilizada pelo programa de cálculo automático (smeared crack) que, por não introduzir uma descontinuidade física, representativa da abertura da fenda, não proporciona a inversão do sentido das tensões de aderência na ligação. Este efeito foi também verificado nos trabalhos de Giuseppe Simonelli [18] e de Giulio Alfano et al. [19] em que o recurso a modelos de distribuição contínua da fenda não foi capaz de reproduzir a distribuição das tensões de aderência de vigas exteriormente reforçadas com CFRP submetidas a ensaios de flexão de 4 pontos. Estes autores concluíram ainda que o recurso a modelos com base na abertura discreta de fendas



(*discrete crack*) proporcionava uma melhor aproximação à distribuição real das tensões de aderência na ligação FRP/betão. As distribuições apresentadas na Fig. 9 estão assim em perfeita concordância com o trabalho realizado por Giuseppe Simonelli [18] e de Giulio Alfano *et al.* [19].



Figura 9. Comparação entre as distribuições das tensões de aderência experimentais e as obtidas a partir da modelação computacional: ensaio monotónico (a) e ensaio cíclico (b).

Os gráficos da Fig. 9 permitem verificar as discrepâncias calculadas para as distribuições das tensões de aderência na ligação GFRP/betão em diferentes momentos do ensaio. Apesar da modelação não ter conseguido representar a distribuição das tensões de aderência ao longo do comprimento da viga na ruptura, de acordo com Teng et al. [20] e Lu et al. [21], a modelação do elemento de betão com recurso ao conceito da distribuição contínua da fenda numa determinada banda (smeared crack) pode ser usado se se assumir uma malha muito refinada junto à ligação FRP/betão. De acordo com estes autores, o descolamento do compósito de FRP da superfície de betão ocorre associado a um destacamento de uma camada fina de betão (cerca de 2 a 5mm). Para se conseguir modelar o padrão e a forma das fendas que estão associadas ao destacamento de uma camada fina de betão com recurso ao smeared crack, Teng et al. [20] e Lu et al. [21] afirmam que o modelo de fendilhação fixo (fixed crack model) deve ser preterido em relação ao modelo de fendilhação rotativo (rotating crack model). Ao mesmo tempo, deve-se recorrer a elementos finitos de dimensão similar à espessura da camada de betão associada ao descolamento do compósito de FRP. O modelo de fendilhação fixo é recomendado por Teng et al. [20] e Lu et al. [21] apenas se a dimensão dos elementos finitos foram da ordem dos 0,25mm a 0,50mm.

Como resultado, a resolução do sistema de equações não lineares na análise a 3D aumenta consideravelmente tornando demasiado pesado o processo de cálculo, motivo pelo qual se realizou uma análise a 2D com o ATENA assumindo-se o modelo de fendilhação rotativo



para o betão e seguindo-se as recomendações de Teng *et al.* [20] e Lu *et al.* [21]. Comparando com os valores experimentais, a distribuição das tensões de aderência ao longo do vão da viga são agora melhor estimadas pela modelação computacional conforme se mostra na Fig. 10.



Figura 10: Comparação entre as distribuições das tensões de aderência experimentais e as obtidas a partir da modelação computacional a 2D na ruptura da viga.

5. CONCLUSÕES

A ligação GFRP/betão foi modelada através de elementos de interface que permitem a modelação do descolamento do compósito da superfície de betão de forma discreta, isto é, com a separação total dos elementos finitos utilizados nos elementos colados (compósito de GFRP e betão). Esta separação entre os elementos colados é controlada por uma superfície de ruptura de Mohr-Coulomb e inicia-se quando a ligação atinge esta superfície e desenvolve-se de acordo com as relações tensão vs. deslocamento da abertura de fenda até atingir uma superfície de coesão nula e mesmo ângulo de atrito.

Na globalidade, os modelos realizados com recurso a este tipo de elementos finitos de interface permitiram estimar com boa precisão o comportamento, até à ruptura, dos ensaios experimentais.

Os resultados obtidos na modelação computacional permitiram concluir que o recurso a elementos finitos de interface baseados no critério de ruptura de Mohr-Coulomb para modelar a interface GFRP/betão estimaram com boa precisão o fenómeno do destacamento do compósito de GFRP da superfície de betão. A análise por elementos finitos revelou ainda que os modelos computacionais que se basearam na fendilhação rotativa do betão



obtiveram melhores aproximações aos ensaios experimentais. Os deslocamentos a meio-vão foram também mais precisos quando se considerou na análise computacional o modelo de fendilhação rotativo.

A distribuição das extensões ao longo do vão das vigas permitiu concluir que para níveis de carga mais baixos se consegue uma excelente precisão nos resultados computacionais. Na carga correspondente à cedência das armaduras, a distribuição permanece bastante semelhante à observada experimentalmente. Contudo, os resultados tendem a desviar ligeiramente a partir da carga correspondente à cedência das armaduras até ao instante da ruptura.

Em termos de tensões de aderência máximas na interface GFRP/betão, o recurso a interface GFRP/betão rígida tende a fazer aumentar os erros relativamente aos ensaios experimentais uma vez que se ignoram os deslocamentos relativos entre os dois elementos colados. Uma análise a 2D, combinando o modelo de fendilhação rotativo com um refinamento da malha de elementos finitos junto à ligação GFRP/betão permitiu estimar melhor a distribuição das tensões de aderência ao longo do vão da viga sob carregamento monotónico. A análise realizada a 2D com malha muito refinada (elementos finitos de 4 nós e de dimensões entre 2m a 5mm) revelou ser uma boa alternativa à análise 3D.

REFERÊNCIAS

- [1] Chen, J.F. and Teng, J.G.: "Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete". *Journal of Structural Engineering*, July 2001, pp. 784-791.
- [2] Chaallal, O.; Nollet, M.; and Perraton, D.: "Strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded fiber-reinforced-plastic plates: design guidelines for shear and flexure", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 25, No. 4, 1998, pp. 692-704.
- [3] Camata, G.; Spacone, E. and Zarnic, R.: "Experimental and nonlinear finite element studies of RC beams strengthened with FRP plates", *Journal of Composites Part B*: Engineering, Vol. 38, 2007, pp. 277-288.
- [4] Fédération Internationale du Béton (FIB): Bulletin d'information n. 35: Retrofitting of concrete structures by externally bonded FRPs (with emphasis on seismic applications), April, 2006.
- [5] Neubauer, U. and Rostásy, F.S.: "Design aspects of concrete structures strengthened with externally bonded CFRP-plates", Proceedings of the 7th International Conference on Structural Faults and Repairs, Vol. 2, 1997, pp. 109-118.
- [6] Teng, J.G.; Chen, J.F.; Smith, S.T. and Lam, L.: *FRP strengthened RC structures*, John Wiley and Sons Ltd. Chichester, England, 2001.
- [7] FYFE Co. LLC: "*Tyfo*[®] SEH-51 composite using Tyfo[®] S Epoxy", May, 2002.



- [8] NP-EN 10002-1: *Materiais metálicos Ensaio de tracção*. Comité Europeu de Normalização, 1990.
- [9] Especificação LNEC E226-1968: Betão Ensaio de compressão, Dezembro, 1968.
- [10] EN 206-1: *Betão Parte 1: Especificação, desempenho, produção e conformidade,* Versão Portuguesa, Junho, 2007.
- [11] Červenka, V.; Jendele, L. and Červenka, J.: *ATENA program documentation Part 1 Theory*, Červenka Consulting, Prague, August, 2007.
- [12] Model Code 90: Design code, CEB-FIB, Bulletin d'Information 213/214, Lausanne, 1993.
- [13] Biscaia, H.C.; Chastre, C. and Silva M.A.G.: "Double shear tests to evaluate the bond strength between GFRP/concrete elements". *Journal of Composite Structures*, Vol. 94, No. 2, 2012, pp. 681-694.
- [14] Biscaia, H.E.C.: Rotura por perda de aderência entre reforços poliméricos com fibras de vidro e elementos estruturais de betão, Dissertação para obtenção do grau de Mestre, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Outubro, 2006.
- [15] Biscaia, H.E.C.; Silva, M.G. e Chastre, C.: "Caracterização experimental e modelação numérica da ligação GFRP/betão." *Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões* (APAET), ISSN 1646-7078, Vol. 16, 2008, pp. 9-18.
- [16] Silva, M.G. and Biscaia, H.C.: "Effects of exposure to saline humidity on bond between GFRP and concrete". *Journal of Composite Structures*, Vol. 93, No. 1, December 2010, pp. 216-224.
- [17] Silva, M.A.G. and Biscaia, H.: "Degradation of bond between FRP and RC beams". *Journal of Composite Structures*, Vol. 85, No. 2, 2008, pp. 164-174.
- [18] Simonelli, G.: Finite element analysis of RC beams retrofitted with fibre reinforced polymers, PhD Thesis, Università degli Studi di Napoli Federico II, 2005, Chapter 6, pp. 179-205.
- [19] Alfano, G.; Rosati, L. and Simonelli, G.: "Modelling of failure mechanisms in RC beams retrofitted with FRP flexure". VIII International Conference on Computational Plasticity, E. Oñate and D.R.J. Owen (Eds), Barcelona, 2005.
- [20] Teng, J.G.; Lu, X.Z.; Ye, L.P. and Jiang, J.J.: "Bond-slip models for interfaces between externally bonded FRP and concrete". *FRP Composites in Civil Engineering* - CICE 2004, pp. 55-68.
- [21] Lu, X.Z.; Ye, L.P., Teng, J.G.; Huang, Y.L.; Tan, Z. and Zhang, Z.X.: "Recent researches on interface behavior of FRP sheets externally bonded to RC structures". *FRP Composites in Civil Engineering* - CICE 2004 - Seracino (ed). 2005, pp. 389-397.