



# **Universidade Técnica de Lisboa Instituto Superior Técnico**

## **Um Sistema de Gestão Logística Integrando Gestão de Inventário e Construção de Rotas**

Ana Luísa da Graça Batista Custódio

(Licenciada em Matemática)

Dissertação para a obtenção do Grau de  
Mestre em Investigação Operacional e Engenharia de Sistemas

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Moura de Carvalho Oliveira

Presidente: Professor Doutor Luís Valadares Tavares

Vogais: Professor Doutor Alcibíades Paulo Guedes  
Professor Doutor Rui Manuel Moura de Carvalho Oliveira

Maio de 2001

**Título:** Um Sistema de Gestão Logística Integrando Gestão de Inventário e Construção de Rotas

**Nome:** Ana Luísa da Graça Batista Custódio

**Curso de Mestrado em:** Investigação Operacional e Engenharia de Sistemas

**Orientador:** Professor Rui Manuel Moura de Carvalho Oliveira

**Provas concluídas em:**

**Resumo:**

Baseado num caso prático real – a distribuição dos produtos pertencentes à gama de congelados da Nestlé – este trabalho tem por principal objectivo a determinação simultânea das frequências óptimas de abastecimento de cada produto, a cada ponto de entrega, e das rotas a utilizar no processo de distribuição, por forma a minimizar os custos médios, a longo prazo, de inventário e transporte, considerando um horizonte de tempo infinito.

Utiliza-se para tal a heurística desenvolvida por Viswanathan e Mathur, a qual se baseia numa política de reabastecimentos que só admite múltiplos de uma potência de dois como valores possíveis para os intervalos de tempo entre dois abastecimentos consecutivos de um dado produto e que considera a procura de cada produto como determinística, de valor igual à respectiva média.

Após a definição dos grupos de produtos a repor conjuntamente, é feito um melhoramento das rotas a utilizar no abastecimento usando a heurística da inserção de custo mínimo, sendo aplicada à solução obtida um procedimento 2-optimal.

Por forma a compensar as flutuações da procura, dado que na realidade esta não é determinística, são ainda modelados *stocks* de segurança para cada produto, em cada ponto de entrega.

Finalmente, é realizado um processo de escalonamento da frota de veículos que permite mostrar que a solução obtida a partir do algoritmo é viável.

**Palavras-chave:** - *Inventory Routing Problem*;  
- Modelos de gestão de *stocks*;  
- Políticas potências de dois;  
- Heurísticas de construção de rotas.

**Title:** A System of Logistic Management Integrating Inventory Management and Routing

**Abstract:**

Based on a real practical case – the distribution of Nestlé’s frozen products – this work aims at determining, simultaneously, the optimal frequencies of replenishment for each product to each delivery point, and the routes to be used by the distribution process, minimizing the long-term average costs of inventory and routing, considering an infinite time horizon.

It is used the Viswanathan e Mathur’s heuristic, which is based on a reposition strategy that considers for each product a deterministic demand and which only accepts multiples of a power of two for the time intervals between two consecutive repositions of a product.

After defining the groups of products to replenish together, the routes to be used in the replenishment process are improved by using the heuristic of minimal cost insertion and a 2-optimal procedure.

In order to take into account the variability of demand, since this is not deterministic in reality, safety stocks for each product at each delivery point were modeled.

Finally, a crude schedule of the vehicle fleet is established, showing the viability of the solution obtained with the algorithm.

**Key-Words:**

- Inventory Routing Problem;
- Inventory management;
- Power of two policies;
- Routing.

## Agradecimentos

Uma tese nunca é um projecto individual e ao longo do seu desenvolvimento foram várias as pessoas que, de uma forma ou de outra, contribuíram para que esta pudesse ser concluída. É com enorme gratidão e estima que expresso aqui o meu apreço por todos os que de alguma forma estiveram envolvidos neste projecto.

À Professora Isabel Themido, que me sugeriu a leitura de um artigo donde foi retirada a ideia do tema da tese.

Ao Professor Rui Oliveira, pela sua disponibilidade e acompanhamento ao longo do tempo, pela revisão cuidadosa que fez do texto e pelo auxílio no estabelecimento dos contactos com a empresa que forneceu os dados.

À Vagelpam, nas pessoas do Dr. José Luís Custódio, por ter acolhido este trabalho, e, sobretudo, do Eng. Filipe Cal, pelo entusiasmo que demonstrou com a sua realização e pelo fornecimento dos dados.

Ao Eng. Paulo Matos, dos Serviços Informáticos da Faculdade de Ciências e Tecnologia, pela rapidez e auxílio que prestou na passagem do algoritmo de MS-DOS para UNIX.

À Carmo e ao Nelson, colegas de trabalho na Faculdade de Ciências e Tecnologia, por me ouvirem. Por vezes contar os nossos problemas a alguém, se bem que não os possam resolver, ajuda a adquirir a tranquilidade necessária à procura de uma solução.

Aos meus pais, pelos valores que me transmitiram ao longo da vida, dois dos quais, a perseverança e a capacidade de acreditar que sou capaz, foram fundamentais para ultrapassar os obstáculos que foram surgindo ao longo do caminho.

Finalmente, ao António, por estar presente. Pela paciência, pelo incentivo, pelo apoio incondicional e pela tranquilidade que me soube transmitir.

A todos agradeço, não sei se da forma mais adequada, mas pelo menos da forma mais sincera.

---

**Índice**

1. Introdução .....	1
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Organização da Dissertação .....	3
2. Revisão Bibliográfica .....	5
3. Caracterização do Problema .....	10
3.1. Enquadramento Geral .....	10
3.2. Estrutura de Custos .....	16
3.3. Cálculo da Matriz de Distâncias .....	18
4. Modelação Estatística da Procura Diária .....	20
4.1. Estimação da Procura Média .....	20
4.2. Estimação da Variância da Procura Diária .....	22
4.3. Distribuição da Procura Diária .....	25
4.4. Modelação da Procura Diária Agregada .....	26
5. Apresentação do Modelo .....	32
5.1. Modelos de Gestão de <i>Stocks</i> .....	32
5.1.1. Lote Económico .....	32
5.1.2. Sistemas Multi-item .....	34
5.1.2.1. Políticas Múltiplos de Potências de dois .....	35
5.2. Heurísticas de Construção de Rotas .....	36
5.2.1. Heurísticas Construtivas .....	37
5.2.2. Heurísticas Melhorativas .....	38
5.2.3. Meta-Heurísticas .....	38
5.3. Modelo Integrado .....	39
5.3.1. Algoritmo Sem Restrições de Capacidade .....	39
5.3.2. Algoritmo Com Restrições de Capacidade .....	42
5.3.3. Resolução dos <i>TSP's</i> .....	47
6. Resultados .....	48
6.1. Algoritmo Sem Restrições .....	48
6.2. Algoritmo Com Restrições de Capacidade .....	50
6.3. Algoritmo Com Restrições de Capacidade e de Duração da Viagem.....	58
6.4. Modelação dos <i>Stocks</i> de Segurança .....	64
6.5. Escalonamento da Frota .....	67
7. Conclusões e Perspectivas Futuras .....	70
Bibliografia .....	74

---

<b>Anexos</b> .....	77
1. Convexidade da Função Custo por Unidade de Tempo .....	78
2. Inquérito aos Produtos da Nestlé .....	79
3. Localidades Distintas Sem Restrição de Capacidade .....	81
3.1. Modificação da Heurística da Inserção de Custo Mínimo .....	81
3.2. Heurística do Vizinho Mais Próximo .....	83
4. Características das Rotas Com Restrição de Capacidade .....	85
4.1. Modificação da Heurística da Inserção de Custo Mínimo .....	85
4.2. Heurística do Vizinho Mais Próximo .....	89
5. Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade .....	94
5.1. Modificação da Heurística da Inserção de Custo Mínimo .....	94
5.2. Heurística do Vizinho Mais Próximo .....	99
6. Características das Rotas Com Restrição Temporal .....	104
7. Localidades Distintas Com Restrição Temporal .....	108
8. Caracterização dos Clusters .....	112
9. Escalonamento da Frota .....	114
9.1. Clusters abastecidos por veículos de 6 paletas .....	114
9.2. Clusters abastecidos por veículos de 8 paletas .....	115
9.3. Clusters abastecidos por veículos de 10 paletas .....	115

## Lista de Tabelas

- 1- Caracterização dos trabalhos existentes na literatura sobre o *IRP*.
- 2- Capacidade da frota da Vagelpam, para a distribuição dos congelados da gama alimentar da Nestlé, a localidades situadas abaixo de Coimbra.
- 3- Tabela de frequências relativa ao número de produtos distintos encomendado por cada ponto de entrega.
- 4- Tabela de frequências relativa às quantidades, expressas em caixas, encomendadas por cada ponto de entrega.
- 5- Tabela de frequências relativa ao número de pontos de entrega que encomendam cada produto.
- 6- Tabela de frequências relativa às quantidades, expressas em caixas, encomendadas de cada produto.
- 7- Tabela de frequências relativa ao número de registos existentes para a procura diária por item.
- 8- Resumo dos resultados da análise de regressão, usada para o ajuste de uma relação entre a média e a variância da procura diária dos itens.
- 9- Tabela de frequências relativa ao número de registos existentes para a procura diária por produto.
- 10-Resumo dos resultados da análise de regressão, usada para o ajuste de uma relação entre a média e a variância da procura diária dos produtos.
- 11- Características das rotas construídas, sem considerar a restrição de capacidade, e usando a inserção de custo mínimo modificada na resolução dos *TSP's*.
- 12- Características das rotas construídas, sem considerar a restrição de capacidade, e usando o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.
- 13- Tabelas de frequências relativas às taxas de ocupação dos veículos, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.
- 14- Tabelas de frequências relativas ao número de rotas por veículo, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.
- 15- Tabelas de frequências relativas ao número de localidades distintas visitadas por cada veículo, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.
- 16- Tabelas de frequências relativas ao número de pontos de entrega visitados por cada veículo, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.
- 17- Tabelas de frequências relativas ao número de produtos repostos por cada veículo, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.
- 18- Tabela de frequências relativa ao comprimento das rotas obtidas, expresso em km.
- 19- Tabela de frequências relativa ao número de rotas por veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 20- Tabela de frequências relativa ao número de localidades distintas abastecidas por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.

- 21-Tabela de frequências relativa ao número de pontos de entrega distintos abastecidos por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 22-Tabela de frequências relativa ao número de produtos abastecidos por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 23-Tabela de frequências relativa à taxa de ocupação de cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 24-Tabela de frequências relativa à duração (em horas) de um dia de trabalho para cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 25-Tabela de frequências relativa à dimensão dos *stocks* de segurança, a constituir para cada item, expressos em caixas.
- 26-Número de pseudo-veículos necessários para realizar os abastecimentos, considerando que estes são feitos de 1024 em 1024 dias.

## Lista de Figuras

- 1- Processo de encomenda dos produtos da Nestlé.
- 2- Histograma relativo ao número de produtos distintos encomendado por cada ponto de entrega.
- 3- Histograma relativo às quantidades, expressas em caixas, encomendadas por cada ponto de entrega.
- 4- Histograma relativo ao número de pontos de entrega que encomendam cada produto.
- 5- Histograma relativo às quantidades, expressas em caixas, encomendadas de cada produto.
- 6- Histogramas representativos das diferenças, expressas em caixas, entre os dois processos de cálculo das estatísticas relativas à procura diária por item.
- 7- Histograma relativo ao número de registos existentes para a procura diária por item.
- 8- Recta de regressão obtida para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos itens.
- 9- Resíduos e valores previstos para a relação obtida entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos itens.
- 10-Ajuste da distribuição normal aos resíduos obtidos para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos itens.
- 11-Gráfico em papel normal dos resíduos obtidos para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos itens.
- 12-Ajuste da distribuição lognormal à procura diária do item 7049.
- 13-Histogramas representativos das diferenças, expressas em caixas, entre os dois processos de cálculo das estatísticas relativas à procura diária por produto.
- 14-Histograma relativo ao número de registos existentes para a procura diária por produto.
- 15-Recta de regressão obtida para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos produtos.
- 16-Resíduos e valores previstos para a relação obtida entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos produtos.
- 17-Ajuste da distribuição normal aos resíduos obtidos para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos produtos.
- 18-Gráfico em papel normal dos resíduos obtidos para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos produtos.
- 19-Ajuste da distribuição normal à soma de quatro variáveis aleatórias com distribuição lognormal.
- 20-Ajuste da distribuição normal à soma de cinco variáveis aleatórias com distribuição lognormal.
- 21-Nível de *stock* ao longo do tempo, considerando uma política de gestão de *stock* com reposição instantânea e rotura não permitida.
- 22-Avaliação do custo de inserção do vértice  $k$  ( $\Delta_{ij}$ ) entre os vértices  $i$  e  $j$ .

- 23-Evolução dos tempos computacionais, para o algoritmo sem restrições, usando a modificação da inserção de custo mínimo na resolução dos *TSP's*.
- 24-Evolução dos tempos computacionais, para o algoritmo com restrições de capacidade, usando a inserção de custo mínimo modificada na resolução dos *TSP's*.
- 25-Número de clusters necessários para o algoritmo, com restrições de capacidade, usando a inserção de custo mínimo modificada na resolução dos *TSP's*.
- 26-Histogramas relativos às taxas de ocupação dos veículos.
- 27-Histogramas relativos ao número de rotas por veículo.
- 28-Histogramas relativos ao número de localidades distintas visitadas por cada veículo.
- 29-Histogramas relativos ao número de pontos de entrega visitados por cada veículo.
- 30-Histogramas relativos ao número de produtos repostos por cada veículo.
- 31-Histograma relativo ao comprimento das rotas obtidas, expresso em km.
- 32-Histograma relativo ao número de rotas por veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 33-Histograma relativo ao número de localidades distintas abastecidas por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 34-Histograma relativo ao número de pontos de entrega distintos, abastecidos por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 35-Histograma relativo ao número de produtos, abastecidos por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 36-Histograma relativo à taxa de ocupação de cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 37-Histograma relativo à duração (em horas) de um dia de trabalho para cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.
- 38-Histograma relativo à dimensão dos *stocks* de segurança, a constituir para cada item, expressos em caixas.
- 39-Equivalência entre veículos e pseudo-veículos.

# 1. Introdução

## 1.1. Enquadramento

Num mundo caracterizado por produtos duráveis, necessidades estáveis por parte dos consumidores, mercados nacionais e regionais bem definidos e concorrência bem identificada, a chave para a vantagem competitiva é a escolha do segmento de mercado onde a empresa decide competir. Como é feita essa competição é secundário, apenas uma questão de execução. Numa economia relativamente estática, as estratégias competitivas podem limitar-se a ser igualmente estáticas.

Hoje em dia, à medida que os mercados se fragmentam e proliferam, possuir um segmento de mercado particular torna-se simultaneamente mais difícil e menos valioso. Quando os ciclos de vida dos produtos são cada vez mais curtos, dominar segmentos existentes é cada vez menos importante do que criar novos produtos e explorá-los rapidamente. Mais ainda, a globalização vem derrubar as barreiras existentes entre os mercados nacionais e regionais. Os concorrentes multiplicam-se e a importância do valor da cota de mercado nacional torna-se cada vez mais diminuta.

A estratégia competitiva tem então de tornar-se mais dinâmica. O sucesso depende da antecipação das tendências de mercado e da resposta rápida às mudanças das necessidades do consumidor. A essência da estratégia não é a estrutura dos produtos e mercados de uma empresa, passando a assentar em processos. O sucesso depende de transformar processos chave em capacidades estratégicas que providenciem valor ao consumidor e sejam difíceis de reproduzir pelos concorrentes.

Agrupar processos em capacidades organizacionais obriga a investimentos estratégicos em infra-estruturas de suporte que permitam o cruzamento de funções. Surge uma nova lógica de integração vertical.

Numa altura em que as pressões de custo levam muitas empresas a fazer *out-sourcing* das suas actividades, aquelas que baseiam a sua estratégia em capacidades estão a integrar verticalmente para garantir que elas próprias controlam o desempenho dos processos chave do negócio.

O impacto da integração das estratégias de inventário e construção de rotas de distribuição foi recentemente abordado por **Stalk e Shulman** [28] que reviram a evolução da indústria de retalho, atribuindo o sucesso da Wal-Mart ao desenvolver-se, tornando-se a maior e mais rentável cadeia retalhista no mundo, ao foco num eficiente *design* e planeamento logístico. A chave para atingir estas metas foi tornar a forma como a companhia repunha o inventário a peça chave da sua estratégia competitiva.

Na verdade, podem ser conseguidas reduções de custo e/ou melhorias de serviço em muitos sistemas de distribuição adoptando estratégias de

reabastecimento de inventário eficientes. Estas estratégias necessitam frequentemente de explorar economias de escala que ocorrem ao conseguir carregamentos completos, o que muitas vezes obriga a combinar entregas em locais distintos em rotas eficientes.

Estas melhorias de eficiência e serviço exigem uma abordagem integrada de várias funções logísticas, em particular o controlo de inventário e o planeamento de transportes.

Muitos foram os autores que se dedicaram ao estudo do problema da minimização dos custos de transporte em problemas de distribuição. A maior parte destes trabalhos foca-se em desenhar algoritmos para a determinação de caminhos de comprimento mínimo e estimar as respectivas distâncias, assumindo que a frequência e o tamanho das entregas aos clientes estão predeterminados. Consideram-se explicitamente custos relacionados com a distância percorrida mas negligenciam-se tipicamente os custos de inventário relacionados com a dimensão dos carregamentos, pois incluí-los resulta em problemas de programação não linear de difícil resolução.

Muitos foram, igualmente, aqueles que se dedicaram a variantes particulares da fórmula do lote económico. Os modelos do lote económico focam-se nos *trade-offs* existentes entre os custos fixos de encomenda e os custos de inventário, estes últimos aumentando com a dimensão da encomenda. Modelam-se assim explicitamente os custos de inventário relacionados com a dimensão do carregamento, embora tipicamente os custos de transporte sejam representados como uma parte da constante que mede os custos fixos de encomenda, negligenciando-se geralmente a sua dependência das características da rede de distribuição, bem como das rotas estabelecidas para os veículos.

Existem no entanto muitos problemas de distribuição nos quais o escalonamento dos veículos e o tamanho das entregas a clientes são, ou deveriam ser, simultaneamente determinados. É claramente o caso de sistemas de distribuição interna, surgindo ainda em muitos processos de distribuição externa. Exemplo disto são as indústrias petroquímica e do gás industrial, onde os produtores instalam tanques nos seus clientes e assumem a responsabilidade por manter um nível adequado de inventário, controlando a frequência de reabastecimento e o tamanho das entregas.

De igual forma, fornecedores de supermercados e lojas adquirem muitas vezes espaço de prateleira, assumindo a função completa de gestão de inventário dos seus clientes retalhistas e suportando os custos de capital associados, cobrando a um retalhista somente quando ele efectua uma venda a um consumidor. O fornecedor repõe o inventário do retalhista à sua vontade, embora garantindo uma determinada taxa de cobertura de espaço ou sendo penalizado por vendas perdidas.

Este procedimento alivia o retalhista dos investimentos dispendiosos em inventário e das complicações da sua gestão. O fornecedor tem a vantagem

de decidir quando e em que quantidades fará as entregas aos retalhistas, poupando em custos de distribuição pois pode melhor coordenar as referidas entregas. Mais, quando a procura está sujeita a um considerável grau de incerteza, o sistema considerado como um todo beneficia com esta estrutura, pois o fornecedor consegue satisfazer o nível de serviço imposto com um *stock* de segurança agregado significativamente mais pequeno do que a soma dos *stocks* de segurança necessários pelos retalhistas individualmente. É assim uma situação em que todos ganham.

Exige, no entanto, informação precisa e actualizada sobre o nível de inventário existente nos diferentes retalhistas, o que se torna cada vez menos um problema, dado o decréscimo que tem vindo a sofrer o preço das tecnologias que permitem essa monitorização.

A grande dificuldade que ainda persiste é a complexidade do desenvolvimento de uma estratégia de distribuição que simultaneamente minimize o número de roturas, bem como os custos de distribuição e inventário. O papel de desenvolver esta estratégia é chamado o *Inventory Routing Problem (IRP)*.

## **1.2. Organização da Dissertação**

Baseado num caso prático real – a distribuição dos produtos pertencentes à gama de congelados da Nestlé – o presente trabalho surge como uma aplicação do *Inventory Routing Problem (IRP)*.

Assim sendo, pretende-se a determinação simultânea das frequências óptimas de abastecimento de cada produto, a cada ponto de entrega, e das rotas a utilizar no processo de distribuição, por forma a minimizar os custos médios, a longo prazo, de inventário e transporte, considerando um horizonte de tempo infinito.

Após este capítulo introdutório, que pretende enquadrar o problema estrategicamente, passamos a descrever a organização da dissertação, permitindo assim uma mais fácil leitura da mesma.

No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica dos trabalhos publicados sobre o mesmo tema, dando-se especial enfoque às características específicas de cada um deles e ao método de resolução utilizado.

O capítulo 3 procura dar uma definição concreta do problema em estudo, caracterizando o processo de reposição de *stock* actualmente utilizado.

No capítulo 4 é descrito o modelo utilizado na estimação da média e variância da procura diária, indispensáveis à definição das frequências de abastecimento e à modelação dos *stocks* de segurança.

É no capítulo 5 que é feita a apresentação do modelo integrado, iniciando-se com uma breve descrição de alguns modelos de gestão *stocks* mais vulgarmente utilizados, bem como das heurísticas mais frequentemente empregues na construção de rotas de abastecimento.

O capítulo 6 dedica-se à descrição e análise dos resultados obtidos com a implementação computacional do modelo, quer no que respeita a tempos de execução do algoritmo, quer relativamente a outros parâmetros que ajudam a caracterizar a qualidade da solução obtida.

Faz-se ainda uma modelação de *stocks* de segurança, que permitam compensar as flutuações da procura, uma vez que esta não é determinística, impedindo assim a ocorrência de situações de rotura.

No capítulo 6 é ainda efectuado um escalonamento da frota disponível para realizar o processo de distribuição, demonstrando a viabilidade da solução obtida anteriormente.

As principais conclusões retiradas de todo o trabalho desenvolvido, bem como a apresentação de possibilidades futuras de investigação é feita no capítulo 7.

Finalmente, apresentam-se todas as referências bibliográficas que foram relevantes para a realização do estudo.

Refira-se que, apesar de todo o nosso empenho, o processo de recolha dos dados necessários à elaboração do trabalho foi difícil, muito moroso e, nalguns casos, infrutífero.

Como consequência, problemas de implementação dos algoritmos, relacionados com a dimensão da matriz de dados, só foram detectados tardiamente. Algumas análises não puderam ser realizadas, devido à ausência de informação. Adicionalmente, um elemento de informação, de extrema relevância na modelação do processo de distribuição no Norte do país (a existência de um entreposto de distribuição no Porto), chegou ao nosso conhecimento a poucas semanas do prazo de entrega da dissertação, pelo que já não foi possível incluí-lo no modelo.

A presente dissertação sofre, assim, das vicissitudes inerentes ao processo de recolha da informação, tendo-se feito o melhor possível, dentro do prazo concedido e com a informação disponível.

## 2. Revisão Bibliográfica

O *IRP* (*Inventory Routing Problem*) difere dos problemas tradicionais de construção de rotas (*VRP- Vehicle Routing Problems*) pois, baseando-se nas taxas de consumo dos clientes, procura elaborar uma estratégia integrada de reposição de *stock*, definindo quer os intervalos de tempo entre abastecimentos sucessivos, para os vários produtos, quer as rotas a utilizar nesse processo de reposição. Este é um problema de controlo dinâmico a longo prazo que, se é difícil de formular, é quase impossível de resolver por métodos exactos. Como resultado, todas as abordagens existentes até ao momento consideram versões simplificadas do *IRP*.

A rede é geralmente formada por um armazém e múltiplos retalhistas, sendo o inventário distribuído por uma frota de veículos, do armazém para os clientes. As políticas de transporte e inventário resultantes usualmente afectam retalhistas a rotas e obtêm intervalos de reposição e dimensões da quantidade a entregar para cada um deles. O objectivo é minimizar a soma dos custos de inventário e transporte sobre um dado horizonte de planeamento.

Os modelos matemáticos e os correspondentes algoritmos diferem de acordo com as suposições sobre o horizonte de planeamento (um único ou múltiplos períodos, ou horizonte infinito), a procura (determinística ou estocástica), o número de itens a distribuir (um único ou múltiplos), as características da frota de distribuição (número de veículos disponíveis e capacidade dos mesmos) e a estrutura de custos considerados. Outro tópico a ter em conta é o número de retalhistas que podem ser visitados em cada viagem. Em muitas situações os veículos podem visitar vários clientes em cada rota. No entanto, alguns autores estudam variantes em que é visitado um único cliente por rota (entrega directa).

O primeiro modelo que integra a gestão de inventário e a construção de rotas de distribuição surge com **Federgruen e Zipkin** [14]. Nesta versão do problema é feita a distribuição de um único item, em quantidade limitada, a partir de um armazém, por vários retalhistas. A procura em cada retalhista é uma variável aleatória. Para um dado dia, pretende-se afectar o inventário aos clientes, minimizando os custos de transporte, inventário e rotura no final do dia. Não são considerados custos de encomenda.

A modelação é feita usando programação não linear inteira e, dada uma afectação dos clientes a rotas, apresenta a propriedade de se decompor num problema de afectação de inventário, que determina os custos de inventário e rotura, e num *TSP* (*Traveling Salesmen Problem*) para cada veículo, o que origina os custos de transporte.

A ideia é construir uma solução inicial admissível e, iterativamente, melhorar a solução trocando clientes entre as rotas. Cada troca define uma nova

afecção de um cliente a uma rota, o que define um novo problema de afecção de inventário e um novo *TSP*.

**Golden, Assad e Dahl** [18] desenvolveram uma heurística para uma grande companhia de produtos energéticos, que distribui gás propano líquido para residências e clientes industriais, a qual permitiu uma poupança de cerca \$2 milhões em custos operativos.

Tendo por objectivo minimizar os custos num único dia, mantendo um nível adequado de inventário em todos os clientes, a heurística começa por calcular a urgência de abastecimento de cada cliente (rácio entre o nível de inventário e a respectiva capacidade de armazenagem), sendo excluídos todos os clientes com uma urgência inferior a um determinado valor.

Em seguida, os clientes são seleccionados para receber uma encomenda, um de cada vez, de acordo com o maior rácio entre a urgência e o tempo extra necessário para visitar o cliente. Um *TSP* é iterativamente construído.

Inicialmente, é imposto um limite para o tempo total da rota, igual ao número de veículos vezes o comprimento do dia. Os clientes são adicionados à rota até não haver mais clientes ou este limite ter sido excedido. A rota final é partida num conjunto de rotas admissíveis, reforçando-se sempre a ideia de que o *stock* de cada cliente deve ser repostado até ao máximo da capacidade disponível. Quando tal não é possível, a heurística é executada novamente, com um valor mais pequeno para o limite temporal.

**Dror e Ball** [12] criam igualmente um modelo de período único, mas propõem uma forma de avaliar o que acontece após o período de planeamento a curto prazo.

Começam por determinar o dia óptimo de reabastecimento para cada cliente, o qual é calculado a partir da probabilidade de rotura de stock para um dado dia específico do período de planeamento, o custo médio de reabastecer o cliente e o custo de antecipação do reabastecimento, associado a uma rotura.

Se o dia óptimo cai no período de planeamento a curto prazo, então o cliente é visitado, sendo calculado um custo para cada um dos restantes dias do período de planeamento, que reflecte o aumento do custo futuro se a entrega for feita nesse dia e não no óptimo. Se o dia óptimo cai fora do período de planeamento, calcula-se para cada dia deste período o benefício futuro de fazer a entrega ao cliente neste dia.

Resolve-se em seguida um problema de programação linear inteira que afecta clientes a veículos e dias, ou só a dias, minimizando a soma dos referidos custos e dos de transporte. Conduz à resolução de *VRP's*, numa segunda fase.

**Chien, Balakrishnan e Wong** [11] desenvolveram igualmente uma abordagem para um único dia mas, passando informação de um dia para o

dia seguinte, o sistema simula um modelo de planeamento com múltiplos dias.

Considerando um único depósito e uma quantidade limitada de inventário, a heurística tenta afectar este inventário aos múltiplos clientes, maximizando o lucro total diário, o qual é definido à custa da receita por unidade entregue e da penalidade sofrida por procura perdida. Quando é encontrada uma solução para um dia, os resultados são usados para modificar as receitas para o dia seguinte.

A afectação do inventário disponível pelos vários clientes, a afectação dos clientes a veículos e a construção de rotas é feita utilizando um problema de programação inteira mista, o qual é resolvido usando relaxação lagrangeana.

Os modelos de horizonte infinito surgem com **Anily e Federgruen** [2], os quais apresentam um modelo com um único item, um armazém, vários retalhistas, sendo a procura constante e determinística mas dependente de cada retalhista. Os inventários são mantidos nos retalhistas mas não no armazém. O objectivo do problema consiste em minimizar os custos médios de transporte e inventário sobre um horizonte infinito.

Estes autores restringem-se a uma classe de estratégias de reabastecimento na qual um conjunto de regiões é especificado por forma a cobrir todos os retalhistas. Um retalhista pode pertencer a várias regiões simultaneamente, sendo neste caso afectada a essa região uma fracção da sua procura total. Cada vez que um retalhista de uma dada região recebe uma encomenda, a entrega é feita por um veículo que visita todos os restantes retalhistas da região.

No artigo são propostas duas heurísticas, qualquer uma delas trabalhando em duas fases e diferindo entre si na forma como o problema é resolvido na primeira. Esta primeira fase envolve a determinação de um limite inferior, o qual é obtido resolvendo um problema de partição do conjunto dos pontos de procura em grupos. Na segunda etapa, todos os grupos obtidos com a mesma cardinalidade são combinados em famílias maiores de pontos de procura. Para cada uma destas famílias são desenvolvidas rotas eficientes, usando heurísticas de partições regionais.

Um método de partição é ainda usado para derivar limites inferiores e superiores nos custos totais. Estes limites convergem para o óptimo quando o número de pontos de procura converge para o infinito.

O problema considerado é estendido noutra artigo [4], dos mesmos autores, ao caso em que o armazém central mantém *stock*, em vez de ser um mero ponto de transbordo.

**Gallego e Simchi-Levi** [15] apresentam um limite inferior para os custos médios a longo prazo de todas as estratégias combinadas de gestão de inventário e rotas. Usando ideias similares às de Anily e Federgruen, avaliam

a eficiência a longo prazo da entrega directa, concluindo que esta é pelo menos 94% eficaz sobre todas as outras estratégias de reabastecimento, quando o lote económico mínimo é pelo menos 71% da capacidade do veículo.

**Viswanathan e Mathur** [30] consideram o primeiro modelo integrado que contempla mais do que um produto. Assumindo a procura determinística, consideram simultaneamente as decisões de inventário e as rotas dos veículos a partir de um armazém. Utilizando uma heurística, obtêm uma política de reposição conjunta estacionária, com os intervalos de reposição múltiplos potências de dois de um dado período base e em que, se o intervalo de reposição de um dado item é superior ao de outro item, então o primeiro é um múltiplo do segundo.

**Blumenfeld, Burns, Diltz e Daganzo** [5] determinam estratégias óptimas de distribuição em redes, analisando os *trade-offs* entre transporte, inventário e custos de *set-up* de produção. Desenvolvem ainda um método simples de optimização que determina simultaneamente rotas óptimas e dimensões de carregamentos em redes com um terminal de consolidação e funções de custo côncavas. Este método decompõe a rede em sub-redes separadas, determinando o óptimo analiticamente, sem necessidade de técnicas de programação matemática.

**Qu, Bookbinder e Iyogun** [27] consideram um modelo com múltiplos itens, vários fornecedores, capacidade dos veículos ilimitadas e procura estocástica, integrando as decisões de transporte e inventário num único modelo matemático. Assumem uma política de revisão periódica na gestão do inventário no armazém. O objectivo é satisfazer a procura com um custo médio por unidade de tempo a longo prazo mínimo.

A resolução do problema é feita usando um método heurístico, que decompõe o modelo em duas partes: um problema de inventário e um problema de transportes, cada um dos quais é resolvido separadamente com métodos existentes na literatura. Constróem ainda um limite inferior para o modelo.

A tabela 1 apresenta uma caracterização sintética dos trabalhos acima referidos.

Referência	Procura	Capacidade dos Veículos	Horizonte	Entrega	Produtos	Contribuição	Método
Federgruen e Zipkin [14]	Estocástica	Limitado	Período Único	Múltipla	Único	Política	Programação não linear inteira
Golden, Assad e Dahl [18]	Estocástica	Limitado	Período Único	Múltipla	Único	Política	Heurística
Dror e Ball [12]	Estocástica	Limitado	Período Múltiplo	Múltipla	Único	Política	Heurística, programação linear inteira
Chien, Balakrishnan e Wong [11]	Determinística	Limitado	Período Múltiplo	Múltipla	Único	Política	Heurística, programação inteira mista
Anily e Federgruen [2]	Determinística	Ilimitado	Infinito	Múltipla	Único	Política e Limite	Heurística
Gallego e Simchi-Levi [15]	Determinística	Ilimitado	Infinito	Directa	Único	Limite	Heurística
Viswanathan e Mathur [30]	Determinística	Limitado	Infinito	Múltipla	Múltiplos	Política	Heurística
Blumenfeld, Burns, Diltz e Daganzo [5]	Determinística	Limitado	Infinito	Múltipla	Único	Política	Métodos analíticos
Qu, Bookbinder e Iyogun [27]	Estocástica	Ilimitado	Infinito	Múltipla	Múltiplos	Política e Limite	Heurística

Tab. 1- Caracterização dos trabalhos existentes na literatura sobre o *IRP*.

### 3. Caracterização do Problema

#### 3.1. Enquadramento Geral

O presente trabalho incidiu sobre os congelados da gama alimentar da Nestlé, cuja distribuição é feita na totalidade pela Vagelpam, empresa distribuidora sediada em Montachique. Foram-nos fornecidos dados relativos ao período compreendido entre 23-03-99 e 30-12-99.

A empresa distribui cerca de 159 produtos distintos, por 434 pontos de entrega, dispersos geograficamente por todo o Portugal Continental (desde Viana do Castelo até Vila Real de Sto. António).

As entregas a localidades situadas abaixo de Coimbra são feitas directamente a partir de Lousa, utilizando uma frota constituída por sete veículos, cujas capacidades estão registadas na tabela 2.

Capacidade (paletas)	Nº de Veículos
5	1
6	1
8	1
10	4

**Tab. 2-** Capacidade da frota da Vagelpam, para a distribuição dos congelados da gama alimentar da Nestlé, a localidades situadas abaixo de Coimbra.

Acima de Coimbra, a distribuição é feita a partir de um entreposto, situado no Porto, o qual não dispõe de câmaras frigoríficas para armazenagem dos produtos, actuando como um ponto de transbordo. Esta última informação só nos foi fornecida na fase final de realização do trabalho, pelo que todos os cálculos iniciais se baseiam nos dados relativos aos 434 pontos de entrega.

No sistema actual, são os pontos de entrega que decidem quais as quantidades a adquirir de cada produto e quando efectuar a encomenda. As notas de encomenda são enviada directamente para a Nestlé, que as insere numa base de dados partilhada com a Vagelpam.

A Vagelpam é responsável por satisfazer as encomendas a partir do *stock* que tenha disponível no seu armazém. No entanto, não é responsável pela gestão do referido *stock*, a qual é assegurada pela própria Nestlé. A lógica intrínseca ao processo de gestão é-nos desconhecida.

Em caso de rotura de *stock* de um dado produto, o que impede o respectivo abastecimento, a Vagelpam notificará a Nestlé, decidindo esta última qual a opção a tomar.

A figura 1 resume o processo de encomenda dos produtos da Nestlé, descrito acima.

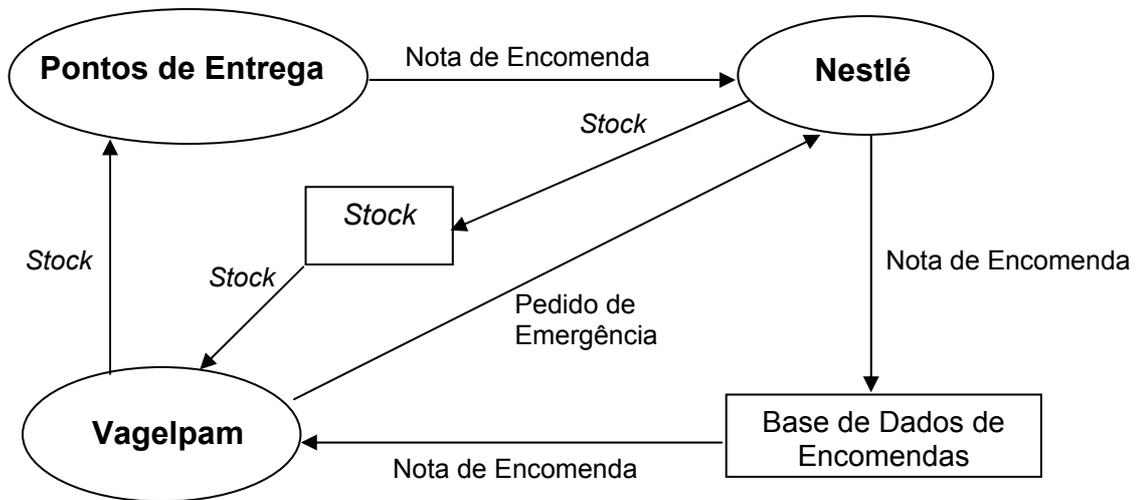


Fig. 1- Processo de encomenda dos produtos da Nestlé.

O processo de construção de rotas de abastecimento é feito de forma empírica, com base na experiência adquirida ao longo dos anos de funcionamento da empresa.

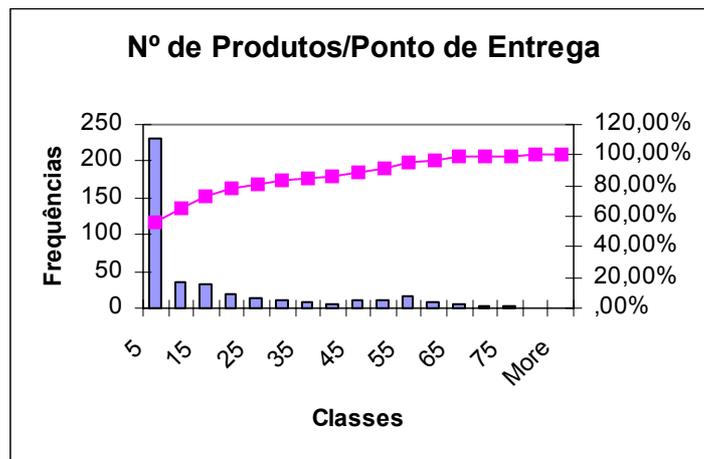
Inicialmente, os pedidos são separados por zona geográfica, avaliando-se se os camiões disponíveis têm capacidade suficiente para realizar o transporte, o que poderá originar alterações na separação de pedidos inicialmente feita. Existe uma preocupação clara com a taxa de completção dos camiões, o que, juntamente com a possibilidade de escassez de produto, poderá originar a remarcação de entregas junto dos clientes.

Seguidamente, é estabelecida a sequência de visita dos vários pontos de entrega, recorrendo-se a rotas criadas no passado, as quais sofrem algumas alterações. Muitas vezes são os próprios motoristas da empresa que ajudam neste processo.

O número de produtos distintos encomendado por cada cliente é geralmente muito pequeno. Se analisarmos a tabela de frequências e o histograma correspondentes (ver tabela 3 e figura 2), verificamos que cerca de 57% dos clientes encomenda 5 ou menos produtos distintos, aumentando esta percentagem para 73% se considerarmos encomendas iguais a 15 ou menos. A percentagem de clientes que encomenda mais do que 55 produtos diferentes é inferior a 5%.

<i>Classes</i>	<i>Frequências Absolutas Observadas</i>	<i>Frequências Relativas Acumuladas</i>
[0,5]	230	56,51%
]5,10]	35	65,11%
]10,15]	32	72,97%
]15,20]	19	77,64%
]20,25]	13	80,84%
]25,30]	10	83,29%
]30,35]	7	85,01%
]35,40]	6	86,49%
]40,45]	10	88,94%
]45,50]	10	91,40%
]50,55]	15	95,09%
]55,60]	8	97,05%
]60,65]	6	98,53%
]65,70]	2	99,02%
]70,75]	3	99,75%
]75,80]	1	100,00%
Mais 80	0	100,00%

**Tab. 3-** Tabela de frequências relativa ao número de produtos distintos encomendado por cada ponto de entrega.

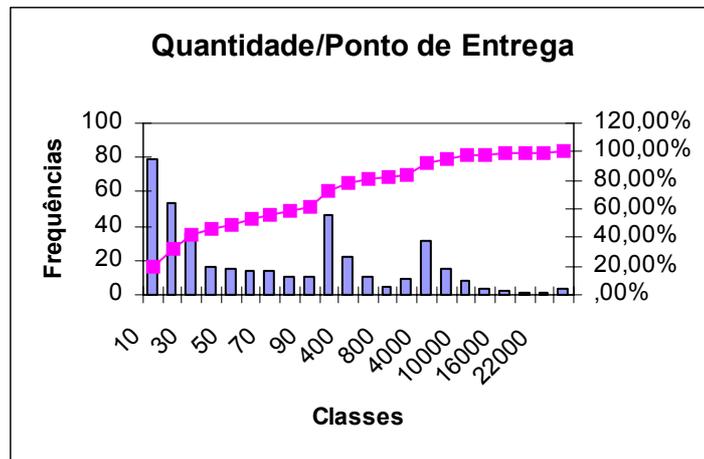


**Fig. 2-** Histograma relativo ao número de produtos distintos encomendado por cada ponto de entrega.

De igual forma, as quantidades encomendadas por cada ponto de entrega, no período a que respeitam os dados, são em geral muito pequenas. Cerca de 42% dos clientes compra 30 ou menos caixas, comprando mais de 200 caixas apenas perto de 28% dos retalhistas (ver tabela 4 e figura 3).

<b>Classes</b>	<b>Frequências Absolutas Observadas</b>	<b>Frequências Relativas Acumuladas</b>
[0,10]	79	19,41%
]10,20]	54	32,68%
]20,30]	36	41,52%
]30,40]	16	45,45%
]40,50]	15	49,14%
]50,60]	14	52,58%
]60,70]	14	56,02%
]70,80]	11	58,72%
]80,90]	10	61,18%
]90,200]	46	72,48%
]200,400]	22	77,89%
]400,600]	11	80,59%
]600,800]	5	81,82%
]800,1000]	9	84,03%
]1000,4000]	31	91,65%
]4000,7000]	15	95,33%
]7000,10000]	8	97,30%
]10000,13000]	4	98,28%
]13000,16000]	2	98,77%
]16000,19000]	1	99,02%
]19000,22000]	1	99,26%
Mais 22000	3	100,00%

**Tab. 4-** Tabela de frequências relativa às quantidades, expressas em caixas, encomendadas por cada ponto de entrega.

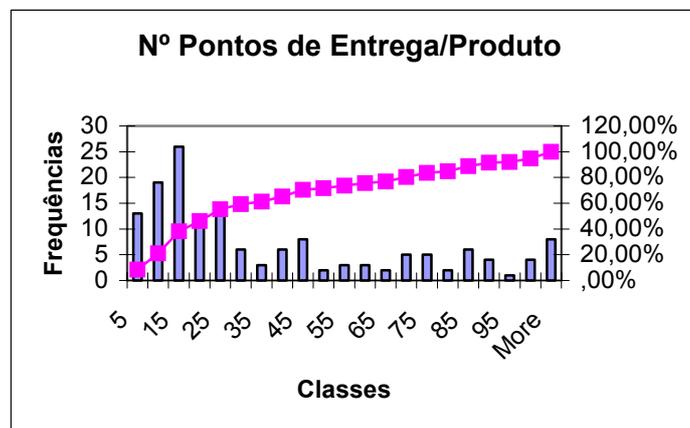


**Fig. 3-** Histograma relativo às quantidades, expressas em caixas, encomendadas por cada ponto de entrega.

Comportamento análogo verifica-se no que respeita à distribuição dos produtos. 55% são distribuídos por 25 ou menos pontos de entrega e a percentagem dos que são encomendados por mais de 50 clientes é de cerca de 28% (consultar tabela 5 e figura 4).

<i>Classes</i>	<i>Frequências Absolutas Observadas</i>	<i>Frequências Relativas Acumuladas</i>
[0,5]	13	8,55%
]5,10]	19	21,05%
]10,15]	26	38,16%
]15,20]	12	46,05%
]20,25]	14	55,26%
]25,30]	6	59,21%
]30,35]	3	61,18%
]35,40]	6	65,13%
]40,45]	8	70,39%
]45,50]	2	71,71%
]50,55]	3	73,68%
]55,60]	3	75,66%
]60,65]	2	76,97%
]65,70]	5	80,26%
]70,75]	5	83,55%
]75,80]	2	84,87%
]80,85]	6	88,82%
]85,90]	4	91,45%
]90,95]	1	92,11%
]95,100]	4	94,74%
Mais 100	8	100,00%

**Tab. 5-** Tabela de frequências relativa ao número de pontos de entrega que encomendam cada produto.

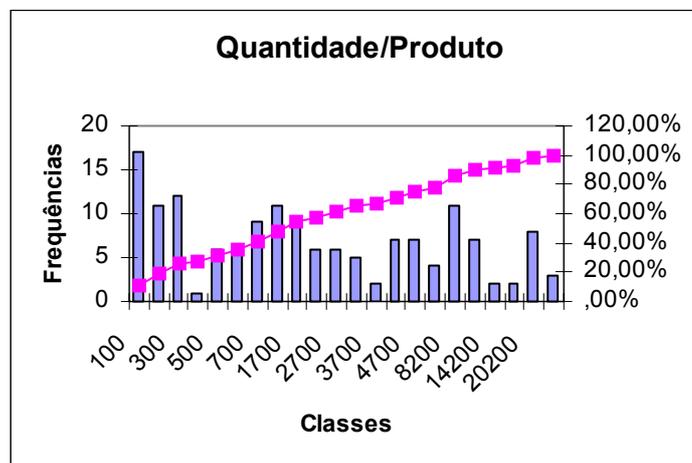


**Fig. 4-** Histograma relativo ao número de pontos de entrega que encomendam cada produto.

No que respeita às quantidades encomendadas de cada produto, as conclusões já não são tão evidentes, não se podendo afirmar que estes são comprados preferencialmente num certo número de caixas. Pode, no entanto, concluir-se que para 41% dos produtos são encomendadas 700 ou menos caixas (ver tabela 6 e figura 5).

<i>Classes</i>	<i>Frequências Absolutas Observadas</i>	<i>Frequências Relativas Acumuladas</i>
[0,100]	17	11,18%
]100,200]	11	18,42%
]200,300]	12	26,32%
]300,400]	1	26,97%
]400,500]	6	30,92%
]500,600]	6	34,87%
]600,700]	9	40,79%
]700,1200]	11	48,03%
]1200,1700]	9	53,95%
]1700,2200]	6	57,89%
]2200,2700]	6	61,84%
]2700,3200]	5	65,13%
]3200,3700]	2	66,45%
]3700,4200]	7	71,05%
]4200,4700]	7	75,66%
]4700,5200]	4	78,29%
]5200,8200]	11	85,53%
]8200,11200]	7	90,13%
]11200,14200]	2	91,45%
]14200,17200]	2	92,76%
]17200,20200]	8	98,03%
Mais 20200	3	100,00%

**Tab. 6-** Tabela de frequências relativa às quantidades, expressas em caixas, encomendadas de cada produto.



**Fig. 5-** Histograma relativo às quantidades, expressas em caixas, encomendadas de cada produto.

Em conclusão, a gama considerada dispõe de um elevado número de produtos, em que cada um deles é encomendado por um pequeno número de pontos de entrega. Estes, por sua vez, são igualmente em número elevado, encomendando geralmente pequenas quantidades e um leque de produtos pouco variado.

### **3.2. Estrutura de Custos**

São vários os tipos de custos que podem estar envolvidos num problema combinado de gestão de *stocks* e construção de rotas de abastecimento. Descreveremos em seguida quais as parcelas consideradas na nossa análise e como foi feito o respectivo cálculo.

#### **Custo variável de transporte**

Contempla os gastos com combustível e outros consumíveis, manutenção dos veículos e ainda pagamento dos motoristas, caso este seja feito por quilometragem percorrida. Representa todas as despesas que estão relacionadas com o transporte e são variáveis com a distância percorrida.

A parcela relativa ao pagamento dos motoristas não faz sentido no nosso problema, dado que estes têm um ordenado fixo mensal. Os restantes custos foram estimados pela empresa em 39 \$/km.

#### **Custo fixo de operação de um camião por viagem**

Abrange qualquer tipo de manutenção que seja feita ao veículo antes deste iniciar uma viagem ou pagamentos aos motoristas se estes forem feitos por viagem. Não faz sentido no nosso modelo, dada a estrutura particular de funcionamento da empresa distribuidora.

#### **Custo fixo de entrega dos produtos nos clientes**

Contabiliza o custo associado à espera necessária para a descarga, quer relativo à imobilização do veículo, quer do condutor e ainda encargos com equipamentos especiais que sejam necessários para o descarregamento. Não será necessário incluir uma parcela de custo relativa à descarga propriamente dita pois, como este valor vai ser proporcional à quantidade encomendada, não será relevante nos cálculos.

Relativamente aos equipamentos, informaram-nos que não existem quaisquer requisitos especiais que variem de cliente para cliente.

Na entrega está envolvida uma única pessoa, cujo salário horário é de 1136\$.

O custo de aquisição da viatura é de 7000 contos (3000 contos devidos às estruturas de frio necessárias ao transporte e 4000 contos relativos à viatura propriamente dita), tendo uma vida útil de 5 anos. Anualmente, trabalha cerca de 22 dias/mês, 8 horas/dia exceptuando 10 dias para manutenção, o que perfaz um total de 10160 horas úteis de trabalho na vida do veículo. Assim, podemos considerar um custo de imobilização do veículo de 689\$/hora.

Foi-nos fornecido para cada local de entrega o respectivo tempo médio de espera, em horas, pelo que multiplicando este valor pela soma do custo de

imobilização do veículo com o custo de imobilização do trabalhador, facilmente obtemos a parcela relativa aos custos de imobilização.

Disseram-nos ainda que muitas vezes, por forma a facilitar a entrada, são feitas chamadas pelos motoristas, a partir de telemóveis, custos estes que não poderiam ser considerados irrisórios, atingindo um valor médio de 7800\$/ (viatura × mês).

A parcela correspondente do custo de entrega foi estimada da seguinte forma:

$$\frac{7800\$/(\text{viatura} \times \text{mês})}{30(\text{dias/mês})} \times 7 \text{ viaturas}$$

Número médio de encomendas por dia '

sendo o número médio de encomendas por dia igual a 47.3 encomendas.

Estamos a assumir que uma encomenda corresponde a uma entrega, o que nem sempre se verifica, pois pode haver casos em que encomendas são partidas em várias entregas, devido a escassez de produto, ou em que encomendas são combinadas numa mesma entrega, por questões de conveniência logística.

Assumiu-se ainda que o valor calculado acima (38\$5/entrega) corresponde ao valor médio dos tempos médios de espera, sendo feita uma afectação proporcional deste valor a cada ponto de entrega:

$$38.\$5/\text{entrega} \times \frac{\text{tempo médio de espera no ponto de entrega}}{\text{média dos tempos médios de espera nos pontos de entrega}}.$$

### **Custo de posse de inventário**

Como o próprio nome indica, envolve todos os custos relacionados com a posse de *stock*: seguros, impostos, quebras, roubos, custos de funcionamento do armazém, custos de oportunidade do capital empatado e custos de obsolescência do produto.

Este valor foi-nos avaliado pela Vagelpam em cerca de 5600\$/ (paleta × mês), fornecendo-nos igualmente, para cada produto, o número de caixas existentes por paleta, para que fosse possível a conversão, dado que a nossa procura é expressa em caixas.

O valor de custo fornecido pela Vagelpam é uma boa estimativa do custo de posse de inventário sofrido pelos retalhistas. No entanto, não contempla a parcela relativa aos custos de obsolescência, já que a Vagelpam, actuando como empresa distribuidora, nunca é dona do *stock*, o mesmo não se

passando ao nível dos retalhistas. Dada a impossibilidade de contabilizar este custo, decidimos trabalhar com o valor acima referido.

### **Custos de aquisição do produto**

Não é necessária a sua inclusão pois, tal como acontecia para os custos inerentes à descarga propriamente dita, este valor vai ser proporcional à quantidade encomendada, não sendo relevante nos cálculos.

### **Custos fixos de encomenda**

Respeitam a custos administrativos de colocação e acompanhamento das encomendas: gastos com o pessoal que faz a inserção dos dados das encomendas, verificação da realização e entrega das mesmas, planeamento da distribuição, gastos com a emissão de notas de encomenda, comunicações. Perfazem um total de 116 \$/produto.

## **3.3. Cálculo da Matriz de Distâncias**

Por forma a permitir a construção de rotas é imprescindível saber quais as distâncias entre as diferentes localidades onde se situam os pontos de entrega e a Vagelpam.

Como a empresa não dispõe destes dados, recorreremos ao programa VisualRoute Espanha e Portugal 2000, comercializado pela empresa VisualGis, o qual contém uma modelação da rede viária portuguesa, usando uma escala em que cada 1,5 cm representa 2 Km. Esta modelação, ainda que a nível macro, pareceu-nos suficiente para a estimação dos valores pretendidos.

O programa possui um menu de construção de rotas que permite calcular rotas óptimas, percursos alternativos e áreas acessíveis a partir de uma dada localidade.

Para o cálculo das rotas o utilizador deverá indicar o ponto de partida e o ponto de chegada, podendo ainda explicitar pontos intermédios de passagem. O programa calcula a distância mínima em quilómetros entre as localidades indicadas, fornecendo-nos este valor e a rota respectiva. Em alternativa, e mediante a indicação das velocidades médias para cada tipo de estrada, o programa fornece-nos a rota mínima, agora no que respeita à variável tempo, a respectiva distância e ainda a duração total da viagem.

Com a opção de áreas acessíveis, o programa pode determinar a distância de uma dada localidade a todas as localidades constantes da sua base de dados ou saber quais as localidades que distam menos de um certo valor (em quilómetros ou minutos) de um dado ponto.

Para o nosso estudo, estávamos interessados em calcular uma matriz de distâncias entre 135 localidades, o que resultou num trabalho moroso e nada eficiente, dado que o programa não contempla a possibilidade da indicação de uma lista de localidades, calculando automaticamente as distâncias entre elas. Foi então necessário fazer os cálculos isoladamente e ir registando os resultados obtidos num ficheiro.

Assumimos que a matriz é triangular (dado que trabalhamos com estradas nacionais e não dentro de localidades, a probabilidade de terem sentido único é praticamente nula), mas ainda assim foi necessário calcular e registar  $\frac{135 \times 136}{2} = 9180$  valores.

Decidimos ainda trabalhar com distâncias mínimas em quilómetros, pois atribuir velocidades médias a estradas seria um processo bastante complicado, já que estes valores dependem das características do condutor, da estrada, do volume de tráfego da via, bem como das próprias condições climáticas, grandezas estas acerca das quais não possuímos qualquer informação.

## 4. Modelação Estatística da Procura Diária

### 4.1. Estimação da Procura Média

Dado que a Vagelpam é a única empresa envolvida na distribuição dos produtos considerados na análise, as notas de encomenda recebidas dos clientes pareceram-nos uma boa forma de avaliar a procura dos vários produtos em cada ponto de entrega.

Note-se que se, em lugar de termos considerado os dados constantes das notas de encomenda, tivéssemos trabalhado com os constantes das guias de remessa, seria necessário algum cuidado adicional na estimação da procura, pois teríamos de ter um processo que nos permitisse medir as quantidades encomendadas que não puderam ser entregues por escassez de produto.

Necessitamos de avaliar para cada produto a respectiva taxa de procura em cada cliente. Decidimos então considerar que um dado produto num certo cliente constitui um item, pelo que daqui em diante estaremos interessados em conhecer a procura dos vários itens.

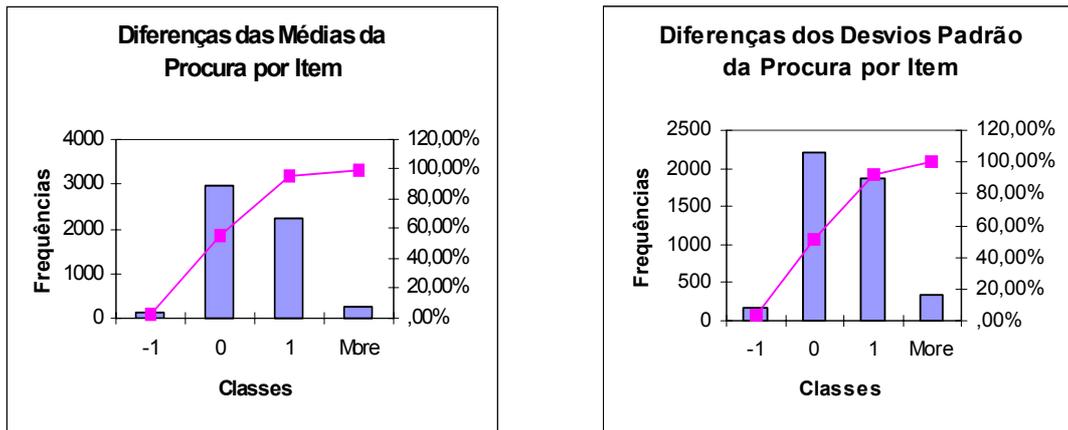
Como já foi referido, foram-nos fornecidos um total de 51032 registos com dados respeitantes ao período compreendido entre 23-03-99 e 30-12-99, os quais contêm a data da encomenda, o item e a quantidade encomendada.

Atendendo a que os intervalos de tempo entre as notas de encomenda de um dado item não são constantes, estimaram-se os vários valores da procura diária por item dividindo a quantidade encomendada pelo intervalo de tempo decorrido entre as encomendas actual e a anterior.

Calculámos então a média dos valores observados por item, obtendo-se uma estimativa da procura média diária, calculando-se ainda a respectiva variância.

Implicitamente estamos a fazer duas grandes supunções. Por um lado, que a procura é constante dentro de cada intervalo de tempo e por outro, que a política de encomendas seguida por cada cliente recorre ao método da última observação para efectuar previsões (a quantidade encomendada para o período seguinte é igual à procura observada no período anterior).

Claro que poderíamos ter assumido que as notas de encomenda correspondiam à procura real observada no período seguinte. No entanto, uma comparação entre os valores obtidos para as estimativas das médias da procura diária e os respectivos desvios padrão, usando os dois processos de cálculo, evidencia que as diferenças não são significativas (93% dos valores das médias diferem em uma ou menos caixas, sendo este valor igual a 89%, no caso dos desvios padrão- ver figura 6).



**Fig. 6-** Histogramas representativos das diferenças, expressas em caixas, entre os dois processos de cálculo das estatísticas relativas à procura diária por item.

Uma vez que este segundo processo de cálculo pressupõe que o modelo de previsão usado pelos vários clientes não tem erro, pareceu-nos mais arriscado.

Pensámos ainda realizar um inquérito aos vários pontos de entrega, que nos permitisse refinar as estimativas da procura média diária, obtidas pelo processo anteriormente descrito (ver anexo 2), o qual, por motivos alheios à nossa vontade, não chegou a ser realizado.

Como resultado ficámos com um conjunto de 5617 itens e respectivas médias e variâncias das procuras diárias. Analisando o número de observações a partir das quais foram feitas as estimativas, verificamos que 58% dos itens apresentam 5 ou menos registos, o que torna pouco fiáveis as estimativas da variância (consultar tabela e figura 7).

<b>Classes</b>	<b>Frequências Absolutas Observadas</b>	<b>Frequências Relativas Acumuladas</b>
[0,5]	3252	57,90%
]5,10]	1140	78,19%
]10,15]	513	87,32%
]15,20]	292	92,52%
]20,25]	125	94,75%
]25,30]	99	96,51%
]30,35]	54	97,47%
]35,40]	41	98,20%
]40,45]	45	99,00%
]45,50]	23	99,41%
]50,55]	19	99,75%
]55,60]	10	99,93%
]60,65]	4	100,00%
Mais 65	0	100,00%

**Tab. 7-** Tabela de frequências relativa ao número de registos existentes para a procura diária por item.

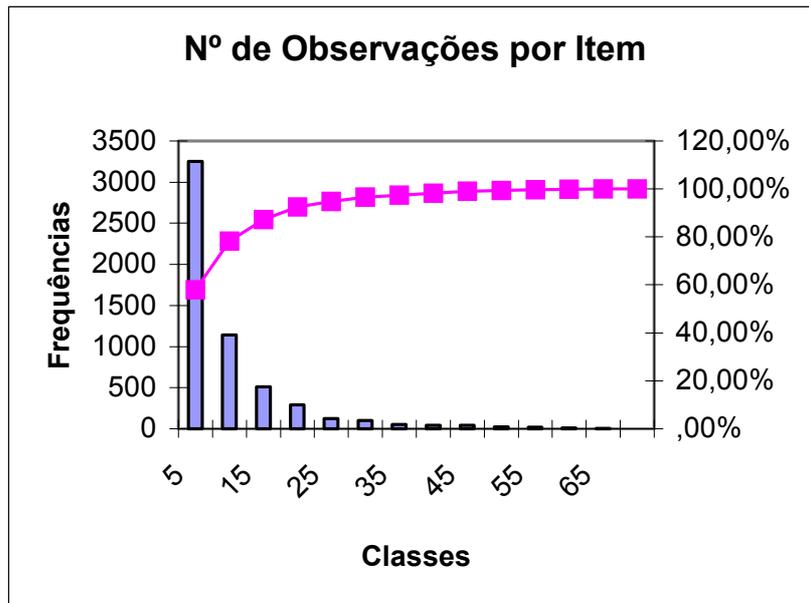


Fig. 7- Histograma relativo ao número de registos existentes para a procura diária por item.

## 4.2. Estimação da Variância da Procura Diária

**Stevens** [29] refere que quando são necessárias estimativas da variância para um grande número de itens individuais, mas semelhantes, é conveniente e desejável estabelecer uma lei, derivada a partir do grupo como um todo, relacionando a variância dos itens individuais com a procura média por unidade de tempo de cada item.

Conveniente, porque poupa tempo e esforço no cálculo das estimativas, e desejável porque se a família é realmente homogénea, uma relação baseada na família como um todo é mais fiável do que estimativas individuais independentes.

Tipicamente a literatura refere dois modelos para explicação da variância à custa da média:

### Lei da Potência

$$\sigma^2 = C\mu^P$$

### Lei de Burgin e Wild

$$\sigma^2 = A\mu + B\mu^2$$

onde C, P, A e B são constantes a determinar,  $\mu$  representa a procura média e  $\sigma^2$  a variância, não existindo razões explicativas das duas fórmulas

propostas, a não ser a experiência prática (ver, por exemplo, **Johnston e al** [22] ou **Oliveira** [25]).

Assim, decidimos ajustar ambos os modelos aos nossos dados, desprezando todas as estimativas de média e variâncias feitas com menos de dez registos, por não as considerarmos fiáveis. Obtivemos um total de 1382 itens para análise.

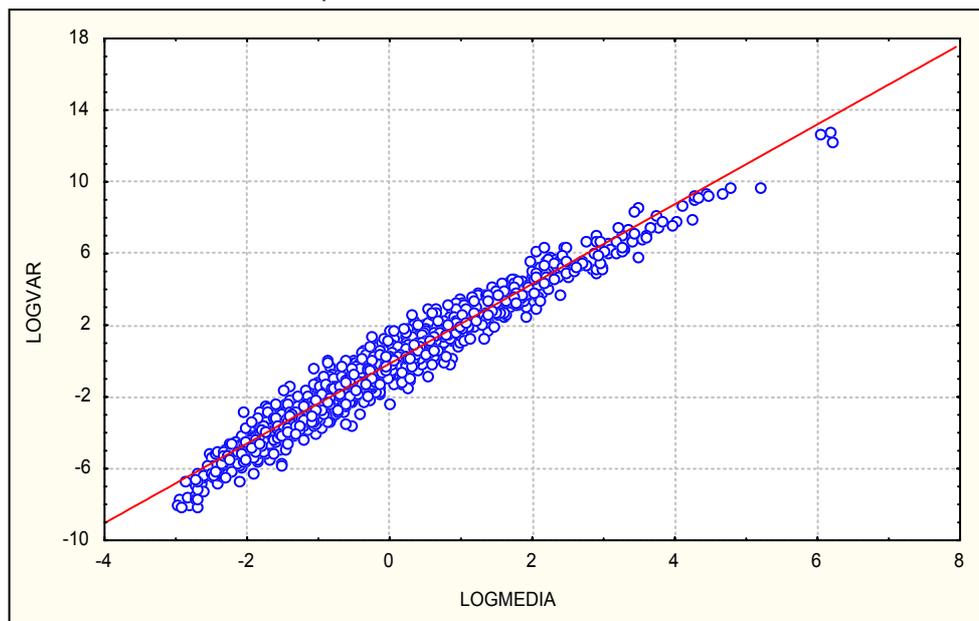
Os resultados obtidos para a Lei de Burgin e Wild não foram nada satisfatórios. Já no que respeita à Lei da Potência, o ajustamento foi feito usando um modelo de regressão linear simples, após a logaritmização das variáveis. Assim:

$$\sigma^2 = C\mu^P \Leftrightarrow \log(\sigma^2) = \log(C) + P \times \log(\mu) \Leftrightarrow \log(\sigma^2) = D + P \times \log(\mu), \text{ com } D = \log(C).$$

Obteve-se um coeficiente de correlação  $R^2 = 0.959$ , sendo os valores das constantes D e P iguais a  $-0.142$  e  $2.225$ , respectivamente, a primeira correspondendo a um valor de C de 0.868. A tabela 8 faz um resumo dos resultados obtidos com a análise de regressão, podendo observar-se na figura 8 a recta obtida.

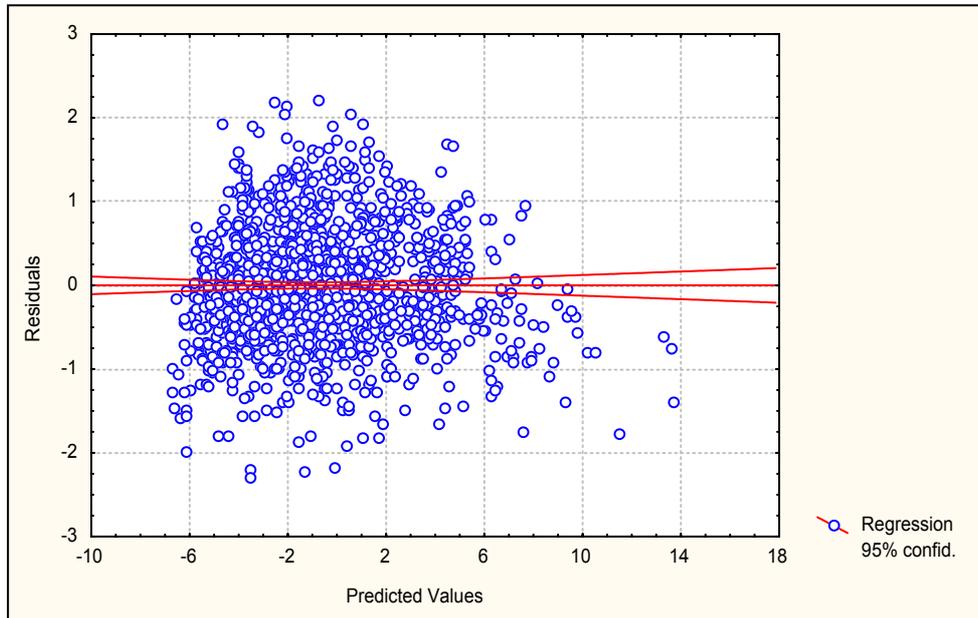
R= 0.980		R <sup>2</sup> = 0.959		R <sup>2</sup> Ajustado= 0.959	
F(1,1380)=32639, p<0.000					
	Estimativa	t(1380)	p-level		
D	-0.142	-7.400	0.000		
P	2.225	180.664	0.000		

**Tab. 8-** Resumo dos resultados da análise de regressão, usada para o ajuste de uma relação entre a média e a variância da procura diária dos itens.



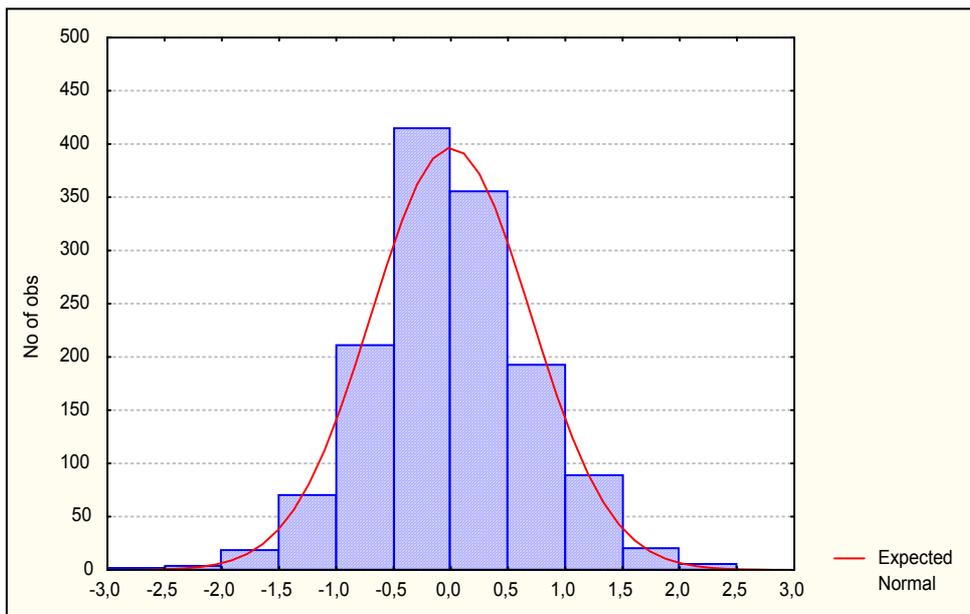
**Fig. 8-** Recta de regressão obtida para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos itens.

Mesmo ao nível dos resíduos, o ajustamento é quase perfeito. A sua representação como uma faixa horizontal com largura constante evidencia a existência de homocedasticidade (ver figura 9).



**Fig. 9-** Resíduos e valores previstos para a relação obtida entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos itens.

São claramente normais (teste do Qui-Quadrado para ajustamento da distribuição normal com p-value igual a 0.222), com média zero (teste bilateral com valor da estimativa do teste igual a 0) e independentes (estatística do teste de Durbin-Watson igual a 1.914, com um valor para a correlação em série de 0.043). As figuras 10 e 11 evidenciam o ajustamento da distribuição normal aos resíduos obtidos.



**Fig. 10-** Ajuste da distribuição normal aos resíduos obtidos para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos itens.

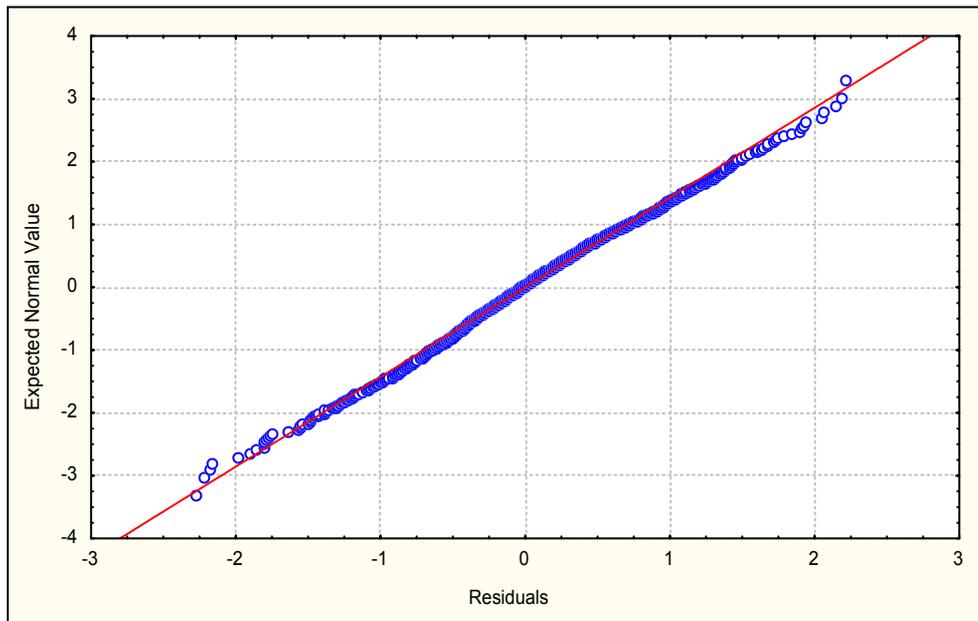


Fig. 11- Gráfico em papel normal dos resíduos obtidos para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos itens.

### 4.3. Distribuição da Procura Diária

Com vista a mais tarde fazermos o dimensionamento de *stocks* de segurança, procurámos ainda ajustar uma distribuição à procura diária dos itens.

Para tal, seleccionámos aleatoriamente um conjunto de seis itens, tendo em qualquer dos casos conseguido ajustar uma distribuição lognormal. Esta distribuição é frequentemente usada na literatura para modelar a procura, pelo que os resultados obtidos nos pareceram aceitáveis. Apresenta-se na figura 12 um exemplo dos ajustamentos conseguidos.

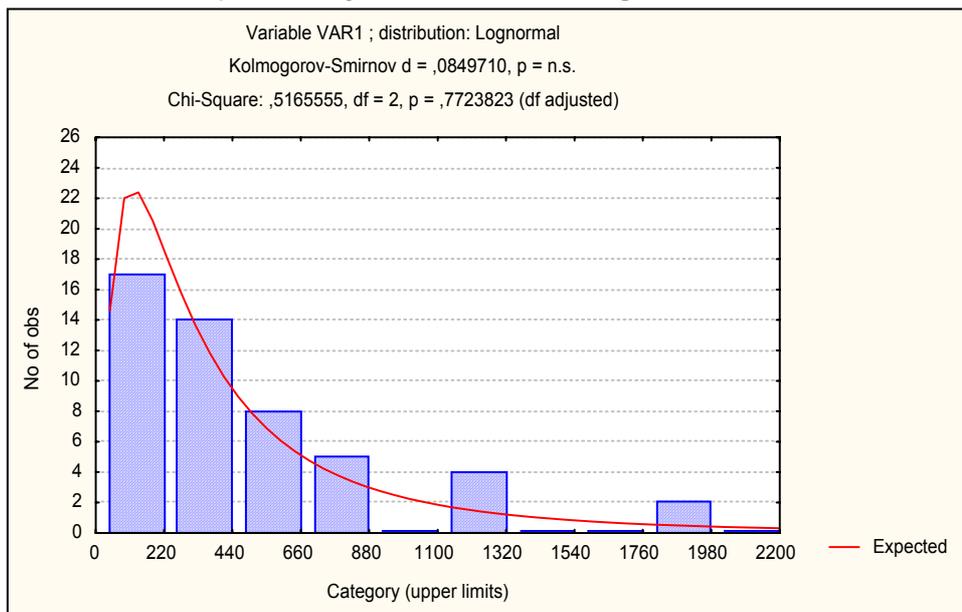


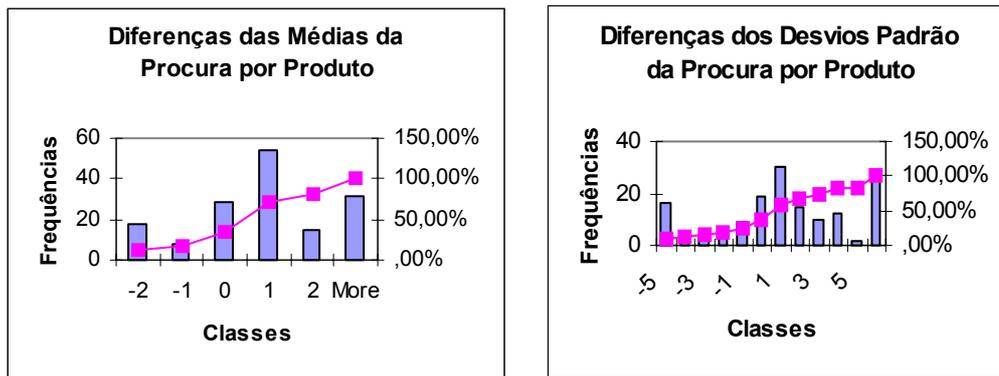
Fig. 12- Ajuste da distribuição lognormal à procura diária do item 7049.

#### 4.4. Modelação da Procura Diária Agregada

Ainda com vista ao dimensionamento dos referidos *stocks* de segurança, pareceu-nos importante caracterizar a procura diária agregada de cada produto, pelo que realizámos uma análise em tudo análoga à descrita anteriormente.

Novamente assumimos que a procura é constante dentro de cada intervalo de tempo e que a política de encomendas seguida por cada cliente recorre ao método da última observação para efectuar previsões (a quantidade encomendada para o período seguinte é igual à procura observada no período anterior).

Neste caso, os valores obtidos para as estimativas já não apresentariam diferenças tão pequenas, caso assumíssemos que as notas de encomenda correspondiam à procura real observada no período seguinte (ver figura 13). Ainda assim, decidimos novamente efectuar os cálculos com base no método da última observação.

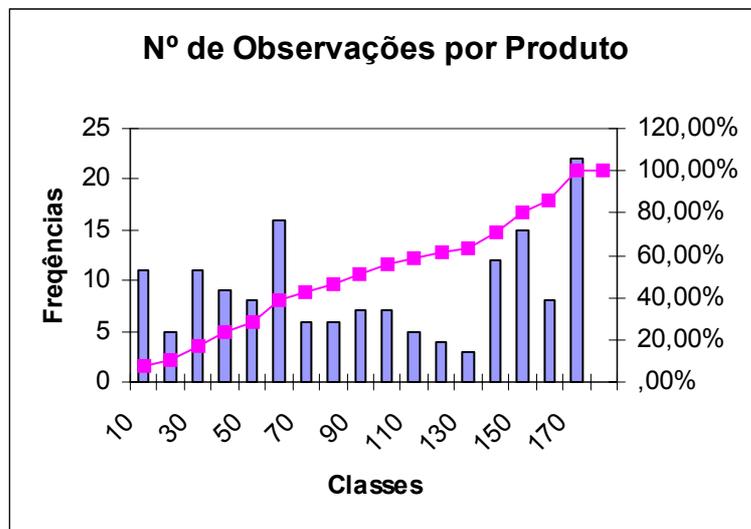


**Fig. 13-** Histogramas representativos das diferenças, expressas em caixas, entre os dois processos de cálculo das estatísticas relativas à procura diária por produto.

Como seria de esperar, dada a agregação feita para os valores da procura, as estimativas da média e da variância da procura diária de cada produto são muito mais fiáveis, dado que na sua estimação foi, em geral, usado um número de observações superior ao utilizado nas estimativas respeitantes à procura diária por item (ver tabela 9 e figura 14).

<i>Classes</i>	<i>Frequências Absolutas Observadas</i>	<i>Frequências Relativas Acumuladas</i>
[0,10]	11	7,10%
]10,20]	5	10,32%
]20,30]	11	17,42%
]30,40]	9	23,23%
]40,50]	8	28,39%
]50,60]	16	38,71%
]60,70]	6	42,58%
]70,80]	6	46,45%
]80,90]	7	50,97%
]90,100]	7	55,48%
]100,110]	5	58,71%
]110,120]	4	61,29%
]120,130]	3	63,23%
]130,140]	12	70,97%
]140,150]	15	80,65%
]150,160]	8	85,81%
]160,170]	22	100,00%
Mais 170	0	100,00%

**Tab. 9-** Tabela de frequências relativa ao número de registos existentes para a procura diária por produto.



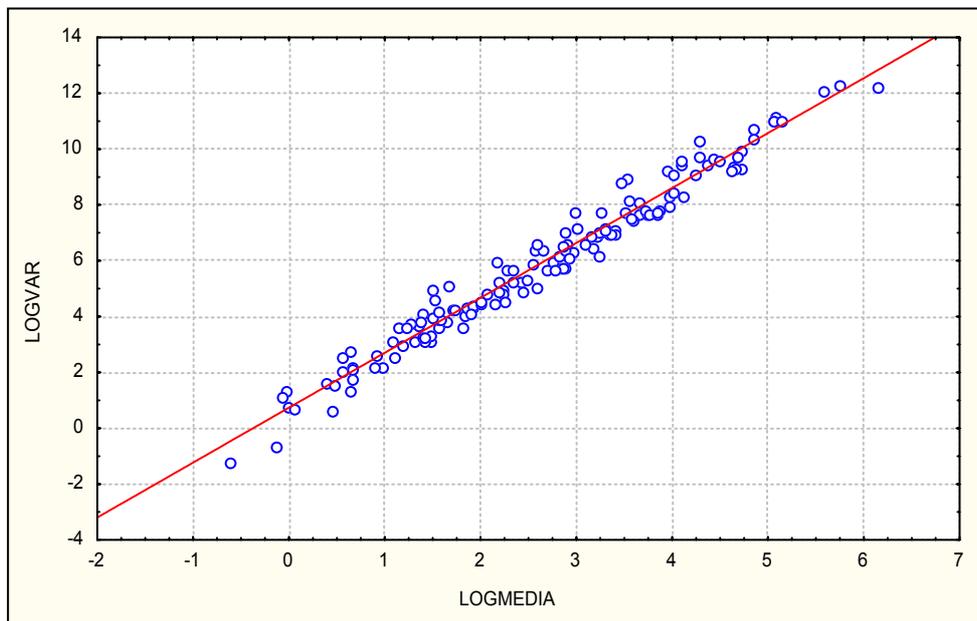
**Fig. 14-** Histograma relativo ao número de registos existentes para a procura diária por produto.

Ainda assim, dada a maior facilidade de aplicação, decidimos igualmente ajustar uma lei que relacione a variância da procura diária por produto com a respectiva média, considerando para tal todas as estimativas feitas a partir de dez ou mais registos, o que originou 144 pares para ajuste da relação.

Novamente, os resultados não foram animadores para a Lei de Burgin e Wild, revelando-se bastante bons no que respeita ao ajuste da Lei da Potência, com um valor para o coeficiente de correlação,  $R^2$ , igual a 0.969. Apresentam-se na tabela 10 um resumo dos resultados obtidos, os quais podem visualizar-se na figura 15.

R= 0.984 $R^2= 0.969$ $R^2$ Ajustado= 0.969			
F(1,142)=4436.396    p<0.000			
	Estimativa	t(142)	p-level
D	0.737	8.373	0.000
P	1.968	66.606	0.000

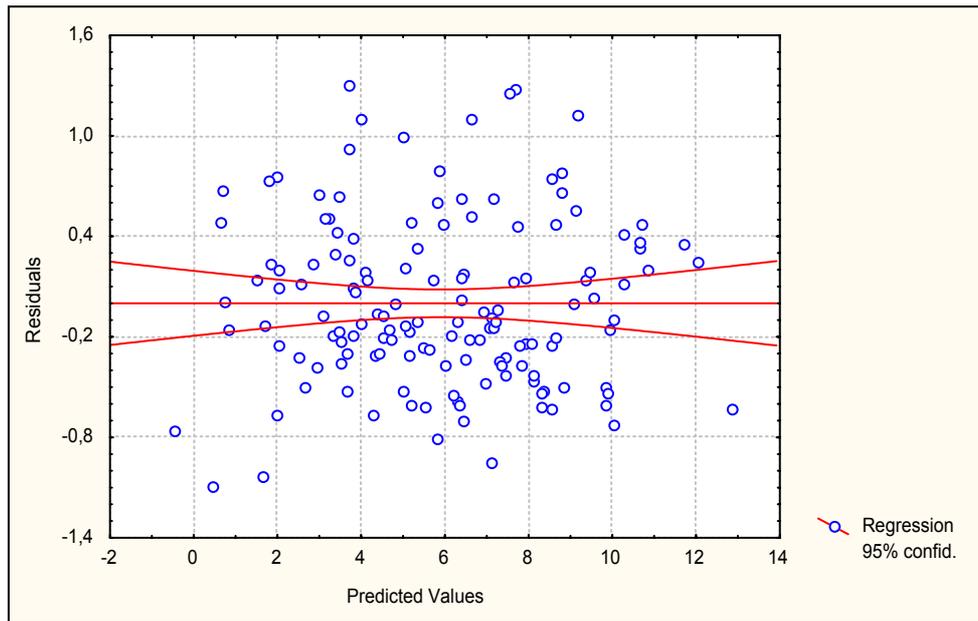
**Tab. 10-** Resumo dos resultados da análise de regressão, usada para o ajuste de uma relação entre a média e a variância da procura diária dos produtos.



**Fig. 15-** Recta de regressão obtida para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos produtos.

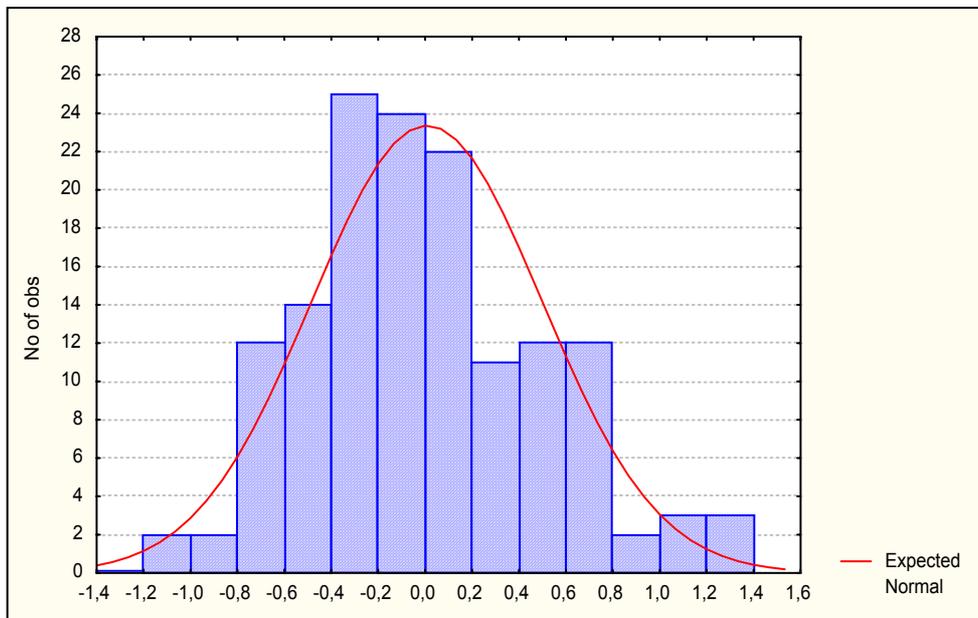
Embora a qualidade dos resíduos não seja tão boa como a dos obtidos no ajustamento da relação entre a média e a variância da procura diária por item, são aceitáveis.

Mais uma vez, a representação dos resíduos como uma faixa horizontal com largura constante evidencia a existência de homocedasticidade (ver figura 16).

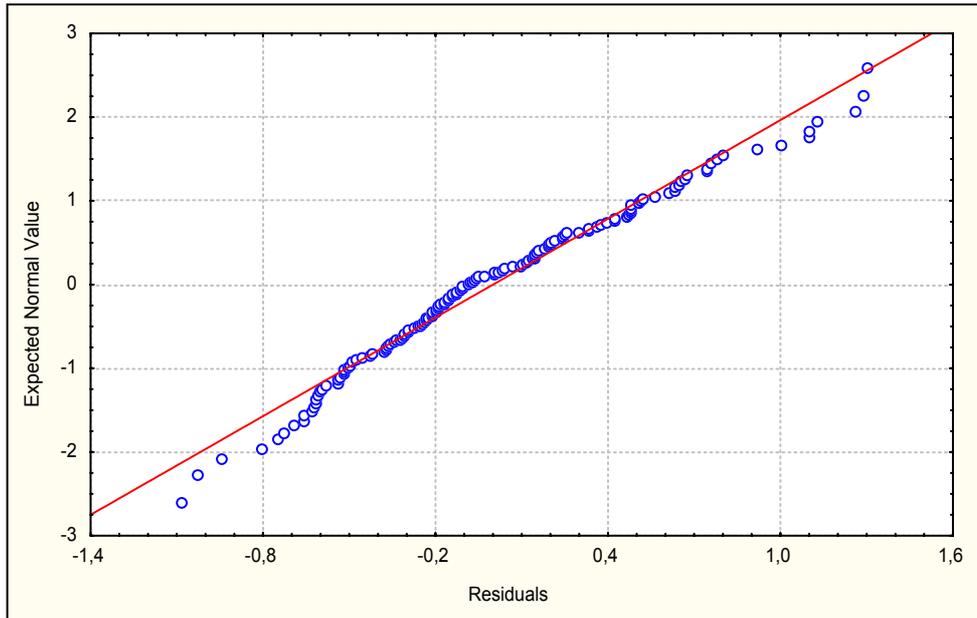


**Fig. 16-** Resíduos e valores previstos para a relação obtida entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos produtos.

Relativamente à condição da normalidade, o p-value do teste do Qui-Quadrado é igual a 0.077, sendo o valor da estatística do teste de Durbin-Watson 1.798, com uma correlação em série igual a 0.098. A hipótese de média nula, num teste bilateral de médias, corresponde a um valor de 0 para estatística do teste. As figuras 17 e 18 permitem visualizar o ajustamento da distribuição normal aos resíduos obtidos.



**Fig. 17-** Ajuste da distribuição normal aos resíduos obtidos para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos produtos.

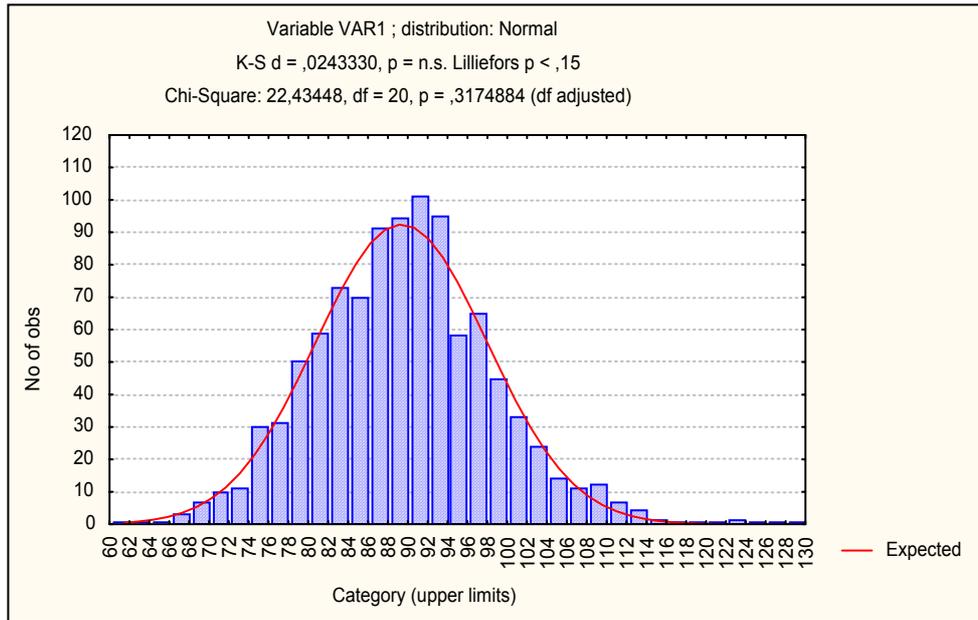


**Fig. 18-** Gráfico em papel normal dos resíduos obtidos para a relação entre o logaritmo da média e o logaritmo da variância da procura diária dos produtos.

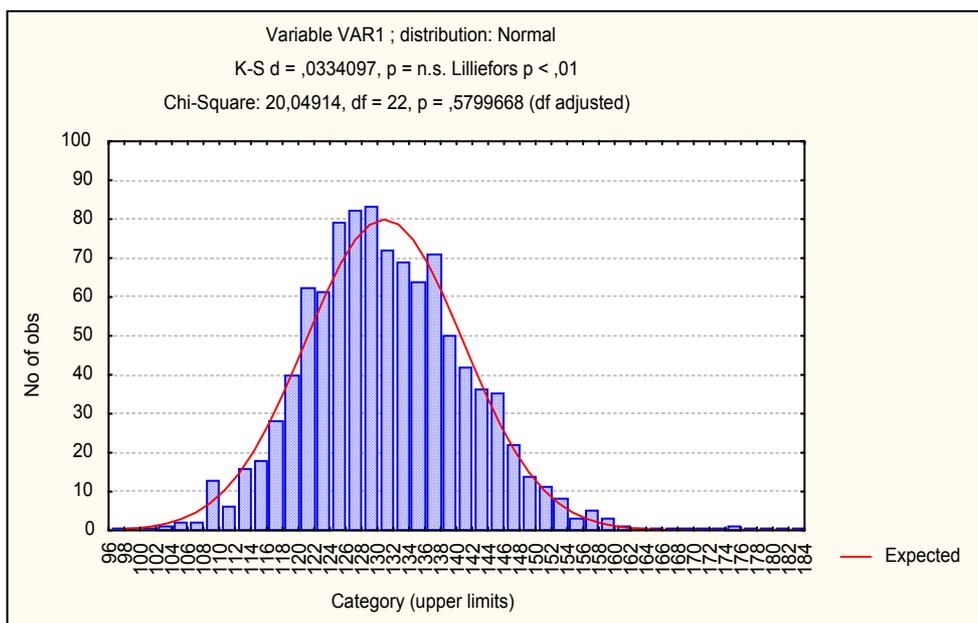
Procurando agora ajustar uma distribuição à procura diária de cada produto, e dado que, em função dos resultados obtidos para a distribuição da procura diária por item, esta será a soma de várias distribuições lognormais, embora com médias e variâncias distintas, formulou-se a hipótese da distribuição respectiva ser normal.

Como os dados da amostra não permitiram este ajustamento, nem o de qualquer outra distribuição, decidimos gerar aleatoriamente somas de variáveis lognormais, com médias no intervalo  $[0,50]$  (uma vez que cerca de 82% das médias obtidas para a procura diária por produto se encontram neste intervalo) e variâncias calculadas pela Lei da Potência anteriormente estabelecida, realizando em seguida o ajustamento da distribuição normal a estas amostras.

Como seria de esperar, pelo que nos é dado a conhecer através de uma generalização do Teorema do Limite Central, verificou-se que a soma de 4 ou 5 variáveis com distribuição lognormal já permite o ajustamento de uma distribuição normal (ver figuras 19 e 20). Uma vez que possuímos 437 pontos de entrega, parece-nos bastante razoável considerar a distribuição normal como aquela que descreve a procura diária de cada produto.



**Fig. 19-** Ajuste da distribuição normal à soma de quatro variáveis aleatórias com distribuição lognormal.



**Fig. 20-** Ajuste da distribuição normal à soma de cinco variáveis aleatórias com distribuição lognormal.

## 5. Apresentação do Modelo

Antes de iniciarmos a descrição do modelo implementado convém fazermos uma breve revisão de alguns tópicos relativos à gestão de *stocks* e à construção de rotas, que poderão revelar-se úteis na sua compreensão. Será este o objectivo das duas primeiras secções do presente capítulo.

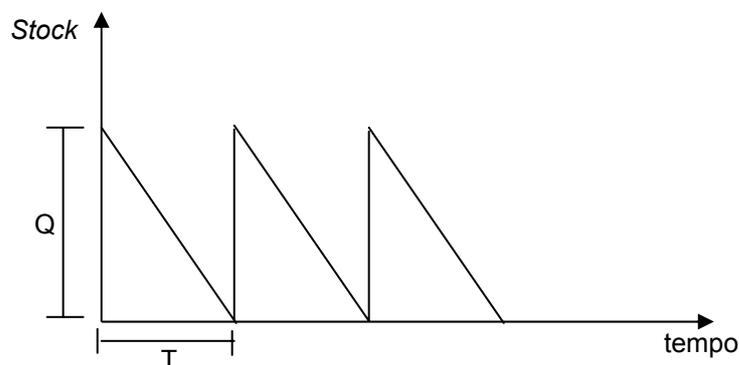
### 5.1. Modelos de Gestão de Stocks

#### 5.1.1. Lote Económico

Um dos modelos mais conhecidos dentro da gestão de *stocks* é aquele que determina a quantidade óptima a encomendar recorrendo ao uso da Fórmula do Lote Económico. Faremos aqui uma breve referência das suposições que estão por detrás deste modelo bem como a algumas das suas extensões.

Assumamos então que temos uma procura constante de  $r$  itens por unidade de tempo e que as quantidades encomendadas,  $Q$ , são fixas. O intervalo de tempo entre duas encomendas consecutivas será então  $T = \frac{Q}{r}$ . A cada encomenda encontra-se associado um custo fixo  $A$ , pagando-se  $c_1$  pela compra de uma unidade de produto. A manutenção em inventário de uma unidade de produto custa  $c_2$  por unidade de tempo, o que leva a que apenas se deva fazer uma nova encomenda quando o nível de inventário no armazém for zero.

Suponhamos ainda que estamos a trabalhar num horizonte de tempo infinito, que o nosso nível de inventário inicial é zero, o mesmo acontecendo com o tempo que decorre entre a colocação e a recepção de uma encomenda (tempo de entrega - *lead time*), não se admitindo situações de rotura de *stock* e sendo a reposição feita de forma instantânea. A figura 21 mostra a evolução do nível de *stock* ao longo do tempo.



**Fig. 21-** Nível de *stock* ao longo do tempo, considerando uma política de gestão de *stock* com reposição instantânea e rotura não permitida.

O custo total por unidade de tempo ( $k$ ) será dado por:

$$k = \frac{A + c_1 Q + c_2 \frac{QT}{2}}{T} = \frac{Ar}{Q} + c_1 r + c_2 \frac{Q}{2}.$$

Se minimizarmos este custo em ordem a  $Q$  obtemos a quantidade óptima a encomendar:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ar}{c_2}},$$

à qual corresponde um intervalo óptimo entre encomendas  $T^* = \frac{Q^*}{r}$ .

Refira-se que se o nível de inventário inicial for  $I_0$ , diferente de zero, então a fórmula derivada continua a ser aplicável desde que a primeira encomenda seja atrasada até  $\frac{I_0}{r}$ .

A assunção de que o tempo de entrega (*lead time*,  $L$ ) é nulo não é igualmente restritiva, desde que este seja determinístico. Bastará para tal que cada encomenda seja colocada quando o nível de *stock* é  $r \times L$ .

Um dos problemas deste modelo é que pode originar valores para o intervalo entre encomendas difíceis de implementar na prática. É mais fácil pensar, em termos de planeamento, na frequência de encomenda do que na dimensão da mesma. Para além disto, a representação matemática do problema é simplificada quando as variáveis de decisão do modelo são os intervalos de tempo entre duas encomendas consecutivas, em lugar da dimensão.

Note-se ainda que, quando os padrões de procura para cada item e o tempo de entrega são conhecidos exactamente, uma vez determinados os intervalos entre encomendas facilmente se calcula a dimensão dos lotes correspondentes. Contudo, na maior parte das situações reais, as previsões da procura mudam com o passar do tempo. Quando as variações sentidas são de pequena dimensão, é mais fácil manter constantes os intervalos, ajustando as dimensões das encomendas, do que mudar a frequência das mesmas.

Do que foi dito se conclui que a formulação do modelo deveria ter sido feita à custa do intervalo entre encomendas consecutivas, obtendo-se as expressões seguintes para o custo total por unidade de tempo e para o intervalo óptimo de reposição:

$$k = \frac{A + c_1Q + c_2 \frac{QT}{2}}{T} = \frac{A}{T} + c_1r + c_2 \frac{rT}{2},$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{c_2r}}.$$

### 5.1.2. Sistemas Multi-item

Uma das maiores complicações ao gerir sistemas de inventário multi-item resulta de várias componentes do custo serem frequentemente ocorridas em conjunto por vários itens distintos. A estrutura conjunta de custos reflecte economias de escala que resultam de combinar diferentes itens na mesma ordem de entrega.

Tipicamente é feita uma afectação dos custos aleatória, pelos itens individuais. Estes custos afectados são subsequentemente usados para determinar as regras de inventário para cada um dos itens separadamente.

Um dos modelos multi-item mais extensivamente estudado, que admite a existência de custos ocorridos em conjunto, é o problema de reposição conjunta. Neste modelo, a procura assume-se contínua, a taxas específicas por item mas homogéneas no tempo. Note-se que todas as classes de políticas propostas para este modelo são subconjuntos da classe que satisfaz a propriedade – encomenda com inventário zero (ZIO).

Na ausência de restrições na capacidade do veículo e na frequência com que os retalhistas podem ser servidos, é fácil verificar que uma política óptima tem de satisfazer esta propriedade. Contudo, na presença destas restrições, as políticas ZIO deixam de ser óptimas.

Mesmo admitindo uma estrutura de custos simples e o uso de uma política ZIO, poucas propriedades estruturais que uma política óptima deve satisfazer foram identificadas.

Será muito pouco provável que uma estratégia óptima venha a ser encontrada num futuro próximo. Mais do que isso, a complexidade da estrutura de uma estratégia totalmente óptima poderá ser tão grande que inviabilizará a sua implementação, mesmo que possa ser determinada computacionalmente numa quantidade razoável de tempo.

Tal explica porque é que todas as abordagens existentes na literatura se baseiam numa restrição *à priori* a uma classe conveniente de políticas de inventário, desenvolvendo métodos para identificar regras óptimas ou assintoticamente óptimas dentro das classes escolhidas. Tipicamente trabalha-se com três classes distintas de políticas, ou combinações das três.

### Políticas de partições fixas

Particiona o conjunto dos itens num certo número de grupos, tais que cada grupo é servido independentemente dos outros. Cada vez que o inventário de um dado item é repostado, a reposição é feita conjuntamente com a dos outros membros desse grupo e os custos fixos associados ao grupo são incorridos. Não ocorrem reposições conjuntas de inventário em itens afectados a grupos distintos.

### Políticas de entrega directa

Cada veículo visita um único retalhista, podendo concluir-se que esta estratégia é pelo menos 94% eficaz sobre todas as outras estratégias de reabastecimento, quando o lote económico mínimo é pelo menos 71% da capacidade do veículo.

### Políticas de rácios de inteiros

Todos os itens são repostos em intervalos constantes que são múltiplos inteiros de um dado período base (caso particular: potências de dois). Estas regras são frequentemente implementadas na prática pois a sua simplicidade facilita o planeamento, escalonamento e os problemas de coordenação, estando a melhor política desta classe a pouca distância percentual do valor óptimo de custo.

#### 5.1.2.1. Políticas Múltiplos de Potências de Dois

Dada a sua simplicidade e facilidade na coordenação de encomendas, explicitemos um pouco melhor como funciona esta estratégia de reabastecimento.

Um dos problemas do modelo do lote económico é que origina muitas vezes valores para  $T$  difíceis de implementar na prática, principalmente quando o sistema de gestão de *stocks* contempla vários produtos. Restrinjamos então  $T$  a ser um múltiplo potência de dois de um determinado período base fixo  $T_B$ , ou seja

$$T = T_B \times 2^j \quad , j \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

em que  $T_B$  representa o intervalo mínimo possível para a reposição.

Do que foi dito em 5.1.1., sabemos que o intervalo óptimo de reposição sem qualquer restrição é dado por  $T^* = \sqrt{\frac{2A}{c_2r}} = \sqrt{\frac{A}{g}}$ , com  $g = \frac{c_2r}{2}$ . Designemos por  $T^2$  o intervalo óptimo de reposição múltiplo de uma potência de dois e por  $f$  a função

$$f(T) = \frac{A}{T} + c_1 r + gT.$$

Como  $f$  é convexa (ver anexo 1), o  $j$  ótimo é o mais pequeno  $j$  satisfazendo

$$\begin{aligned} f(T_B 2^j) \leq f(T_B 2^{j+1}) &\Leftrightarrow \frac{A}{T_B 2^j} + gT_B 2^j \leq \frac{A}{T_B 2^{j+1}} + gT_B 2^{j+1} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{A}{T_B 2^j} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \leq gT_B 2^j (2 - 1) \Leftrightarrow \frac{A}{T_B 2^j \times 2} \leq gT_B 2^j \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{A}{2g} \leq (T_B 2^j)^2 \Leftrightarrow T_B 2^j \geq \sqrt{\frac{A}{2g}} \Leftrightarrow T^2 \geq \frac{T^*}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Assim, encontrar a política ótima múltiplo de uma potência de dois é muito fácil.

$$T^2 = T_B 2^j \leq \sqrt{\frac{2A}{g}} = \sqrt{2}T^* \quad (\text{por definição de } T^2 \text{ e } T^*), \text{ pelo que } T^2 \in \left[ \frac{T^*}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}T^* \right]$$

$$f\left(\frac{T^*}{\sqrt{2}}\right) = f(\sqrt{2}T^*) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} \right) f(T^*) \cong 1.06f(T^*)$$

$$\text{Como } f \text{ é convexa, } f(T^2) \leq f(\sqrt{2}T^*) \cong 1.06f(T^*) \Leftrightarrow \frac{f(T^2)}{f(T^*)} \leq 1.06.$$

## 5.2. Heurísticas de Construção de Rotas

Um dos problemas de grande relevância na função logística de uma empresa é a construção de rotas de distribuição. Este problema, usualmente conhecido por Problema do Caixeiro Viajante (*TSP- Traveling Salesmen Problem*), consiste, na sua versão mais simples, em determinar um circuito hamiltoniano de comprimento mínimo num grafo em que cada arco entre dois vértices representa uma ligação entre os dois pontos de entrega associados aos referidos vértices.

Existem algoritmos que permitem determinar uma solução ótima para este tipo de problemas, tais como o algoritmo de Little, mas dada a complexidade computacional inerente, a sua resolução passou a ser feita utilizando métodos heurísticos que, embora não garantindo a solução ótima, fornecem muitas vezes boas soluções, com tempos computacionais aceitáveis.

As heurísticas usadas no processo de solução dividem-se em dois grandes grupos:

- **Construtivas:** que, como o próprio nome indica, procuram construir soluções iniciais admissíveis para o problema, sendo as mais conhecidas as heurísticas do vizinho mais próximo e a inserção de custo mínimo;
- **Melhorativas:** partindo de uma solução inicial admissível para o problema, procuram melhorá-la, até atingir um óptimo local. Neste caso, destacam-se os procedimentos k-optimal.

### 5.2.1. Heurísticas Construtivas

#### Heurística do Vizinho Mais Próximo

Parte de um vértice escolhido aleatoriamente e faz a sua ligação ao vértice, ainda não visitado, que se encontra mais próximo. A rota está construída quando todos os vértices tiverem sido visitados, procedendo-se à ligação do último vértice ao inicial. Esta estratégia *greedy* conduz a soluções em que as distâncias correspondentes às últimas ligações efectuadas são muito superiores às das primeiras.

#### Heurística da Inserção de Custo Mínimo

Escolhe aleatoriamente um vértice, formando um circuito com ele e com o vértice que se encontre mais próximo. Em cada passo avalia o custo da inserção de um novo vértice no circuito (ver figura 22), escolhendo a inserção correspondente ao menor custo.

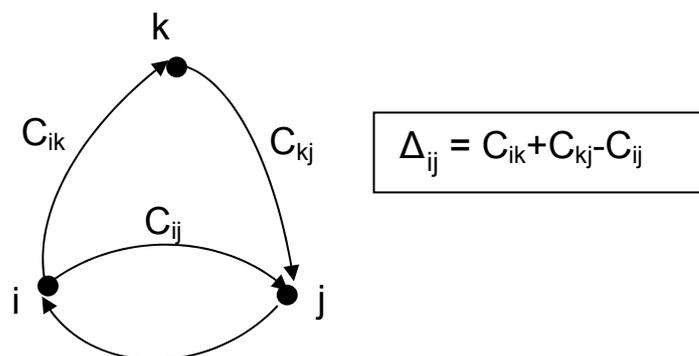


Fig. 22- Avaliação do custo de inserção do vértice k ( $\Delta_{ij}$ ) entre os vértices i e j.

#### Heurística dos Savings

Embora usada geralmente na resolução de VRP's em que a capacidade do veículo é limitada, uma sua generalização pode usar-se como uma heurística construtiva para o problema em análise.

Assim começa-se com a solução em que cada cliente é visitado, a partir do depósito (vértice 0), por um veículo isoladamente. Calculam-se os *savings*  $s_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij}$  para todos os vértices  $i$  e  $j$ , ordenando-os por ordem não crescente.

Encontra-se o primeiro arco  $(i, j)$  na lista dos *savings* onde  $i$  e  $j$  estão em rotas diferentes e ambos são os primeiros ou os últimos vértices visitados nas rotas respectivas.

Adiciona-se o arco  $(i, j)$  à solução actual, eliminado-se os arcos  $(0, j)$  e  $(j, 0)$ . Exclui-se o arco  $(i, j)$  da lista dos *savings*. Repete-se o procedimento até todos os vértices estarem incluídos numa única rota.

### 5.2.2. Heurísticas Melhorativas

As mais conhecidas são os procedimentos  $k$ -optimal ( $k \geq 2$ ). Estes procedimentos partem de uma solução admissível para o problema e substituindo na rota actual  $x$  arcos ( $x \leq k$ ) por  $x$  novos arcos, geram sucessivamente rotas de menor comprimento. O procedimento termina quando nenhuma troca de  $x$  arcos ( $x \leq k$ ) é eficaz na redução do comprimento da rota. Obtém-se assim um óptimo local.

### 5.2.3. Meta-Heurísticas

Mais recentemente surgiu um conjunto vastíssimo de heurísticas, as quais podem ser utilizadas na resolução de um variado campo de problemas, bastando para tal mudar a estrutura de vizinhanças usada em cada um deles.

A sua grande mais valia resulta, por um lado, do extenso campo de aplicação e, por outro, no facto de evitarem que o processo de optimização estagne em óptimos locais. Daí que se justifique a designação que lhes é atribuída – meta-heurísticas. Apresentam ainda um excelente *trade-off* entre a qualidade das soluções obtidas, a facilidade de implementação dos métodos de pesquisa e os tempos computacionais.

De entre estas destacam-se a Pesquisa Tabu (*Tabu Search*, ver **Glover e al.** [16]), o Arrefecimento Simulado (*Simulated Annealing*), descrito por **Kirkpatrick e al.** [23] e **Cerny** [10] e os Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*, ver **Holland** [21] e **Goldberg** [17]).

Para um tutorial sobre as três metas-heurísticas referidas acima, contendo a respectiva descrição e um exemplo de aplicação, deverá consultar-se **Pirlot** [26].

### 5.3. Modelo Integrado

O algoritmo implementado é da autoria de **Viswanathan e Mathur** [30], baseando-se a sua construção no algoritmo criado por **Anily e Federgruen** [2]. Os motivos desta escolha prendem-se com o facto de, como foi referido no capítulo 2, apenas existirem na literatura dois algoritmos apropriados ao caso em que a distribuição envolve mais do que um produto (**Qu e al.**, [27], e **Viswanathan e Mathur** [30]). No caso do algoritmo descrito por **Qu e al.** [27], a procura é considerada uma variável aleatória, com função densidade conhecida, a qual seria impossível de determinar no caso em análise, dado os poucos dados disponíveis.

Considerámos as taxas de procura dos vários itens em cada ponto de entrega determinísticas, com valor igual à procura média observada. Mais tarde, o dimensionamento de *stocks* de segurança permitirá compensar as flutuações da procura por forma a impedir a existência de situações de rotura.

Considerámos ainda que o inventário é mantido apenas nos retalhistas, actuando o armazém apenas como um centro de distribuição.

#### 5.3.1. Algoritmo Sem Restrições de Capacidade

Numa primeira fase, e com vista a uma melhor compreensão do algoritmo, ignorámos a restrição relativa à capacidade limitada dos veículos usados na distribuição.

Seguidamente apresentaremos uma lista das variáveis envolvidas, bem como a descrição do algoritmo em pseudocódigo.

##### **Variáveis:**

nitem- número máximo de itens existentes (no presente caso, 5617)

G- conjunto que guarda os itens que ainda não foram afectados a qualquer rota

C- conjunto que guarda os itens já afectados a uma rota

nrota- número actual de rotas

i- índice de um item

Aitem(i)- custo fixo marginal de inclusão do item i no conjunto C

Titem(i)- período de reabastecimento ou reposição do item i (expresso em dias), o qual representa o intervalo de tempo entre abastecimentos sucessivos

Itensrota(r)- itens que pertencem à rota r

Trota(r)- período de reposição da rota r (expresso em dias)

Krota(r)- custo fixo associado à rota r

A função  $\text{Tempo2}(x)$  calcula o tempo múltiplo de uma potência de dois correspondente a  $x$ , como foi descrito em 5.1.2.1. Considerámos  $T_B$  igual a um dia, por forma a que o período base de planeamento fosse igual a este valor.

Já a função  $K(Y)$  representa o custo fixo de reposição conjunta dos itens pertencentes ao conjunto  $Y$ . Conforme o que foi descrito na secção 3.2. este será igual a:

$$K(Y) = \theta_{PE(Y)} + \sum_{j \in PE(Y)} \text{Cent}_j + \sum_{e \in \text{Prod}(Y)} \text{Cenc}_e .$$

Sendo:

$PE(Y)$ - pontos de entrega distintos existentes no conjunto  $Y$

$\text{Prod}(Y)$ - produtos distintos existentes no conjunto  $Y$

$\text{Cent}_j$ - custo de entrega de um produto no ponto de entrega  $j$

$\text{Cenc}_e$ - custo fixo de encomenda associado ao produto  $e$

$\theta_Z$ - custo de transporte associado ao  $TSP$  que visita todos os pontos de entrega do conjunto  $Z$

### Algoritmo

1) Inicializar  $G = \{1, \dots, nitem\}$ ,  $C = \emptyset$ ,  $nrota = 0$ ,  $Trota(0) = 0$

2) Para todos os itens  $i \in G$  calcular :

início

$$Aitem(i) = K(C \cup \{i\}) - K\{C\}, \text{ onde } K(\emptyset) = 0$$

$$Titem(i) = \sqrt{\frac{Aitem(i)}{g_i}}, \text{ onde } g_i = \frac{c_{2i} r_i}{2}$$

fim

3) Encontrar  $i_0 = \text{índice } \min_{i \in G} \{Titem(i)\}$

4) Fazer  $Titem(i_0) = \text{Tempo2}(Titem(i_0))$

5) Fazer  $nrota = nrota + 1$ ,  $Itensrota(nrota) = \{i_0\}$ ,  $Trota(nrota) = Titem(i_0)$ ,

$Krota(nrota) = Aitem(i_0)$ ,  $G = G \setminus \{i_0\}$ ,  $C = C \cup \{i_0\}$

6) Repetir até  $Trota(nrota) > Trota(nrota - 1)$

início

$$Krota(nrota - 1) = Krota(nrota - 1) + Krota(nrota)$$

$$Itensrota(nrota - 1) = Itensrota(nrota - 1) \cup Itensrota(nrota)$$

$$nrota = nrota - 1$$

$$Trota(nrota) = Tempo2 \left( \sqrt{\frac{Krota(nrota)}{\sum_{i \in Itensrota(nrota)} g_i}} \right)$$

fim

7) Para todos os itens  $i \in Itensrota(nrota)$  fazer  $Titem(i) = Trota(nrota)$

8) Se  $G = \emptyset$  então FIM, caso contrário voltar a 2).

Em cada iteração, a heurística calcula, para cada item ainda não incluído numa rota, o custo marginal de fazer o seu abastecimento conjuntamente com os itens já afectados a rotas. Este custo marginal é utilizado, conjuntamente com a fórmula do lote económico (ver secção 5.2.1.), para determinar para cada item um período de reabastecimento (passo 2).

Seguidamente, é seleccionado o item com menor período de reposição (passo 3), o qual é transformado numa potência de dois, facilitando deste modo a coordenação de abastecimentos conjuntos (passo 4).

Este item é afectado a uma nova rota, sendo definido o intervalo de tempo entre reabastecimentos sucessivos desta rota como o período de reposição do item e o custo fixo associado à rota como o custo marginal associado ao item (passo 5).

Averigua-se em seguida se o período de reabastecimento desta rota é superior ao da rota criada imediatamente antes. Se tal não acontecer, as duas rotas são transformadas numa única, recalculando-se o respectivo período de reposição (passo 6).

Este procedimento é executado até que a condição anteriormente mencionada seja satisfeita, já que a reposição dos itens pertencentes a uma dada rota é feita conjuntamente com a dos itens pertencentes a todas as rotas criadas anteriormente.

Quando se finaliza o processo, e dado que poderão ter sido agrupadas várias rotas, é afectado o novo período de reposição da rota a cada um dos itens que a compõe (passo 7).

O processo termina quando todos os itens tiverem sido afectados a uma rota.

### 5.3.2. Algoritmo Com Restrições de Capacidade

O algoritmo anterior assumiu que a capacidade de transporte do veículo é ilimitada, pelo que, quando executa a rota com período de reposição mais elevado, transporta todos os itens envolvidos no processo de distribuição, nas quantidades suficientes para suprir a procura entre o instante actual e o próximo instante de abastecimento de cada item.

Esta assunção é perfeitamente irrealista no caso em análise, dado o elevado número de itens envolvidos e as respectivas procuras médias. Há assim que incluir as limitações relativas à capacidade de transporte da nossa frota.

Passaremos então a descrever as variáveis usadas na construção do algoritmo, bem como o respectivo pseudocódigo. As funções  $\text{Tempo2}(x)$  e  $K(Y)$  representam as mesmas grandezas do algoritmo apresentado para o caso em que não existiam restrições.

#### Variáveis:

nitem- número máximo de itens existentes (no presente caso, 5617)  
 G- conjunto que guarda os itens que ainda não foram afectados a qualquer rota  
 ncluster- número actual de clusters  
 j- índice de um cluster  
 C(j)- conjunto que guarda os itens já afectados a uma rota pertencente ao cluster j  
 nrota(j)- número actual de rotas existentes no cluster j  
 r- índice de uma rota  
 q(j)- quantidade máxima distribuída conjuntamente no cluster j (expressa em paletas)  
 cheio(j)- variável booleana que indica se a capacidade de transporte do camião afecto ao cluster j já está esgotada  
 i- índice de um item  
 Aitem(i)- custo fixo marginal de inclusão do item i  
 Titem(i)- período de reposição do item i (expresso em dias)  
 clusteritem(i)- cluster a que pertence o item i  
 Aaux, Taux- variável reais auxiliares  
 T2aux- variável inteira auxiliar  
 Proc(i)- procura média diária do item i expressa em paletas  
 Cap- capacidade do camião (expressa em paletas)  
 clustermin- variável auxiliar que guarda o índice do cluster a que pertence o item com menor tempo de reposição  
 Itensrota(j,r)- itens que pertencem à rota r do cluster j  
 Trota(j,r)- período de reposição da rota r do cluster j (expresso em dias)  
 Krota(j,r)- custo fixo associado à rota r do cluster j

**Algoritmo**

1) Inicializar  $G = \{1, \dots, nitem\}$ ,  $ncluster = 1$ ,  $C(ncluster) = \emptyset$ ,  $nrota(ncluster) = 0$ ,  $Trota(ncluster, 0) = 0$ ,  $q(ncluster) = 0$ ,  $cheio(ncluster) = \text{falso}$

2) Se  $C(ncluster) \neq \emptyset$  então

início

$ncluster = ncluster + 1$

$C(ncluster) = \emptyset$ ,  $nrota(ncluster) = 0$ ,  $Trota(ncluster, 0) = 0$

$q(ncluster) = 0$ ,  $cheio(ncluster) = \text{falso}$

fim

3) Para todos os itens  $i \in G$  calcular

início

$Aitem(i) = K(\{i\})$

$Titem(i) = \sqrt{\frac{Aitem(i)}{g_i}}$ , onde  $g_i = \frac{c_{2i}r_i}{2}$

$clusteritem(i) = ncluster$

Para  $j = 1$  até  $ncluster - 1$  fazer

início

Se  $(cheio(j) = \text{falso})$  então

início

$Aaux = K(C(j) \cup \{i\}) - K(C(j))$

$Taux = \sqrt{\frac{Aaux}{g_i}}$ , onde  $g_i = \frac{c_{2i}r_i}{2}$

$T2aux = \text{Tempo2}(Taux)$

Se  $((Aaux \leq Aitem(i)) \text{ e } (q(j) + \text{Proc}(i) \times T2aux \leq \text{Cap}))$  então

início

$Aitem(i) = Aaux$ ,  $Titem(i) = Taux$ ,  $clusteritem(i) = j$

fim

fim

fim

fim

4) Encontrar  $i_0 = \text{índice } \min_{i \in G} \{Titem(i)\}$

5) Fazer  $Titem(i_0) = \text{Tempo2}(Titem(i_0))$

6) Fazer  $clustermin = clusteritem(i_0)$ ,  $nrota(clustermin) = nrota(clustermin) + 1$ ,  
 $Itensrota(clustermin, nrota(clustermin)) = \{i_0\}$ ,  
 $Trota(clustermin, nrota(clustermin)) = Titem(i_0)$ ,  
 $Krota(clustermin, nrota(clustermin)) = Aitem(i_0)$ ,  
 $G = G \setminus \{i_0\}$ ,  $C(clustermin) = C(clustermin) \cup \{i_0\}$

7) Repetir até

$Trota(clustermin, nrota(clustermin)) > Trota(clustermin, nrota(clustermin) - 1)$

início

$$\begin{aligned} & Krota(clustermin, nrota(clustermin) - 1) = \\ & = Krota(clustermin, nrota(clustermin) - 1) + \\ & + Krota(clustermin, nrota(clustermin)) \\ & Itensrota(clustermin, nrota(clustermin) - 1) = \\ & = Itensrota(clustermin, nrota(clustermin) - 1) \cup \\ & \cup Itensrota(clustermin, nrota(clustermin)) \\ & nrota(clustermin) = nrota(clustermin) - 1 \\ & Trota(clustermin, nrota(clustermin)) = \\ & = Tempo2 \left( \sqrt{\frac{Krota(clustermin, nrota(clustermin))}{\sum_{i \in Itensrota(clustermin, nrota(clustermin))} g_i}} \right) \end{aligned}$$

fim

8) Para todos os itens  $i \in Itensrota(clustermin, nrota(clustermin))$  fazer  
 $Titem(i) = Trota(clustermin, nrota(clustermin))$

9) Calcular  $q(clustermin) = \sum_{i \in C(clustermin)} Proc(i) \times Titem(i)$

Se  $q(clustermin) \geq Cap$  então  $cheio(clustermin) = verdade$

10) Enquanto  $q(clustermin) > Cap$  fazer

início

Se  $nrota(clustermin) = 1$  então

$$Trota(clustermin, nrota(clustermin)) = \left\lfloor \frac{Cap}{\sum_{i \in C(clustermin)} Proc(i)} \right\rfloor$$

caso contrário

início

$$\text{Trota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin})) = \text{Trota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin})) / 2$$

$$\text{Se } \text{Trota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin})) = \text{Trota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}) - 1)$$

início

$$\text{Krota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}) - 1) =$$

$$= \text{Krota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}) - 1) +$$

$$+ \text{Krota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}))$$

$$\text{Itensrota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}) - 1) =$$

$$= \text{Itensrota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}) - 1) \cup$$

$$\cup \text{Itensrota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}))$$

$$\text{nrota}(\text{clustermin}) = \text{nrota}(\text{clustermin}) - 1$$

fim

fim

Para todos os itens  $i \in \text{Itensrota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}))$  fazer

$$\text{Titem}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin})) = \text{Trota}(\text{clustermin}, \text{nrota}(\text{clustermin}))$$

$$\text{Calcular } q(\text{clustermin}) = \sum_{i \in C(\text{clustermin})} \text{Proc}(i) \times \text{Titem}(i)$$

fim

**11)** Se  $G = \emptyset$  então ir para 12, caso contrário regressar a 2

**12)** Se  $C(\text{ncluster}) = \emptyset$  então  $\text{ncluster} = \text{ncluster} - 1$

Neste caso, a heurística divide os itens em grupos (clusters), cada um dos quais é abastecido por um veículo diferente. Inicialmente existe um único cluster, sendo criado um novo sempre que não exista um cluster totalmente vazio (passo 2).

Um item pode ser incluído em qualquer cluster que tenha capacidade suficiente para o receber. Assim, para cada item, é calculado o custo marginal para todos os clusters que o podem receber, sendo o mais pequeno tomado como o custo marginal do item (passo 3).

Tal como no caso em que não eram consideradas quaisquer restrições, em cada iteração o algoritmo calcula, para todos os itens que ainda não foram afectados a qualquer rota, os custos marginais e os períodos de reposição respectivos, seleccionando para inclusão o correspondente ao menor período de reposição, o qual é transformado num múltiplo de uma potência de dois (passos 3, 4 e 5).

No cluster correspondente é criada uma nova rota para receber o item, sendo o custo fixo e o período entre abastecimentos sucessivos da rota definidos como iguais aos dos item incluído (passo 6).

À semelhança do que acontecia no caso em que não existia qualquer restrição, e uma vez que a reposição dos itens pertencentes a uma dada rota de um cluster é feita conjuntamente com a de todos os itens pertencentes às rotas criadas anteriormente para esse mesmo cluster, o seu período de reabastecimento deverá ser superior ao da última rota criada no referido cluster. Se tal não acontecer, então as duas últimas rotas são agrupadas numa única (passo 7).

Este processo faz com que, no final, possa haver necessidade de redefinir os períodos de reabastecimento dos itens pertencentes à última rota do cluster (passo 8).

Apesar de ser verificada a existência de capacidade antes de incluir um item num cluster, é possível exceder a capacidade disponível após essa inclusão devido a um aumento do intervalo de reposição do novo item, após a junção de duas rotas. Torna-se então necessário recalcular a quantidade máxima distribuída conjuntamente no cluster (passo 9).

Se este valor exceder a capacidade do veículo, então há que reduzir o período entre abastecimentos sucessivos da rota por forma a levar-se uma menor quantidade de produto. Tal é conseguido atribuindo como período de reposição da rota, e dos itens que a compõem, a potência de dois imediatamente anterior. Se houver coincidência entre este período de reposição e o de uma rota já anteriormente criada no cluster, então as duas rotas são agrupadas numa só (passo 10).

A excepção acontece quando o cluster apenas apresenta uma rota. Neste caso, não há necessidade de realizar reposições conjuntas de itens com períodos de reposição distintos, pelo que o intervalo entre reabastecimentos sucessivos é definido como a capacidade do camião a dividir pela soma das procuras médias diárias dos itens que compõe a rota, não sendo necessário o seu arredondamento a uma potência de dois.

O algoritmo termina quando todos os itens tiverem sido afectados a um cluster, e consequentemente a uma rota, averiguando-se então se o último cluster criado está vazio, por forma a ser eliminado (passos 11 e 12).

Relativamente à afectação dos veículos, e respectivas capacidades, aos diferentes clusters criados, decidimos atribuir ciclicamente os valores de capacidades existentes, por ordem decrescente.

Dado que os veículos da frota têm capacidades distintas, não nos pareceu adequado trabalhar sempre com a capacidades máxima, o que poderia tornar impossível a realização dos abastecimentos, por não estar disponível nenhum veículo com as características pretendidas. Por outro lado, assumir como limite o valor mínimo conduz a um desperdício de meios. Assim a opção cíclica pareceu-nos a mais conveniente.

O facto de se iniciar o processo pela capacidade mais elevada prende-se com o motivo de, numa perspectiva optimista, em que não seria necessário utilizar os sete veículos que constituem a frota, minimizar o número de condutores envolvidos no processo de distribuição.

### **5.3.3. Resolução dos TSP's**

Na resolução dos vários TSP's que surgem, quer no caso em que se consideram restrições, quer na sua ausência, foram usadas as heurísticas construtivas referidas na secção 5.2.1.. No entanto, dada a complexidade computacional dos algoritmos, decidiu-se, para a inserção de custo mínimo, avaliar apenas o local onde deveria ser inserido o vértice em análise, aproveitando todo o circuito criado na iteração anterior.

Refira-se ainda que, pelo facto de estarem a ser usadas heurísticas, corremos o risco da inclusão de um novo item numa rota já criada originar um comprimento de rota inferior ao existente, o que faz com que possam existir custos marginais de item negativos, originando raízes de números negativos, quando tentamos calcular os períodos de reposição.

Neste caso considerámos que o item já deveria ter sido incluído na rota em questão, pelo que lhe é atribuído um tempo de reposição nulo, o que implica a sua selecção e inclusão na rota referida.

Como consequência de poderem existir custos marginais de itens negativos, o mesmo sucede com os custos marginais de uma rota, impossibilitando igualmente o cálculo do intervalo de tempo entre reabastecimentos sucessivos associado. Analogamente, é-lhe atribuído um tempo de reposição nulo, obrigando à sua junção com a rota que a precede.

## 6. Resultados

A implementação computacional dos dois algoritmos, apresentados no capítulo anterior, foi inicialmente feita em linguagem Pascal, usando o Turbo Pascal 6.0, tendo os programas sido executados num GenuineIntel Pentium II, a 350 MHz, com 128 MB de RAM, trabalhando com o sistema operativo MS-Dos.

As limitações de memória do Turbo Pascal 6.0 obrigaram a que muitos valores tivessem de ser registados em ficheiros, sendo carregados, quando necessário, para a memória. Este processo, aliado ao facto de trabalharmos em MS-Dos, tornou os tempos de execução perfeitamente incomportáveis em termos práticos.

Fomos então obrigados a mudar de sistema operativo, passando a trabalhar em UNIX, usando agora Pascal Standard. Esta mudança tornou as operações mais rápidas, não só pelo facto de trabalharmos em UNIX, mas sobretudo por podermos aumentar o número de variáveis internas ao programa, evitando as leituras constantes a partir do disco.

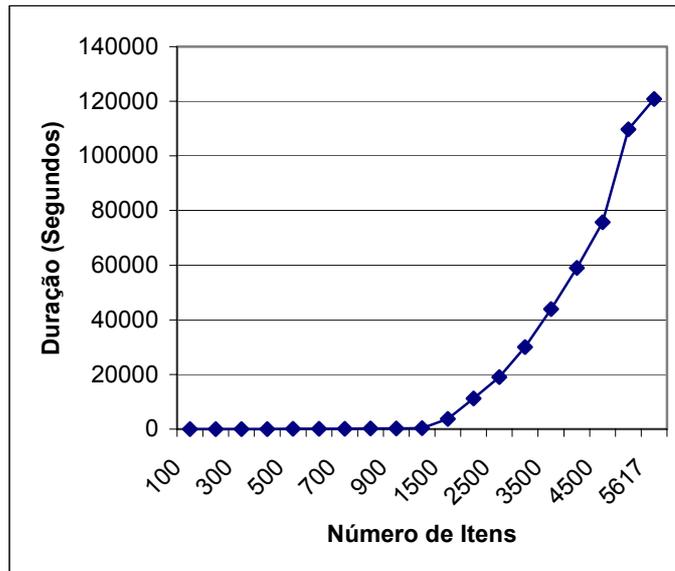
Assim, as versões finais dos algoritmos já foram executadas num Dual Intel Pentium II a 300 MHz, com 512 MB de memória. A apresentação e análise dos resultados obtidos, quer ao nível de desempenho computacional, quer no que respeita à qualidade das soluções, constituem o objecto do presente capítulo.

### 6.1. Algoritmo Sem Restrições

Embora os resultados obtidos não fossem ter qualquer aplicabilidade prática, decidimos começar por implementar este algoritmo, pois parte do seu código seria aproveitado quando incluíssemos a restrição relativa à capacidade dos camiões.

Os tempos computacionais são de ordem exponencial, demorando a sua execução 2014 minutos (1.4 dias) e 1839 minutos (1.3 dias), caso sejam utilizadas na resolução dos *TSP*'s as heurísticas da inserção de custo mínimo modificada ou do vizinho mais próximo, respectivamente.

O gráfico da figura 23 evidencia o carácter exponencial dos tempos computacionais do algoritmo, tendo sido elaborado quando os vários *TSP*'s eram resolvidos usando a modificação da inserção de custo mínimo, por ser para esta heurística que se esperavam melhores resultados finais, embora com tempos de execução mais dilatados.



**Fig. 23-** Evolução dos tempos computacionais para o algoritmo, sem restrições, usando a modificação da inserção de custo mínimo na resolução dos TSP's.

Em ambos os casos, a solução final apresenta sete rotas (ver anexo 3), sendo bastante semelhantes os períodos de reposição determinados para os vários itens. Apenas 661 itens (12% do total em análise) apresentam intervalos de tempo entre abastecimentos consecutivos distintos, diferenças estas que se traduzem em 652 dos casos, quando se usa uma das heurísticas, em ser definido o tempo de reposição de um item como uma certa potência de dois e, ao usar a outra heurística, ser-lhe atribuída a potência de dois imediatamente anterior ou imediatamente seguinte. Ou seja, diferenças significativas ocorrem apenas para 9 itens do conjunto.

As rotas que apresentam tempos de reposição mais baixos são aquelas que correspondem a produtos com procuras médias mais elevadas, não havendo influências significativas dos custos de posse e de entrega neste processo, os quais, em termos médios, são bastante similares entre si nas várias rotas (ver tabelas 11 e 12).

Rota	Média dos Custos de Entrega (\$/encomenda)	Média da Procura Média (caixas/dia)	Média dos Custos de Posse (\$/(caixa×dia))	Período de Reposição (dias)
1	1084,068	46,383	1,571	2
2	678,167	2,657	1,848	4
3	1452,068	1,366	1,766	8
4	2118,909	0,243	1,585	16
5	1967,632	0,159	1,572	32
6	2297,817	0,062	1,546	64
7	3125,837	0,031	1,452	128

**Tab. 11-** Características das rotas construídas, sem considerar a restrição de capacidade, e usando a inserção de custo mínimo modificada na resolução dos TSP's.

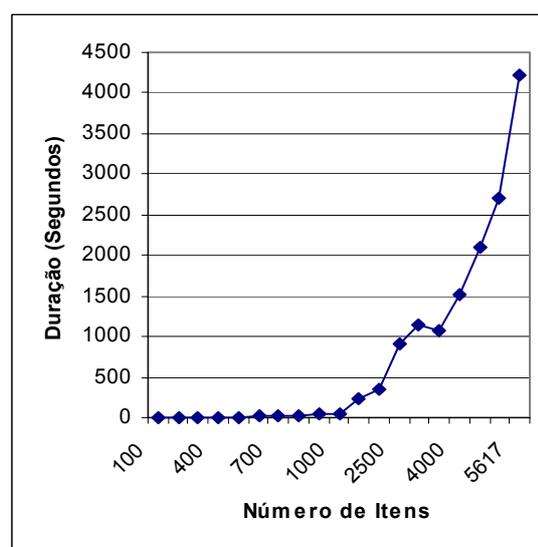
Rota	Média dos Custos de Entrega (\$/encomenda)	Média da Procura Média (caixas/dia)	Média dos Custos de Posse (\$/(caixa×dia))	Período de Reposição (dias)
1	1084,068	46,383	1,571	2
2	652,198	2,537	1,925	4
3	1479,546	1,451	1,747	8
4	2215,193	0,274	1,587	16
5	1453,521	0,129	1,614	32
6	2227,115	0,062	1,548	64
7	1637,343	0,092	1,371	128

**Tab. 12-** Características das rotas construídas, sem considerar a restrição de capacidade, e usando o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.

A inclusão, numa mesma rota, de localidades próximas entre si não é perfeitamente clara, uma vez que não existe qualquer restrição à capacidade do veículo, pelo que ao efectuar uma rota com um dado tempo de reposição serão igualmente reabastecidos todos os itens pertencentes às rotas com tempo de reposição inferiores. No limite, quando é executada a última rota, são visitados os 434 pontos de entrega e localidades correspondentes. No anexo 3 encontra-se uma lista das localidades distintas que constituem cada uma das rotas.

## 6.2. Algoritmo Com Restrições de Capacidade

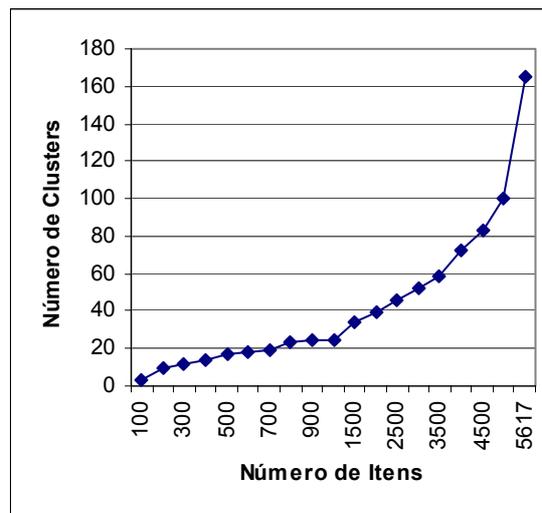
Considerando agora o algoritmo que inclui as restrições relativas à capacidade de cada veículo, verificamos que os tempos computacionais obtidos, embora continuando a apresentar um comportamento exponencial, são consideravelmente mais baixos do que no caso em que não era considerada qualquer restrição (ver figura 24).



**Fig. 24-** Evolução dos tempos computacionais para o algoritmo, com restrições de capacidade, usando a inserção de custo mínimo modificada na resolução dos *TSP's*.

Esta diminuição observa-se independentemente da heurística usada na resolução dos *TSP's* (68 minutos, ou seja, 1.14 horas, para a modificação da inserção de custo mínimo e 64 minutos, isto é, 1.07 horas para a heurística do vizinho mais próximo, quando consideramos os 5617 itens), resultando do facto dos *TSP's* a resolver serem de menor dimensão, uma vez que cada veículo tem uma capacidade limitada.

O número de clusters necessário para realizar o abastecimento cresce igualmente de forma exponencial (ver figura 25), sendo necessários, 162 clusters para abastecer os 5617 itens quando usamos a heurística do vizinho mais próximo e 165 se usarmos a inserção de custo mínimo modificada.



**Fig. 25-** Número de clusters necessários para o algoritmo, com restrições de capacidade, usando a inserção de custo mínimo modificada na resolução dos *TSP's*.

Refira-se que este número de clusters não é equivalente ao número de veículos. Imaginemos, por exemplo, que o algoritmo concluía que eram necessários quatro clusters, cada um dos quais contendo produtos que seriam abastecidos de quatro em quatro dias. Então, na verdade, era suficiente uma frota constituída por um único veículo, bastando para tal desfazer de um dia as entregas respeitantes a cada cluster.

Daqui se conclui que, posteriormente à obtenção da solução final, há que realizar um escalonamento da frota, por forma a traduzir o número necessário de clusters, indicado pelo programa, no número real de veículos que deverão constituir a frota.

No restante capítulo, e por forma a facilitar a compreensão dos resultados, identificaremos um cluster com um veículo.

Nota-se ainda que este número tão elevado não resulta de muitos dos veículos realizarem viagens praticamente vazios, como se pode concluir da análise da tabela 13 e da figura 26.

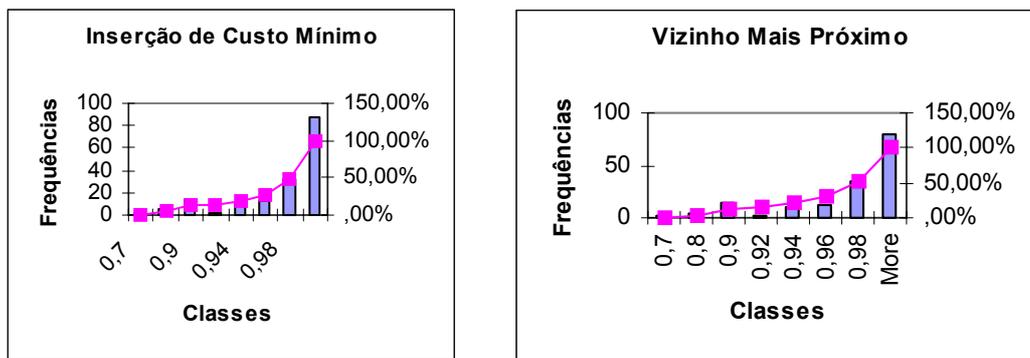
Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
[0,0.7]	2	1,21%
]0.7,0.8]	5	4,24%
]0.8,0.9]	14	12,73%
]0.9,0.92]	2	13,94%
]0.92,0.94]	10	20,00%
]0.94,0.96]	12	27,27%
]0.96,0.98]	33	47,27%
Mais 0.98	87	100,00%

Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
[0.6,0.7]	2	1,23%
]0.7,0.8]	5	4,32%
]0.8,0.9]	15	13,58%
]0.9,0.92]	2	14,81%
]0.92,0.94]	11	21,60%
]0.94,0.96]	13	29,63%
]0.96,0.98]	34	50,62%
Mais 0.98	80	100,00%

a) Inserção de custo mínimo

b) Vizinho mais próximo

**Tab. 13-** Tabelas de frequências relativas às taxas de ocupação dos veículos, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos TSP's.



**Fig. 26-** Histogramas relativos às taxas de ocupação dos veículos.

Cerca de 85% dos veículos têm taxas de ocupação superiores a 92%, sendo a taxa mínima de ocupação, para a heurística do vizinho mais próximo, igual a 60% e, para a inserção de custo mínimo, igual a 70% (neste último caso excluindo da análise o último cluster, que apresenta uma taxa de ocupação irrisória, por não existirem mais itens para afectação). A taxa média de ocupação dos veículos é igual a 96%.

Relativamente ao período de reposição para os vários itens, o uso de heurísticas distintas na resolução dos TSP's, conduz a um maior número de diferenças do que quando não considerávamos qualquer restrição. 2560 itens apresentam intervalos entre abastecimentos sucessivos distintos (46% do total de itens), respeitando 44 dos casos a diferenças superiores a uma potência de dois.

A percentagem de veículos que realiza mais do que duas rotas é perfeitamente irrisória (cerca de 1% para ambas as heurísticas), nunca excedendo as cinco rotas (ver tabela 14 e figura 27).

Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
1	148	89,70%
2	15	98,79%
3	0	98,79%
4	1	99,39%
5	1	100,00%

a) Inserção de custo mínimo

Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
1	150	92,59%
2	10	98,77%
3	0	98,77%
4	1	99,38%
5	1	100,00%

b) Vizinho mais próximo

**Tab. 14-** Tabelas de frequências relativas ao número de rotas por veículo, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos TSP's.

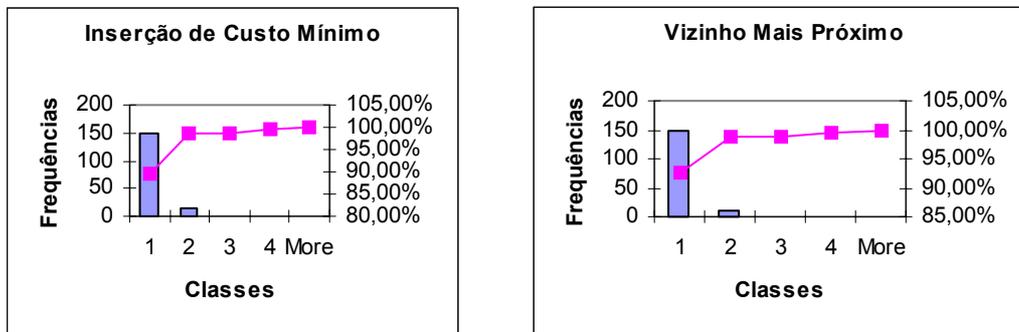


Fig. 27- Histogramas relativos ao número de rotas por veículo.

Relativamente à construção das rotas, tal como acontecia quando não considerávamos qualquer restrição relativa à capacidade dos veículos, nota-se uma forte correlação entre as rotas que apresentam períodos de reposição mais baixos e as que correspondem a produtos com procuras médias mais elevadas (ver anexo 4).

Existem alguns casos em que a ordem de grandeza da procura média diária conduziria a tempos de reposição mais elevados do que aqueles que são atribuídos na realidade (ver, por exemplo, as rotas 1 e 2 do cluster 1, no anexo 4). Tal acontece porque todos os produtos que constituem essas rotas têm custos de entrega nulos.

Os custos de posse não parecem ter um papel significativo na construção das rotas, até porque são bastantes semelhantes entre si.

Por outro lado, devido à restrição de capacidade, a proximidade geográfica entre localidades abastecidas por um mesmo veículo torna-se muito mais evidente (ver anexo 5). Como exemplos, temos o cluster 40, que abastece Carnaxide, Casal de Cambra, Linda-a-Velha, Oeiras e Queluz, ou o cluster 92, formado por Matosinhos, São Mamede Infesta e Viana do Castelo.

Alguns casos onde a proximidade não é tão evidente, como acontece com o cluster 53 formado por Loulé e Setúbal, surgem porque fica em caminho passar por algumas das localidades (neste caso, a caminho de Loulé, passa-se por Setúbal).

Esta proximidade geográfica diminui apenas nos últimos veículos a serem completados, dada a diminuição do número de itens disponíveis para afectação. Repare-se, por exemplo, no cluster 165, quando os *TSP's* são resolvidos utilizando a modificação da inserção de custo mínimo, onde figuram as localidades de Palmela e Bragança. Não faz qualquer sentido, numa mesma viagem, realizar abastecimentos a Sul e Norte de Lousa. Há que de alguma forma limitar o comprimento máximo permitido para as rotas de abastecimento, impedindo a ocorrência deste tipo de situações.

O número de localidades distintas visitadas por cada veículo é relativamente baixo. 68% visitam duas ou menos localidades, subindo esta percentagem para 94% se considerarmos oito localidades (ver tabela 15 e figura 28).

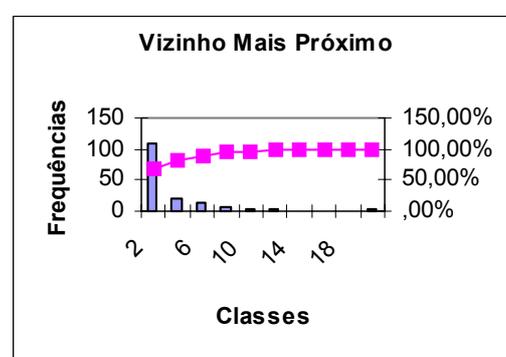
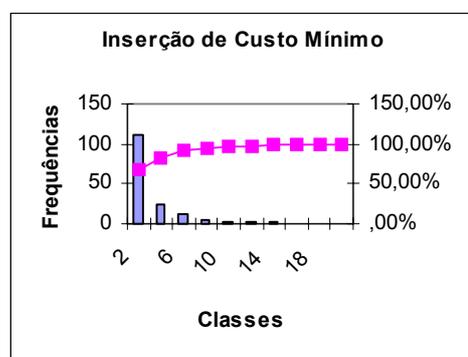
Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
[0,2]	112	67,88%
]2,4]	25	83,03%
]4,6]	13	90,91%
]6,8]	5	93,94%
]8,10]	3	95,76%
]10,12]	2	96,97%
]12,14]	3	98,79%
]14,16]	0	98,79%
]16,18]	1	99,39%
Mais 18	1	100,00%

a) Inserção de custo mínimo

Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
[0,2]	110	67,90%
]2,4]	22	81,48%
]4,6]	13	89,51%
]6,8]	8	94,44%
]8,10]	4	96,91%
]10,12]	2	98,15%
]12,14]	0	98,15%
]14,16]	1	98,77%
]16,18]	0	98,77%
Mais 18	2	100,00%

b) Vizinho mais próximo

**Tab. 15-** Tabelas de frequências relativas ao número de localidades distintas visitadas por cada veículo, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.



**Fig. 28-** Histogramas relativos ao número de localidades distintas visitadas por cada veículo.

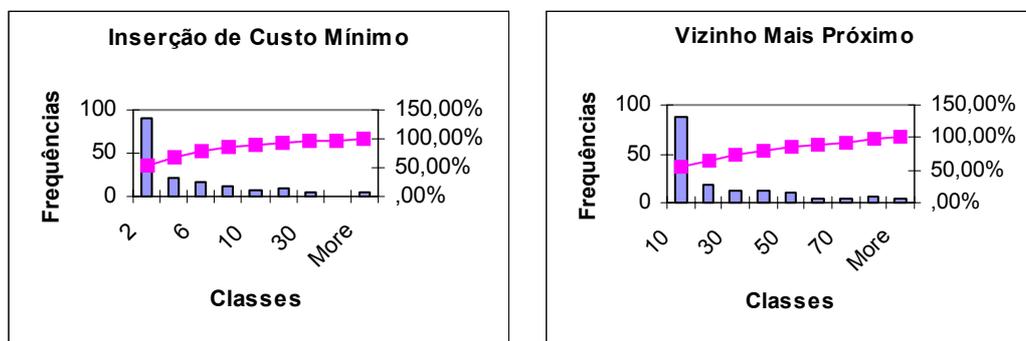
O mesmo não sucede com o número de pontos de entrega, onde claramente a heurística da inserção de custo mínimo conduz a melhores resultados, pois cerca de 89% dos veículos abastecem 10 ou menos pontos de entrega, enquanto que ao usarmos o vizinho mais próximo esta percentagem é apenas de 54% (ver tabela 16 e figura 29).

Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas	Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
[0,2]	90	54,55%	[0,10]	87	53,70%
]2,4]	22	67,88%	]10,20]	19	65,43%
]4,6]	16	77,58%	]20,30]	13	73,46%
]6,8]	12	84,85%	]30,40]	12	80,86%
]8,10]	7	89,09%	]40,50]	10	87,04%
]10,20]	9	94,55%	]50,60]	4	89,51%
]20,30]	4	96,97%	]60,70]	5	92,59%
]30,40]	1	97,58%	]70,80]	7	96,91%
Mais 40	4	100,00%	Mais 80	5	100,00%

a) Inserção de custo mínimo

b) Vizinho mais próximo

**Tab. 16-** Tabelas de frequências relativas ao número de pontos de entrega visitados por cada veículo, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.



**Fig. 29-** Histogramas relativos ao número de pontos de entrega visitados por cada veículo.

O aumento, quer do número de localidades, quer do número de pontos de entrega visitados, surge nos últimos clusters a serem criados. Por um lado, porque já existe um menor número de produtos para serem afectados a rotas, pelo que haverá uma maior variabilidade, quer das localidades, quer dos pontos de entrega respectivos. Por outro lado, porque os últimos itens a serem afectados correspondem, tipicamente, a produtos com procura médias mais baixas, pelo que para esgotar a capacidade do veículo será necessário um maior número de itens, o que aumenta a probabilidade de pertencerem a localidades ou pontos de entrega distintos.

Cerca de 54% dos veículos são responsáveis pelo abastecimentos de 10 ou menos produtos, subindo esta percentagem para 84% se a reposição

respeitar a 40 ou menos produtos. Daqui se conclui que o número de produtos repostos por cada veículo é bastante elevado, como se pode observar na tabela 17 e na figura 30.

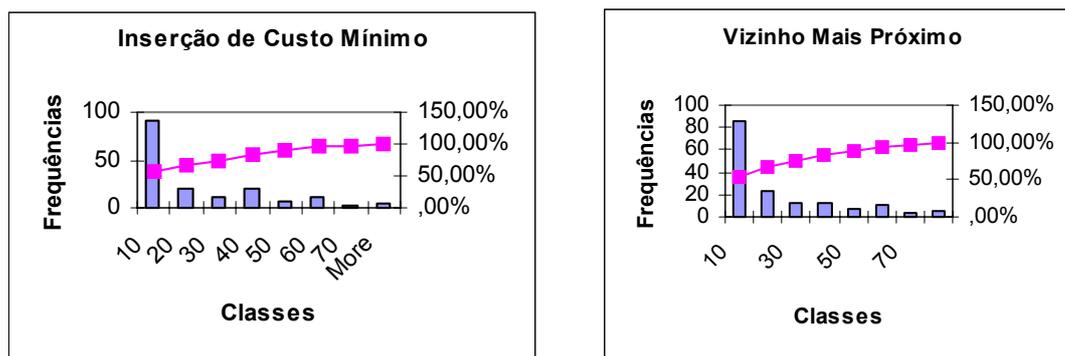
Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
[0,10]	91	55,15%
]10,20]	19	66,67%
]20,30]	11	73,33%
]30,40]	19	84,85%
]40,50]	6	88,48%
]50,60]	12	95,76%
]60,70]	3	97,58%
Mais 70	4	100,00%

a) Inserção de custo mínimo

Classes	Frequências Absolutas Observadas	Frequências Relativas Acumuladas
[0,10]	86	53,09%
]10,20]	23	67,28%
]20,30]	13	75,31%
]30,40]	13	83,33%
]40,50]	7	87,65%
]50,60]	11	94,44%
]60,70]	3	96,30%
Mais 70	6	100,00%

b) Vizinho mais próximo

**Tab. 17-** Tabelas de frequências relativas ao número de produtos repostos por cada veículo, quando são usadas a modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo na resolução dos *TSP's*.



**Fig. 30-** Histogramas relativos ao número de produtos repostos por cada veículo.

Calculámos ainda, para as soluções obtidas para cada uma das heurísticas usadas, um custo médio diário da política de reposição de *stock* correspondente. Os valores obtidos, em ambos os casos, mostram-se muito semelhantes (270 403\$70, para a modificação da inserção de custo mínimo e 269 862\$00, para o vizinho mais próximo), conduzindo a uma diferença de 541\$70 por dia, pelo que não será o factor custo preponderante na tomada de decisão acerca da heurística a usar na resolução dos *TSP's*.

Em suma, podemos afirmar que o uso de duas heurísticas distintas na resolução dos *TSP's* conduz a resultados semelhantes, exceptuando no número de pontos de entrega que são abastecidos por cada veículo, onde a heurística do vizinho mais próximo leva a piores resultados, pois tipicamente afecta um maior número de pontos de entrega a cada veículo. Assim sendo, a nossa escolha para a resolução dos *TSP's*, recairá sobre a modificação da inserção de custo mínimo.

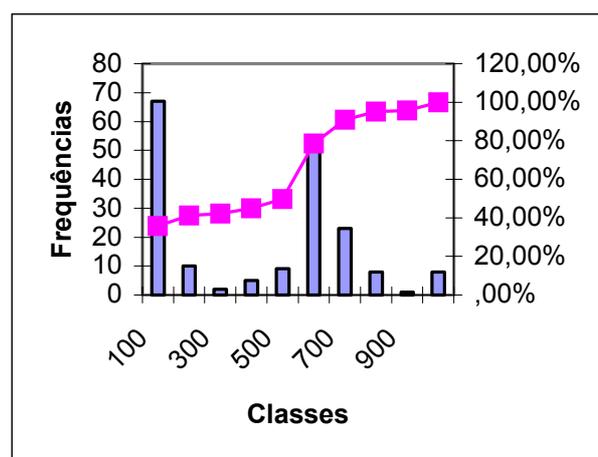
Cada veículo faz, geralmente, uma ou duas rotas, visitando seis ou menos localidades distintas e levando uma carga superior ou igual a 90% da sua capacidade. O número de produtos distintos que transporta é elevado.

Por forma a melhorar as rotas construídas, no que respeita ao comprimento das mesmas, e baseando-nos na afectação dos itens pelas várias rotas, obtida a partir do algoritmo, utilizou-se a inserção de custo mínimo para a construção de uma solução inicial (já sem usar qualquer modificação da heurística), à qual se aplicou um procedimento 2-optimal.

Verificamos então que o comprimento obtido para as várias rotas é em média de 391 km, apresentando apenas 50% menos do que 500 km, e tendo a rota mais longa comprimento igual a 1533 km. Como seria de esperar, as rotas mais longas obtêm-se para os últimos clusters criados. A tabela 18 e o histograma da figura 31 ilustram o que acabou de ser referido.

<i>Classes</i>	<i>Frequências Absolutas Observadas</i>	<i>Frequências Relativas Acumuladas</i>
[0,100]	67	35,83%
]100,200]	10	41,18%
]200,300]	2	42,25%
]300,400]	5	44,92%
]400,500]	9	49,73%
]500,600]	54	78,61%
]600,700]	23	90,91%
]700,800]	8	95,19%
]800,900]	1	95,72%
Mais 900	8	100,00%

**Tab. 18-** Tabela de frequências relativa ao comprimento das rotas obtidas, expresso em km.



**Fig. 31-** Histograma relativo ao comprimento das rotas obtidas, expresso em km.

Conclui-se assim que as rotas não são viáveis, pelo que, como já foi referido anteriormente, há que incluir no modelo uma restrição relativa ao comprimento máximo permitido para cada uma.

### **6.3. Algoritmo Com Restrições de Capacidade e de Duração da Viagem**

Esta restrição faz mais sentido ser incluída em termos temporais, uma vez que nas localidades da grande Lisboa, não será a distância o factor limitativo da realização dos abastecimentos mas sim o tempo de espera em cada ponto de entrega.

Assim, e após discussão com a Vagelpam, decidiu-se que um dia de trabalho não pode ter mais do que 13 horas, embora em termos práticos este limite apresente alguma flexibilidade, as quais deverão contabilizar a duração da viagem (considerando uma velocidade média para os veículos de 70km/h), o tempo médio de espera para realização da entrega e o tempo de descarregamento dos produtos em cada ponto de entrega.

Para a caracterização deste último foi-nos dada a seguinte função:

$$\left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ min} \quad , \text{ se número de caixas} \leq 9 \\ 8 \text{ min} \quad , \text{ se } 9 < \text{número de caixas} \leq 30 \\ 12 \text{ min} \quad , \text{ se } 30 < \text{número de caixas} \leq 60 \\ 15 \text{ min} \quad , \text{ se } 60 < \text{número de caixas} \leq 120 \end{array} \right.$$

Caso o número de caixas de produto seja superior a 120, considera-se que o descarregamento é feito à paleta, pelo que o tempo correspondente será:

$$\left\lceil \frac{\text{número de caixas}}{120} \times 10 \text{ min} \right\rceil.$$

Corrido novamente o modelo, verifica-se que o número de clusters necessários é elevadíssimo, pois devido à restrição relativa à duração máxima de um dia de trabalho, os abastecimentos, para localidades muito distantes de Lousa, têm a parcela de tempo relativa à duração da viagem muito próxima das 13h, o que, acrescentando o tempo de espera e o de descarregamento, impede a realização de abastecimentos conjuntos.

O que o algoritmo faz é constituir clusters com um único item, sempre que a localidade é muito distante de Lousa, o que tornará a solução inviável em termos práticos, dado que se o número de clusters for muito elevado será impossível a realização dos abastecimentos com a frota actual da empresa.

Foi só nesta altura que tomámos conhecimento que a empresa dispõe de um entreposto no Porto, a partir do qual são realizados todos os abastecimentos a Norte de Coimbra.

Como já não existia tempo, dentro do prazo para entrega desta dissertação, para incluir na modelação este entreposto, o algoritmo foi novamente executado mas agora considerando como o nosso universo de pontos de entrega e de produtos apenas os referentes a localidades situadas abaixo de Coimbra. Passámos de um total de 5617 itens para 3937.

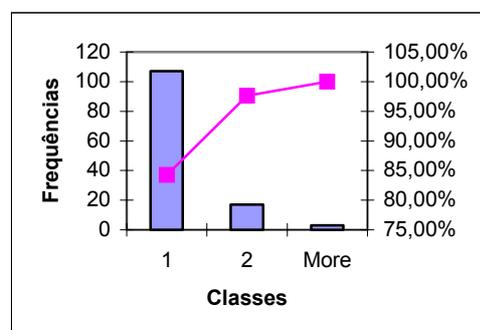
Decidimos ainda que, ao incluir um item num determinado cluster, só o faríamos se esta inclusão não ultrapassasse as 13 horas. No entanto, após a referida inclusão, é possível, devido à junção de rotas, que o intervalo de reposição do item aumente, aumentando consequentemente a quantidade a entregar e o tempo de descarregamento, podendo neste caso ultrapassar-se o limite temporal imposto. Uma vez que, em termos práticos, existe alguma flexibilidade relativamente à duração total do dia de trabalho, decidimos permitir que situações destas ocorressem, mas, no máximo, para um item em cada cluster.

O modelo, devido à redução da dimensão, corre em 2029 segundos (33.82 minutos), originando 127 clusters. Com a ressalva já feita na secção anterior, passaremos a identificar cluster com veículo, por forma a uma mais clara interpretação dos resultados obtidos.

O número de rotas realizadas por cada veículo continua a ser muito baixo (1 ou 2), conforme se pode concluir da análise da tabela 19 e da figura 32.

<i>Classes</i>	<i>Frequências Absolutas Observadas</i>	<i>Frequências Relativas Acumuladas</i>
1	107	84,25%
2	17	97,64%
3	3	100,00%

**Tab. 19-** Tabela de frequências relativa ao número de rotas por veículo, quando são consideradas restrições temporais.



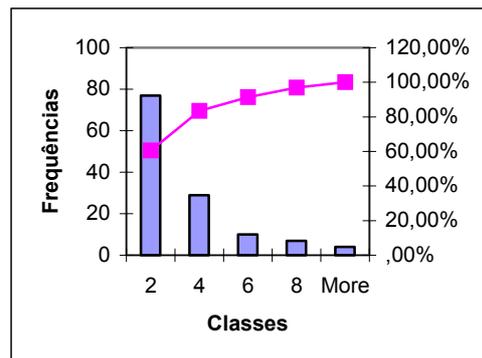
**Fig. 32-** Histograma relativo ao número de rotas por veículo, quando são consideradas restrições temporais.

À semelhança do que sucede quando não consideramos a restrição temporal, cada veículo visita usualmente seis ou menos localidades (ver tabela 20 e figura 33), correspondendo em 72% dos casos a oito ou menos pontos de entrega (tabela 21 e figura 34).

Novamente, o aumento, quer do número de localidades, quer do número de pontos de entrega visitados, verifica-se nos últimos clusters a serem criados. A justificação apresentada, quando o algoritmo não incluía restrições temporais, continua a aplicar-se.

<i>Classes</i>	<i>Frequências Absolutas Observadas</i>	<i>Frequências Relativas Acumuladas</i>
[0,2]	77	60,63%
]2,4]	29	83,46%
]4,6]	10	91,34%
]6,8]	7	96,85%
Mais 8	4	100,00%

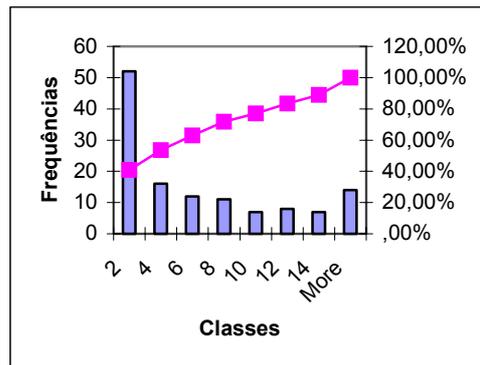
**Tab. 20-** Tabela de frequências relativa ao número de localidades distintas abastecidas por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.



**Fig. 33-** Histograma relativo ao número de localidades distintas abastecidas por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.

<i>Classes</i>	<i>Frequências Absolutas Observadas</i>	<i>Frequências Relativas Acumuladas</i>
[0,2]	52	40,94%
]2,4]	16	53,54%
]4,6]	12	62,99%
]6,8]	11	71,65%
]8,10]	7	77,17%
]10,12]	8	83,46%
]12,14]	7	88,98%
Mais 14	14	100,00%

**Tab. 21-** Tabela de frequências relativa ao número de pontos de entrega distintos abastecidos por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.

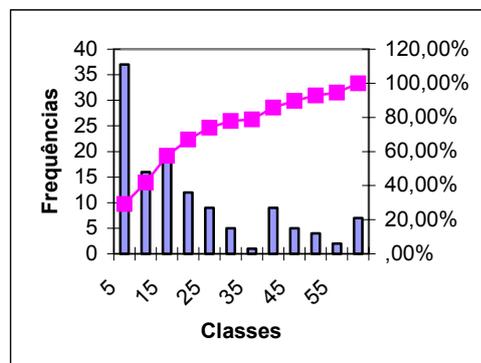


**Fig. 34-** Histograma relativo ao número de pontos de entrega distintos, abastecidos por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.

O número de produtos transportado continua a ser bastante variado (tabela 22 e figura 35).

<b>Classes</b>	<b>Frequências Absolutas Observadas</b>	<b>Frequências Relativas Acumuladas</b>
[0,5]	37	29,13%
]5,10]	16	41,73%
]10,15]	20	57,48%
]15,20]	12	66,93%
]20,25]	9	74,02%
]25,30]	5	77,95%
]30,35]	1	78,74%
]35,40]	9	85,83%
]40,45]	5	89,76%
]45,50]	4	92,91%
]50,55]	2	94,49%
Mais 55	7	100,00%

**Tab. 22-** Tabela de frequências relativa ao número de produtos abastecidos por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.



**Fig. 35-** Histograma relativo ao número de produtos, abastecidos por cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.

Mais uma vez, nota-se uma forte correlação entre as rotas que apresentam períodos de reposição mais baixos e as que correspondem a produtos com procuras médias mais elevadas (ver anexo 6). Igualmente, surgem alguns casos em que os custos de entrega nulos permitem que o tempo de reposição dos itens, de uma dada rota, seja mais baixo do que aquele que seria de esperar, dada a grandeza das respectivas procuras médias (ver, por exemplo, as rotas 1 dos clusters 22, 10 e 1 e a rota 2 do cluster 1, no anexo 6).

Torna-se cada vez mais notória a proximidade geográfica entre localidades pertencentes a um mesmo cluster (ver anexo 7), embora continuem a existir situações em que localidades são incluídas num mesmo cluster, não devido à sua proximidade geográfica, mas porque ficam em caminho. Exemplo disto é o caso de Évora e Setúbal, que formam o cluster 64, e de Loulé e Setúbal, que constituem o cluster 61.

Refira-se ainda que existem rotas que apresentam intervalos de reposição muito elevados (512 em 512 dias ou 1024 em 1024 dias). Tal sucede pois a procura média correspondente aos itens nelas incluídas é demasiado baixa, sem qualquer expressão.

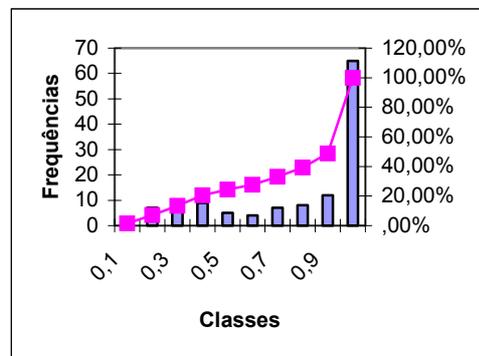
Para uma futura implementação prática do modelo, deverá fazer-se primeiramente uma distinção entre itens que têm um consumo esporádico, podendo considerar-se sem expressão, e itens que são consumidos regularmente. Apenas estes últimos deverão ser incluídos no modelo.

Mais, uma vez que a procura diária de cada item é fraccionária, a quantidade a reabastecer de produto será igualmente fraccionária, o que não faz sentido em termos práticos, dado que a reposição é feita em caixas. Para uma implementação prática, há que umas vezes arredondar superiormente a quantidade a entregar, fazendo o arredondamento inferior noutras.

Obviamente que a introdução da restrição relativa à duração máxima de um dia de trabalho piorou as taxas de ocupação dos veículos. Neste caso, apenas 51% destes apresentam valores superiores a 90%, contrastando com os 84%, quando não se consideravam restrições temporais, sendo a taxa de ocupação média de 75% (ver tabela 23 e figura 36).

<b>Classes</b>	<b>Frequências Absolutas Observadas</b>	<b>Frequências Relativas Acumuladas</b>
[0,0.1]	2	1,57%
]0.1,0.2]	7	7,09%
]0.2,0.3]	8	13,39%
]0.3,0.4]	9	20,47%
]0.4,0.5]	5	24,41%
]0.5,0.6]	4	27,56%
]0.6,0.7]	7	33,07%
]0.7,0.8]	8	39,37%
]0.8,0.9]	12	48,82%
Mais 0.9	65	100,00%

**Tab. 23-** Tabela de frequências relativa à taxa de ocupação de cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.

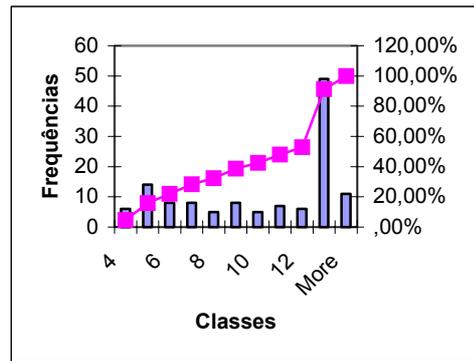


**Fig. 36-** Histograma relativo à taxa de ocupação de cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.

Um dia médio de trabalho terá 9.8 horas, apresentando-se na tabela 24 e na figura 37 os resultados obtidos relativamente à sua duração total. O valor máximo obtido é 13.9 horas.

<b>Classes</b>	<b>Frequências Absolutas Observadas</b>	<b>Frequências Relativas Acumuladas</b>
[0,4]	6	4,72%
]4,5]	14	15,75%
]5,6]	8	22,05%
]6,7]	8	28,35%
]7,8]	5	32,28%
]8,9]	8	38,58%
]9,10]	5	42,52%
]10,11]	7	48,03%
]11,12]	6	52,76%
]12,13]	49	91,34%
Mais 13	11	100,00%

**Tab. 24-** Tabela de frequências relativa à duração (em horas) de um dia de trabalho para cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.



**Fig. 37-** Histograma relativo à duração (em horas) de um dia de trabalho para cada veículo, quando são consideradas restrições temporais.

Nota-se ainda, conforme se pode constatar no anexo 8, que quando a taxa de ocupação do veículo é muito baixa é porque a restrição temporal está activa e reciprocamente.

#### 6.4. Modelação dos Stocks de Segurança

Durante todo o processo de afectação de itens a clusters, e consequentemente a rotas, considerámos que a procura de cada item era determinística, com valor igual ao seu valor médio.

Como esta assunção não corresponde à realidade, há então que definir *stocks* de segurança, para cada item, por forma a compensar as flutuações da procura, impedindo que surjam situações de rotura.

Admitamos então que pretendemos que a probabilidade de rotura para um dado item, durante o ciclo de reposição, seja inferior a 10%. A probabilidade de rotura pode ser definida como a probabilidade do *stock* no final do ciclo ser negativo, sendo este último igual a  $Q + \Delta - R_T$ , com:

$Q$  – quantidade repostada para o item no início do ciclo

$\Delta$  – *stock* de segurança do item

$R_T$  – procura total durante o ciclo, podendo definir-se esta última como  $\sum_{i=1}^T R_i$ ,

onde  $T$  representa o número de dias do ciclo e  $R_i$  a procura diária do item.

Assim sendo, pretendemos que

$$p_{\text{rotura}} = P(\text{Stock Final} < 0) = P(Q + \Delta - R_T < 0) = 1 - P(R_T \leq Q + \Delta) < 0.1,$$

pelo que o *stock* de segurança facilmente se dimensionará, desde que consigamos calcular o quantil de 90% de uma variável aleatória com distribuição igual à seguida pela procura total durante o ciclo.

Foi visto na secção 4.3. que a procura diária de cada item pode considerar-se seguindo uma distribuição lognormal, pelo que a distribuição da procura total durante um ciclo corresponderá à soma de variáveis lognormais.

Na secção 4.4 referiu-se uma generalização do Teorema do Limite Central que permite garantir que a soma de um número elevado de lognormais, mesmo com parâmetros distintos, já se pode considerar com distribuição normal. Recorrendo a simulação computacional, verificou-se que tal acontecia desde que se somassem 4 ou 5 variáveis.

Atendendo a que estaremos a somar  $T$  variáveis e que  $T$  só pode tomar valores que são potências de dois, então a nossa aproximação a uma distribuição normal para o cálculo do quantil só será grosseira no caso em que  $T$  é igual a dois. Se  $T$  tomar o valor um, então o quantil será calculado a partir da própria distribuição lognormal.

Assim, e por forma a que situações de rotura para cada item só ocorram com 10% de probabilidade, em cada ciclo de reposição, os *stocks* de segurança devem ser em 85% dos casos inferiores ou iguais às 10 caixas.

Refira-se que surgem situações em que o *stock* de segurança a constituir é muito elevado (superior a 200 caixas de produto). Tal sucede dado que são itens que apresentam variâncias muito elevadas, uma vez que esta é estimada a partir da relação estabelecida com a procura média na secção 4.2..

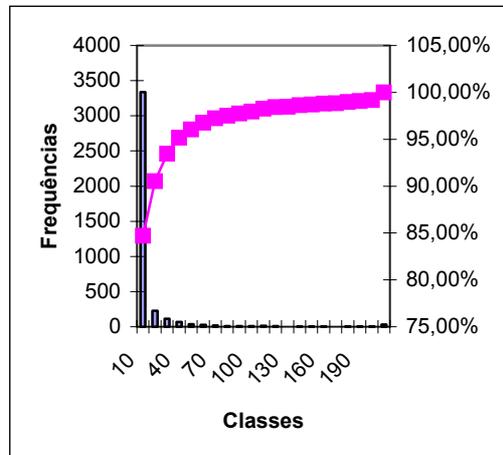
Essa relação, por sua vez, obteve-se considerando como dados todos os valores de procura média e variância determinados a partir de dez ou mais observações, o que ainda assim pode conduzir a estimativas, e consequentemente relações, pouco fiáveis.

Futuramente dever-se-á incluir todos os registos de notas de encomendas existentes até à actualidade (mais um ano de registos) o que permitirá refinar os valores das estimativas e consequentemente dos parâmetros da relação.

A tabela 25 e a figura 38 ilustram os resultados a que conduziu o dimensionamento dos *stocks* de segurança.

<b>Classes</b>	<b>Frequências Absolutas Observadas</b>	<b>Frequências Relativas Acumuladas</b>
[0,10]	3335	84,71%
]10,20]	229	90,53%
]20,30]	115	93,45%
]30,40]	67	95,15%
]40,50]	35	96,04%
]50,60]	29	96,77%
]60,70]	18	97,23%
]70,80]	11	97,51%
]80,90]	9	97,74%
]90,100]	8	97,94%
]100,110]	12	98,25%
]110,120]	7	98,43%
]120,130]	2	98,48%
]130,140]	6	98,63%
]140,150]	3	98,70%
]150,160]	4	98,81%
]160,170]	1	98,83%
]170,180]	5	98,96%
]180,190]	5	99,09%
]190,200]	3	99,16%
Mais 200	33	100,00%

**Tab. 25-** Tabela de frequências relativa à dimensão dos *stocks* de segurança, a constituir para cada item, expressos em caixas.



**Fig. 38-** Histograma relativo à dimensão dos *stocks* de segurança, a constituir para cada item, expressos em caixas.

Seria ainda importante dimensionar *stocks* de segurança ao nível de produto, a constituir na Vagelpam, por forma a garantir que existe sempre produto disponível, permitindo a realização das entregas.

Foi com esse fim que se realizou o estudo relativo à procura agregada por produto, descrito na secção 4.4.. No entanto, e dada a impossibilidade de conhecer a distribuição do tempo de entrega da Nestlé à Vagelpam, não foi possível realizar este dimensionamento.

Seria ainda interessante definir os próprios *stocks* de segurança, para os vários itens, internamente ao modelo, uma vez que estes apenas dependem da distribuição da procura durante o período de reposição.

A procura é caracterizada pelas distribuições normal ou lognormal e o valor da procura média diária, dado que a variância obtém-se a partir da média e da Lei da Potência. O tempo de reposição é determinado endogenamente pelo próprio algoritmo, pelo que seria interessante que este contemplasse também os custos associados aos *stocks* de segurança que resultam da adopção de um determinado tempo de reposição. Será uma futura área de investigação.

## 6.5. Escalonamento da Frota

Conforme foi referido na secção 6.3., o algoritmo conduziu à criação de 127 clusters, que não representam a dimensão real da frota necessária para realizar os abastecimentos. Destes 127 clusters, 73 deverão ser abastecidos por veículos com 10 paletas de capacidade, 18 por veículos com capacidade de 8 paletas, 18 por veículos com capacidade de 6 paletas e os restantes 18 por veículos com capacidade de 5 paletas.

Há então que mostrar que a nossa frota de 7 veículos (4 de 10 paletas e 1 de cada uma das restantes capacidades) é suficiente para realizar o número de abastecimentos necessários para cada um destes clusters. O objectivo da presente secção será então elaborar um escalonamento, ainda que grosseiro, que mostre a viabilidade, relativamente ao número de veículos necessários, da solução determinada pelo algoritmo.

É evidente que existir um veículo que realize uma rota de 2 em 2 dias, é equivalente a considerar que dispomos de dois veículos para realizar uma rota de quatro em quatro dias, bastando para tal desfasar os abastecimentos entre si, segundo o esquema da figura 39. Designemos estes dois últimos veículos por pseudo-veículos, já que não correspondem a veículos reais, mas sim aos que se obtém a partir deles, considerando desfasamentos entre entregas.



Fig. 39- Equivalência entre veículos e pseudo-veículos.

Mais geralmente, se existir um veículo que realize uma rota de  $2^k$  em  $2^k$  dias, então podemos considerar que temos  $2^{j-k}$  pseudo-veículos que realizam uma rota de  $2^j$  em  $2^j$  dias, com  $j \geq k$ .

Por outro lado, a rota limitativa dentro de um cluster será aquela que apresentar o período de reposição mínimo, uma vez que se esta puder ser satisfeita, todas as restantes serão igualmente satisfeitas, dado que os abastecimentos serão feitos conjuntamente.

Por forma a facilitar a coordenação de entregas em clusters distintos, mas utilizando um mesmo veículo, todos os períodos de reposição mínimos de clusters que não são uma potência de dois (clusters estes que só têm uma rota), foram arredondados para uma potência de dois.

Assim sendo, facilmente podemos converter o número de veículos necessários para realizar os abastecimentos a todos os clusters (considerando o tempo de reposição do cluster como o mínimo dos tempos de reposição das rotas nele existentes, nalguns casos arredondado para uma potência de dois), no número de pseudo-veículos necessários, fixando o respectivo período de reposição dos pseudo-veículos numa qualquer potência de dois. Neste caso, escolhemos como período de reposição 1024 dias.

Um raciocínio análogo permite concluir que dispor de 4 veículos de 10 paletas para realizar abastecimentos diários equivale a dispor de 4096 pseudo-veículos para realizar abastecimentos de 1024 em 1024 dias, convertendo-se a restante frota em 1024 pseudo-veículos para cada uma das restantes capacidades.

Considerando agora apenas os pseudo-veículos, necessários e disponíveis, para um dos quatro valores de capacidade, há que ter em conta que alguns podem realizar mais do que uma viagem num mesmo dia, desde que a soma das durações totais das viagens realizadas não exceda as 13 horas, o que nos permite reduzir o número de pseudo-veículos necessários, concluindo que a frota disponível é suficiente para realizar a política de abastecimentos proposta.

A tabela 26 exemplifica o processo para os veículos de 5 paletas. Numa primeira análise seriam necessários 1256 pseudo-veículos, correspondentes aos indicados pelo algoritmo, mas que realizam abastecimentos de 1024 em 1024 dias, quando apenas dispomos de 1024.

No entanto, dos 512 pseudo-veículos necessários para realizar os abastecimentos do cluster 7, 384 poderão, com duas viagens diárias, abastecer simultaneamente os clusters 42, 28, 49, 35, 63, 56 e 70.

Para representar situações como a descrita anteriormente, na coluna “Grupo de Reposição”, da tabela 26, o número indicado representa o grupo de reposição a que os pseudo-veículos pertencem, usando-se a letra A para identificar os pseudo-veículos que são realmente necessários e a letra B para referenciar casos em que não são necessários os pseudo-veículos, visto poder ser utilizado um pseudo-veículo do mesmo grupo (identificado através da letra A), bastando para tal aumentar o número de viagens diárias (como

indicado na coluna respectiva da tabela 26), mas respeitando a condição da soma das durações das viagens não ultrapassar as 13 horas.

Se os restantes 128 pseudo-veículos, necessários para realizar os abastecimentos do cluster 7, realizarem três viagens num único dia, então abastecem os clusters 14 e 21, reduzindo-se o total de pseudo-veículos necessários a 616, pelo que a frota disponível é suficiente.

Cluster	Período de Reposição (dias)	Potência	Quantidade (paletas)	Duração da Viagem (horas)	Nº de Pseudo-Veículos Necessários	Grupo de Reposição	Nº Viagens Diárias
7	2	1	3,78	3,29	384	1A	2
7	2	1	3,78	3,29	128	2A	3
14	6	3	4,62	3,29	128	2B	
21	8	3	5	3,93	128	2B	
42	13	4	4,8	5,29	64	1B	
28	14	4	4,83	4,54	64	1B	
49	14	4	4,92	6,54	64	1B	
35	15	4	4,76	3,83	64	1B	
63	15	4	4,77	5,14	64	1B	
56	27	5	5	8,45	32	1B	
70	28	5	4,96	9,51	32	1B	
84	32	5	5	10,63	32	3A	1
77	33	6	4,87	10,78	16	4A	1
91	64	6	5	10,77	16	5A	1
98	64	6	4,23	12,95	16	6A	1
105	128	7	3,29	12,94	8	7A	1
112	128	7	3,39	13,03	8	8A	1
126	256	8	0,833	12,35	4	9A	1
119	256	8	1,2	13,11	4	10A	1
Total=					1256	616	

**Tab. 26-** Número de pseudo-veículos necessários para realizar os abastecimentos, considerando que estes são feitos de 1024 em 1024 dias.

Análises idênticas foram feitas para os clusters abastecidos por veículos com capacidades iguais a 6, 8 e 10 paletas (ver anexo 9), demonstrando-se a viabilidade da solução proposta para a frota disponível.

## 7. Conclusões e Perspectivas Futuras

No presente trabalho aplica-se um conjunto de metodologias para a determinação simultânea das frequências ótimas de abastecimento de um conjunto de produtos, a um conjunto de pontos de entrega, e das rotas a utilizar no processo de distribuição, com o objectivo de minimizar os custos médios, a longo prazo, de inventário e transporte, considerando um horizonte de tempo infinito.

Aplicadas a um caso prático real, a gama de produtos congelados da Nestlé, estas metodologias visam introduzir melhorias significativas no processo de distribuição logística da empresa, integrando duas importantes funções logísticas – a gestão de inventário e a construção de rotas de abastecimento.

Com base nas estimativas da média e da variância da procura diária para cada item (entendido como um produto, no respectivo ponto de entrega), foram ajustadas relações que permitem definir a variância como uma potência da média. Para tal, e após adequadas transformações das variáveis, foi usado um modelo de regressão linear simples, que apresentou um coeficiente de correlação igual a 96%, com resíduos independentes, com variância constante e claramente normais.

Verificou-se ainda que a procura diária por item segue uma distribuição lognormal, podendo considerar-se que a soma de cinco ou mais variáveis com distribuição lognormal, ainda que com diferentes médias e variâncias, já segue uma distribuição normal.

Com base na informação fornecida pela empresa responsável pela distribuição dos produtos em análise, foi identificada a estrutura dos custos de inventário, encomenda e distribuição e estimados os parâmetros respectivos.

O algoritmo usado na afectação dos itens a rotas baseia-se na fórmula do lote económico e em políticas que apenas aceitam como períodos de reposição múltiplos de uma potência de dois, utilizando na resolução dos vários *TSP's* duas heurísticas (uma modificação da inserção de custo mínimo e o vizinho mais próximo).

A implementação computacional do modelo apresenta tempos de execução de ordem exponencial, embora aceitáveis para o número de itens em análise (cerca de 1.5 horas, trabalhando com 5617 itens, e de 30 minutos, para 3937 itens), desde que sejam consideradas restrições de capacidade para os veículos envolvidos no processo de abastecimento.

Dois factores ressaltam como fundamentais na afectação dos itens às diferentes rotas e, conseqüentemente, aos diferentes clusters. Por um lado, a proximidade geográfica das localidades a que pertence cada um dos itens (que se vai tornando cada vez menos evidente, à medida que o número de

itens ainda não afectado vai sendo cada vez menor) e, por outro, a procura média associada a cada um deles (quanto maior a procura média, menor o período de reposição correspondente).

Os custos de posse, por serem muito semelhantes entre si, parecem ter pouca influência no processo de afectação. Por sua vez, os custos de entrega, caso sejam muito baixos, permitem a definição de períodos de reposição inferiores aos que seriam de esperar para o item, tendo em conta a ordem de grandeza da sua procura média diária.

O algoritmo conduz a uma política de reabastecimento de *stock* em que cada veículo faz geralmente um pequeno número de rotas (uma ou duas), visitando poucas localidades (seis ou menos), mas levando um número elevado de produtos distintos. O uso de heurísticas diferentes na resolução dos *TSP's* conduz a soluções idênticas, exceptuando no número de pontos de entrega abastecidos por cada veículo, onde a heurística do vizinho mais próximo origina piores resultados.

As taxas de ocupação dos veículos são, geralmente, superiores a 90%, conduzindo nalguns casos a rotas com comprimento muito elevado. Isto acontece sobretudo nos últimos clusters a serem criados devido, por um lado, a já existirem poucos produtos para afectação, o que leva a que haja uma maior variabilidade, quer do número de localidades, quer do número de pontos de entrega distintos, e por outro, à procura média de cada item ser muito baixa, pelo que aumenta o número de itens necessários para completar um camião.

A existência de taxas de procura muito baixas, para alguns itens, origina ainda períodos de reposição muito elevados e irrealistas (516 em 516 dias ou 1024 em 1024 dias). Para uma implementação prática do modelo dever-se-á começar por excluir da análise itens cujo consumo seja esporádico, podendo estudar-se, numa segunda fase, a programação das entregas desses itens, aproveitando a capacidade remanescente dos veículos afectados a rotas que sirvam os pontos de entrega respectivos.

A inclusão de restrições temporais (no que respeita à duração das rotas) piora, obviamente, as taxas de ocupação dos veículos (a média de ocupação passa de 96% para 75%). Verifica-se, no entanto, que quando um veículo tem uma percentagem de ocupação muito baixa, relativamente à sua capacidade, então é porque a restrição temporal se encontra activa.

No que respeita a variáveis importantes para a afectação dos itens a rotas, as conclusões são idênticas ao caso em que apenas se consideravam restrições de capacidade, embora a proximidade geográfica entre localidades pertencentes a um mesmo cluster se torne mais evidente.

Foram ainda dimensionados à *posteriori stocks* de segurança que garantem, para cada item, com 90% de confiança, a ausência de rotura durante o intervalo de tempo entre reabastecimentos sucessivos.

É de salientar que as abordagens conhecidas ao problema em análise (definição integrada de períodos de reposição de *stocks* e de rotas de distribuição, em sistemas multi-item e para um horizonte temporal infinito) consideram, tipicamente, a procura determinística e, portanto, a questão do dimensionamento dos *stocks* de segurança, quer ao nível dos entrepostos de distribuição, quer ao nível dos pontos de entrega, não se coloca.

Quando, numa abordagem mais realista, se pretender considerar explicitamente a variabilidade (aleatória) da procura, é evidente que os *stocks* de segurança (e os custos respectivos) têm de ser tidos em consideração, até porque no seu dimensionamento intervém de forma crítica o intervalo de tempo entre abastecimentos sucessivos. Sendo este período de reposição uma variável endógena do modelo, seria interessante que este contemplasse também os custos de posse associados aos *stocks* de segurança.

Restrições de tempo para a realização deste trabalho não permitiram que se considerasse esta vertente do problema que constitui uma oportunidade (e um desafio, face à complexidade acrescida) para desenvolvimentos futuros.

Mostrou-se ainda a viabilidade da solução encontrada, no que respeita ao número de veículos necessários, através de um escalonamento, ainda que grosseiro, da frota de veículos actualmente existente.

É de referir que dificuldades na obtenção da informação criaram constrangimentos sérios ao normal desenvolvimento deste trabalho dentro do prazo estabelecido, inviabilizando, nomeadamente, o tratamento da distribuição a Norte de Coimbra (feita a partir do entreposto do Porto, cuja existência só nos foi apontada numa fase quase terminal), a análise criteriosa da adequação das soluções propostas (designadamente, em termos comparativos com a situação actual) e as sempre recomendáveis análises de sensibilidade relativamente a parâmetros e assunções do modelo.

Em todo o trabalho, assumiu-se que uma quantidade suficiente de produto está sempre disponível para distribuição e foi ignorada a coordenação entre a capacidade e escalonamento da produção e o processo de distribuição. Contudo é muitas vezes necessário coordenar produção, armazenagem e transporte.

Por não se ter podido obter atempadamente a informação necessária, não foram consideradas janelas temporais para entrega dos produtos nos clientes, o que muitas vezes limita o conjunto de rotas admissíveis, nem a capacidade máxima de armazenagem disponível em cada ponto de entrega, o que poderá influenciar a definição dos períodos de reposição.

No processo de afectação de veículos (com capacidades distintas) aos diferentes clusters foi adoptado um procedimento cíclico, não se conhecendo a sensibilidade dos resultados obtidos a variações deste processo. Poder-se-

ão investigar modelos que, de alguma forma, incorporem desde o início o escalonamento da frota.

Nota-se ainda que as restrições relativas, quer à capacidade do veículo, quer à duração máxima permitida para um dia de trabalho, apenas estão activas na rota mais larga de cada cluster, pelo que, para as restantes rotas, ainda poderiam ser realizados reabastecimentos de outros itens juntamente com os itens dessa rota.

Esta e qualquer uma das considerações feitas nos quatro parágrafos anteriores poderão igualmente constituir áreas de investigação a desenvolver no futuro.

**Bibliografia**

- [1] ANILY, Shoshana, “Multi-item replenishment and storage problem (MIRSP): heuristics and bounds”, 1991, *Operatins Research*, 39, 233 – 243;
- [2] ANILY, S. e FEDERGRUEN, A., “One warehouse multiple retailer systems with vehicle routing costs”, 1990, *Management Science*, 36, 92 – 114;
- [3] ANILY, S. e FEDERGRUEN, A., “Rejoinder to comments on one-warehouse multiple retailer systems with vehicle routing costs”, 1991, *Management Science*, 37, 1497 – 1499;
- [4] ANILY, S. e FEDERGRUEN, A., “ Two-echelon distribution systems with vehicle routing costs and central inventories”, 1993, *Operations Research*, 41, 37 – 47;
- [5] BLUMENFELD, D. E., BURNS, L. D., e DILTZ, J. D., “Analyzing trade-offs between transportation, inventory and production costs on freight networks”, 1985, *Transportation Research*, 19B, 361 – 380;
- [6] BRAMEL, Julien e SIMCHI-LEVI, David, *The Logic of Logistics*, 1997, Springer Series in Operations Research;
- [7] BROWN, R. G., *Statistical Forecasting for Inventory Control*, 1959, McGraw-Hill;
- [8] BURNS, L. D., HALL, R. W. e BLUMENFELD, D. E., “Distribution strategies that minimize transportation and inventory costs”, 1985, *Operations esearch*, 33, 469 – 490;
- [9] CARDOSO, Vasco, *Fundamental do TURBO PASCAL 6 e 7*, 1997, FCA;
- [10] CERNY, V., “A thermodynamical approach to the traveling salesmen problem”, 1985, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45, 41-51;
- [11] CHIEN, T., BALAKRISHNAN, A. e WONG, R., “An integrated inventory allocation and vehicle routing problem”, 1989, *Transportation Science*, 23(2), 67-76;
- [12] DROR, M. e BALL, M., “Inventory/routing: reduction from an annual to a short period problem”, 1987, *Naval Research Logistics Quarterly*, 34(6), 891-905;
- [13] FEDERGRUEN, A. e ZHENG, Y. S., “The joint replenishment problem with general joint cost structures”, 1992, *Operations Research*, 40, 384 – 403;
- [14] FEDERGRUEN, Awi e ZIPKIN, Paul, “A combined vehicle routing and inventory allocation problem”, 1984, *Operations Research*, 32,1019 – 1037;

- [15] GALLEGO, G. e SIMCHI-LEVI, D., "On the Effectiveness of Direct Shipping Strategy for the One-warehouse Multi-retailer R-systems", 1990, *Management Science*, 36, 240-243;
- [16] GLOVER, F. e, TAILLARD, E. e DE WERRA, D., "A user's guide to tabu search", 1993, *Annals of Operations Research*, 41, 3-28;
- [17] GOLDBERG, D.E., *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, 1989, Addison-Wesley;
- [18] GOLDEN, B., ASSAD A. e DAHL, R., "Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component", 1984, 7, *Large Scale Systems*, 181-190;
- [19] GRAVES, S. C., RINNOOY KAN, A. H. G. e ZIPKIN, P. H. editores, *Handbook in Operatins Research and Management Science*, 1993, volume 4, North-Holland;
- [20] HALL, Randolph W., "Comments on one-warehouse multiple retailer systems with vehicle routing costs", 1991, *Management Science*, 37, 1496 – 1497;
- [21] HOLLAND, J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, 1975, The University of Michigan Press;
- [22] JOHNSTON, F. R., TAYLOR, S. J. e OLIVEIRA, R. M. M. C., " Setting company stocks levels", 1988, *Journal Operational Research Society*, vol. 39, Nº1, 15 – 21;
- [23] KIRKPATRICK, S., GELATT, Jr. C. D. e VECCHI, M. P., "Optimization by simulated annealing", *Science*, 220, 671-680;
- [24] O'BRIEN, Stephen K., *TURBO PASCAL The Complete Reference*, 1988, McGraw-Hill;
- [25] OLIVEIRA, R.M.M.C., Response curves for multi-item stock control, MSc. Dissertation, Universidade de Warwick, 1979;
- [26] PIRLOT, Marc, "General local search methods", 1996, *EJOR*, 93, 493-511;
- [27] QU, Wendy W., BOOKBINDER, James H. e IYOGUN, Paul, "An integrated inventory-transportation system with modified periodic policy for multiple products", 1999, *EJOR*, 115, 254 – 269;
- [28] STALK, P. Evans e SHULMAN, L. E., " Competing on capabilities: the new rules for corporate strategy", 1992, *Harvard Business Review*, Nº 2, 57 – 69;

[29] STEVENS, C. F., “On the variability of demand for families of items”, 1974, *Operational Research Quarterly*, vol. 25, N° 3, 411 – 419;

[30] VISWANATHAN, S. e MATHUR, K., “Integrating routing and inventory decisions in one warehouse multi-retailer multi-product distribution systems”, 1997, *Management Science*, 43(3), 294 – 312.

# Anexos

## 1. Convexidade da Função Custo por Unidade de Tempo

Neste anexo demonstra-se a convexidade da função custo por unidade de tempo, propriedade fundamental na demonstração da qualidade das soluções obtidas, quando usamos políticas múltiplas de uma potência de dois.

Consideremos a função  $f(T) = \frac{A}{T} + c_1r + gT$ , com  $T \geq 0$ . Pretendemos mostrar que  $f$  é convexa, ou seja, que

$$f(\alpha T_1 + (1-\alpha)T_2) \leq \alpha f(T_1) + (1-\alpha)f(T_2), \quad 0 \leq \alpha \leq 1, T_1, T_2 > 0.$$

Consideremos então  $0 \leq \alpha \leq 1, T_1, T_2 > 0$ , quaisquer mas fixos.

$$f(\alpha T_1 + (1-\alpha)T_2) \leq \alpha f(T_1) + (1-\alpha)f(T_2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\alpha T_1 + (1-\alpha)T_2} + c_1r + g(\alpha T_1 + (1-\alpha)T_2) \leq \alpha \left( \frac{A}{T_1} + c_1r + gT_1 \right) + (1-\alpha) \left( \frac{A}{T_2} + c_1r + gT_2 \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\alpha T_1 + (1-\alpha)T_2} \leq \alpha \frac{A}{T_1} + (1-\alpha) \frac{A}{T_2} \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha T_1 + (1-\alpha)T_2} \leq \alpha \frac{1}{T_1} + (1-\alpha) \frac{1}{T_2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\alpha T_1 + (1-\alpha)T_2} \leq \frac{\alpha T_2 + (1-\alpha)T_1}{T_1 T_2} \Leftrightarrow T_1 T_2 \leq (\alpha T_2 + (1-\alpha)T_1)(\alpha T_1 + (1-\alpha)T_2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_1 T_2 \leq \alpha^2 T_1 T_2 + \alpha(1-\alpha)T_2^2 + \alpha(1-\alpha)T_1^2 + (1-\alpha)^2 T_1 T_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_1 T_2 \leq \alpha^2 T_1 T_2 + \alpha(1-\alpha)T_2^2 + \alpha(1-\alpha)T_1^2 + T_1 T_2 + \alpha^2 T_1 T_2 - 2\alpha T_1 T_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha(1-\alpha)T_2^2 + \alpha(1-\alpha)T_1^2 - 2\alpha(1-\alpha)T_1 T_2 \geq 0 \Leftrightarrow \alpha(1-\alpha)(T_1 - T_2)^2 \geq 0$$

Atendendo a que a última desigualdade é uma preposição verdadeira, podemos concluir que  $f$  é convexa.

Apresenta-se o inquérito a realizar aos pontos de entrega, com vista à avaliação da sua capacidade de armazenagem e do modelo utilizado nas previsões do consumo, por forma a poderem ser corrigidas as estimativas da procura diária, obtidas a partir das notas de encomenda.



## Inquérito aos Produtos da Nestlé Comercializados pela Vagelpam

Ponto de entrega: \_\_\_\_\_

1. Qual o processo que utiliza para prever o consumo num dado período?

- |  | Vegetais                 | Carne/Peixe              | Ultracongelados          | Sobremesas               |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| - baseia-se somente no consumo verificado no período anterior. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| - possui programas informáticos que efectuam essa previsão.    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- Indique quais.

Vegetais \_\_\_\_\_

Carne/Peixe \_\_\_\_\_

Ultracongelados \_\_\_\_\_

Sobremesas \_\_\_\_\_

2. Em que circunstâncias coloca uma encomenda de produto:

- |   | Vegetais                 | Carne/Peixe              | Ultracongelados          | Sobremesas               |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| - no dia, semanal ou mensal, destinado à colocação das encomendas.                                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| - quando o nível de existências desce abaixo do respectivo valor mínimo aceitável. Indique esse mínimo. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| - outro (explícite qual).   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Vegetais \_\_\_\_\_

Carne/Peixe \_\_\_\_\_

Ultracongelados \_\_\_\_\_

Sobremesas \_\_\_\_\_

3. A avaliação das existências em armazém é feita:

- |  |                          |                          |                          |                          |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|  | Vegetais                 | Carne/Peixe              | Ultracongelados          | Sobremesas               |
| - por contagem periódica.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| - através de um sistema de controlo de stocks que regista automaticamente as entradas e saídas de armazém. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

4. As suas encomendas respeitam a quantidades de produto superiores às que prevê serem necessárias, constituindo o excesso uma reserva de segurança?

	Sim	Não
Vegetais	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Carne/Peixe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ultracongelados	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sobremesas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5. Caso tenha respondido afirmativamente à resposta da pergunta anterior, indique o valor de que são acrescentadas (em termos percentuais relativamente às quantidades estritamente necessárias face às previsões de consumos).

Vegetais	_____
Carne/Peixe	_____
Ultracongelados	_____
Sobremesas	_____

6. Indique a dimensão do espaço que dispõe para armazenagem de produtos.

Vegetais	_____
Carne/Peixe	_____
Ultracongelados	_____
Sobremesas	_____

### 3. Localidades Distintas Sem Restrição de Capacidade

As tabelas seguintes mostram as localidades distintas que constituem cada uma das rotas, obtidas quando os *TSP's* foram resolvidos usando a modificação da inserção de custo mínimo e a heurística do vizinho mais próximo. Pretende-se avaliar se existe proximidade geográfica entre as localidades que formam cada rota.

#### 3.1. Modificação da Heurística da Inserção de Custo Mínimo

Rota	Localidade
1	AZAMBUJA
1	LOURES
2	AZAMBUJA
2	LOURES
3	ALBUFEIRA
3	ALCANENA
3	ALENQUER
3	ALGES
3	ALMADA
3	ALMANSIL
3	ALVERCA
3	AMADORA
3	ARMAÇAO PERA
3	AVEIRO
3	AZAMBUJA
3	BARREIRO
3	BRAGA
3	CACEM
3	CAMARATE
3	CARNAXIDE
3	CARTAXO
3	CARVALHOS
3	CASCAIS
3	CASTELO BRANCO
3	CASTELO DE VIDE
3	COIMBRA
3	ERMESINDE
3	ESTARREJA
3	ESTORIL
3	EVORA
3	GONDOMAR
3	GUIMARAES
3	LAGOA
3	LEIRIA
3	LINDA A VELHA
3	LISBOA
3	LOULE
3	LOURES
3	LOUROSA
3	MAIA

Rota	Localidade
3	MATOSINHOS
3	MEM MARTINS
3	MINDE
3	MONTE DA CAPARICA
3	MONTEMOR O VELHO
3	ODIVELAS
3	OEIRAS
3	OUREM
3	PACOS FERREIRA
3	PAREDE
3	PORTIMAO
3	PORTO
3	POVOA SANTA IRIA
3	POVOA SANTO ADRIAO
3	QUARTEIRA
3	QUELUZ
3	RIO MAIOR
3	RIO MOURO
3	SACAVEM
3	SANGALHOS
3	SANTA MARIA FEIRA
3	SANTAREM
3	SAO MAMEDE INFESTA
3	SARDOAL
3	SEIXAL
3	SENHORA DA HORA
3	SETUBAL
3	SOBREDA CAPARICA
3	TOMAR
3	TORTOSENDO
3	VALONGO
3	VIANA DO CASTELO
3	VIEIRA DE LEIRIA
3	VILA FRANCA XIRA
3	VILA NOVA FAMALICAO
3	VILA NOVA GAIA
3	VILAMOURA
3	VISEU
4	ABRANTES
4	ALCOBACA

**Anexo 3 – Localidades Distintas Sem Restrição de Capacidade**

<b>Rota</b>	<b>Localidade</b>
4	ALCOENTRE
4	ALJEZUR
4	AVEIRAS DE CIMA
4	BEJA
4	BOMBARRAL
4	CALDAS DA RAINHA
4	EVORA
4	FARO
4	LAGOS
4	LAMEGO
4	MATOSINHOS
4	MIRA SINTRA
4	OBIDOS
4	ODECEIXE
4	PALMELA
4	PENAFIEL
4	PERO PINHEIRO
4	POVOA DE VARZIM
4	RIO TINTO
4	ROGIL
4	SANTO TIRSO
4	SÃO BARTOLOMEU MESSINES
4	SILVES
4	SINTRA
4	TERRUGEM
4	VALONGO
4	VILA NOVA GAIA
5	ABRANTES
5	AGUEDA
5	ALCANEDE
5	AMADORA
5	ATOUGUIA DA BALEIA
5	AVEIRO
5	BRAGANCA
5	CALDAS DA RAINHA

<b>Rota</b>	<b>Localidade</b>
5	CARVOEIRO
5	CHAMUSCA
5	CHAVES
5	ENTRONCAMENTO
5	FERREIRA ZEZERE
5	GUARDA
5	LISBOA
5	LOURES
5	MACEDO DE CAVALEIROS
5	MIRANDELA
5	MONTE GORDO
5	MONTIJO
5	OLHAO
5	PENICHE
5	PORTO
5	RIACHOS
5	SAMORA CORREIA
5	SÃO BARTOLOMEU MESSINES
5	TAVIRA
5	TORRES NOVAS
5	TORRES VEDRAS
5	VILA NOVA CACELA
5	VILA REAL SANTO ANTONIO
5	UISEU
6	ALCACER SAL
6	BRAGA
6	ERMESINDE
6	SACAVEM
6	SAGRES
6	SEIXAL
6	TORRES VEDRAS
6	VILA DO BISPO
7	AVEIRO
7	MALVEIRA

### 3.2. Heurística do Vizinho Mais Próximo

Rota	Localidade
1	AZAMBUJA
1	LOURES
2	ALMADA
2	ALVERCA
2	AMADORA
2	AZAMBUJA
2	CACEM
2	CARNAXIDE
2	CASAL CAMBRA
2	CASCAIS
2	ESTORIL
2	LINDA A VELHA
2	LISBOA
2	LOURES
2	OEIRAS
2	PAREDE
2	QUELUZ
3	ABRANTES
3	ALBUFEIRA
3	ALCANENA
3	ALCOENTRE
3	ALGES
3	ALMADA
3	ALMANSIL
3	ALVERCA
3	AMADORA
3	AVEIRO
3	AZAMBUJA
3	BARREIRO
3	BRAGA
3	CACEM
3	CAMARATE
3	CARNAXIDE
3	CARTAXO
3	CARVALHOS
3	CASCAIS
3	CASTELO BRANCO
3	CASTELO DE VIDE
3	COIMBRA
3	ERMESINDE
3	ESTARREJA
3	ESTORIL
3	EVORA
3	GUIMARAES
3	LEIRIA
3	LINDA A VELHA
3	LISBOA

Rota	Localidade
3	LOULE
3	LOURES
3	LOUROSA
3	MAIA
3	MATOSINHOS
3	MEM MARTINS
3	MINDE
3	MONTE DA CAPARICA
3	MONTEMOR O VELHO
3	OEIRAS
3	PACOS FERREIRA
3	PAREDE
3	PORTO
3	POVOA SANTA IRIA
3	POVOA SANTO ADRIAO
3	QUARTEIRA
3	QUELUZ
3	RIO MAIOR
3	RIO MOURO
3	SACAVEM
3	SANGALHOS
3	SANTA MARIA FEIRA
3	SANTAREM
3	SAO MAMEDE INFESTA
3	SARDOAL
3	SEIXAL
3	SENHORA DA HORA
3	SETUBAL
3	SOBREDA CAPARICA
3	TORTOSENDO
3	VALONGO
3	VIANA DO CASTELO
3	VIEIRA DE LEIRIA
3	VILA FRANCA XIRA
3	VILA NOVA FAMALICAO
3	VILA NOVA GAIA
3	VILAMOURA
3	ISEU
4	ABRANTES
4	AGUEDA
4	ALCANEDE
4	ALENQUER
4	AMADORA
4	ARMACAO PERA
4	AVEIRAS DE CIMA
4	AVEIRO
4	BEJA

**Anexo 3 – Localidades Distintas Sem Restrição de Capacidade**

<b>Rota</b>	<b>Localidade</b>
4	BOMBARRAL
4	CALDAS DA RAINHA
4	CARVOEIRO
4	CHAMUSCA
4	ENTRONCAMENTO
4	EVORA
4	FARO
4	GONDOMAR
4	LAGOA
4	LAMEGO
4	LISBOA
4	MATOSINHOS
4	MIRA SINTRA
4	MONTIJO
4	OBIDOS
4	ODIVELAS
4	OLHAO
4	OUREM
4	PALMELA
4	PENAFIEL
4	PORTIMAO
4	POVOA DE VARZIM
4	RIACHOS
4	RIO TINTO
4	SANTO TIRSO
4	SAO BARTOLOMEU MESSINES
4	SILVES
4	SINTRA
4	TERRUGEM
4	TORRES NOVAS
4	VALONGO
4	VILA NOVA GAIA
5	ALJEZUR
5	ATOUGUIA DA BALEIA

<b>Rota</b>	<b>Localidade</b>
5	BRAGANCA
5	CALDAS DA RAINHA
5	CHAVES
5	FERREIRA ZEZERE
5	GUARDA
5	LAGOS
5	LISBOA
5	LOURES
5	MACEDO DE CAVALEIROS
5	MIRANDELA
5	MONTE GORDO
5	ODECEIXE
5	PENICHE
5	PERO PINHEIRO
5	PORTO
5	ROGIL
5	TAVIRA
5	TORRES VEDRAS
5	VILA NOVA CACELA
5	VILA REAL SANTO ANTONIO
5	UISEU
6	BRAGA
6	ERMESINDE
6	SACAVEM
6	SAGRES
6	SAMORA CORREIA
6	SEIXAL
6	TORRES VEDRAS
6	VILA DO BISPO
7	ALCACER SAL
7	ALCOBACA
7	AVEIRO
7	MALVEIRA
7	TOMAR

#### 4. Características das Rotas Com Restrição de Capacidade

Neste anexo é feita uma caracterização de cada uma das rotas criadas pelo algoritmo. Apresenta-se o número de itens que as constituem, bem como as médias da procura média, dos custos de entrega e dos custos de posse, para os vários itens que pertencem a cada uma das rotas.

Pretende-se identificar quais as variáveis mais importantes na determinação dos períodos de reposição, pelo que a tabela está ordenada pela coluna relativa a este período.

A análise é realizada quer quando os *TSP's* são resolvidos usando a heurística da inserção de custo mínimo modificada, quer quando são resolvidos utilizando a heurística do vizinho mais próximo.

##### 4.1. Modificação da Heurística da Inserção de Custo Mínimo

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
2	1	1	2	491,541	1993,287	1,886
3	1	1	2	473,865	1993,287	1,728
4	1	1	2	416,956	1993,287	1,728
6	1	1	2	216,700	1993,287	1,886
7	1	1	2	204,000	1993,287	1,728
1	1	17	2	23,897	0,000	1,671
5	1	1	3	360,000	1993,287	1,333
1	2	5	4	12,802	0,000	1,785
10	1	30	4	7,016	0,000	1,863
16	1	21	4	12,490	1044,103	2,122
22	1	69	4	1,920	0,000	1,850
11	1	2	5	93,167	1993,287	1,728
8	1	1	5	181,477	1993,287	1,886
20	1	2	6	42,682	1993,287	2,054
15	1	2	6	101,215	1993,287	1,420
14	1	1	6	103,940	1993,287	1,383
12	1	2	6	58,333	2989,931	1,807
29	1	5	7	23,323	1993,287	2,380
44	1	10	7	21,378	1993,287	1,350
26	1	3	7	38,047	1993,287	1,768
25	1	4	7	45,219	1993,287	1,511
31	1	10	7	13,442	2989,931	1,827
23	1	7	7	16,988	1993,287	2,381
30	1	9	7	15,355	2989,931	1,798
19	1	2	7	67,992	1993,287	1,464
33	1	5	7	37,695	1993,287	1,138
17	1	2	7	72,550	1993,287	1,807
13	1	1	7	86,500	1993,287	1,728
18	1	3	7	50,073	2989,931	1,597
50	1	24	8	8,684	1993,287	1,474

**Anexo 4 – Características das Rotas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
39	1	38	8	3,102	629,459	1,787
37	1	1	8	120,000	2989,931	1,728
36	1	1	8	120,000	2989,931	1,728
46	1	23	8	4,506	2513,275	1,755
45	1	16	8	14,561	1993,287	1,252
59	1	29	8	4,281	2989,931	1,507
32	1	7	8	22,568	1993,287	1,469
27	1	28	8	3,003	1174,616	3,058
24	1	26	8	4,602	0,000	2,129
21	1	24	8	2,802	0,000	1,974
40	1	46	8	2,510	1819,958	1,980
10	2	12	8	5,430	0,000	1,754
9	1	1	8	135,000	1993,287	1,728
22	2	49	8	1,381	0,000	2,419
34	1	2	11	27,447	2989,931	1,728
48	1	1	12	50,000	2989,931	1,728
49	1	1	13	40,000	2989,931	1,728
28	1	2	14	46,032	1993,287	1,102
42	1	3	14	11,984	2989,931	1,761
56	1	5	15	7,084	2989,931	1,722
66	1	35	15	2,763	2733,651	1,466
41	1	9	15	4,250	2989,931	1,757
43	1	12	15	4,871	0,000	2,002
35	1	4	15	9,075	2989,931	1,574
68	1	45	15	1,170	1550,334	2,167
57	1	33	15	2,392	0,000	1,437
54	1	112	15	0,497	0,000	1,871
53	1	5	15	15,049	0,000	1,847
51	1	16	15	5,273	2616,189	1,487
38	1	1	15	72,000	2989,931	1,728
47	1	2	15	26,967	2989,931	1,807
64	1	141	16	0,549	996,644	1,924
78	1	28	16	2,927	2669,581	1,555
58	1	42	16	1,826	2562,798	1,559
59	2	41	16	0,690	1750,203	1,728
60	1	25	16	3,395	3488,252	1,652
61	1	48	16	1,123	2927,640	1,620
39	2	29	16	0,442	0,000	2,202
71	1	170	16	0,502	1210,629	1,614
93	1	124	16	0,625	2314,785	1,593
69	1	19	16	2,732	2989,931	1,549
99	1	128	16	0,666	3122,297	1,516
65	1	2	17	30,000	2989,931	1,728
55	1	1	18	35,000	2989,931	1,728
75	1	2	21	19,667	3488,252	1,728
67	1	4	22	11,079	996,644	2,066
72	1	4	26	7,818	996,644	2,765
85	1	5	26	7,052	1195,972	2,582

#### Anexo 4 – Características das Rotas Com Restrição de Capacidade

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
81	1	3	27	14,161	2989,931	1,597
70	1	1	27	20,000	2989,931	1,728
63	1	1	27	20,000	4484,896	1,728
82	1	7	27	5,434	854,266	1,643
73	1	3	28	11,256	1328,858	1,893
87	1	5	29	6,496	0,000	2,094
83	1	6	29	3,415	0,000	2,421
88	1	4	29	8,801	1744,126	1,807
76	1	1	29	20,000	2989,931	1,886
52	1	2	29	12,479	0,000	2,449
100	1	65	29	0,715	3656,915	1,568
77	1	1	30	9,996	1993,287	3,111
86	1	26	30	1,497	2299,947	1,692
74	1	4	30	9,708	0,000	1,883
80	1	2	30	18,200	2989,931	1,662
127	1	11	30	3,237	0,000	2,095
116	1	17	30	2,435	703,513	1,682
96	1	5	30	9,516	2989,931	1,394
107	1	9	31	3,308	664,429	2,082
62	1	2	31	10,132	2242,448	2,346
109	1	8	31	5,368	2989,931	1,578
114	1	20	31	2,054	0,000	1,582
115	1	19	31	2,228	1888,377	2,741
106	1	30	31	1,294	498,322	1,969
122	1	23	31	1,974	519,988	1,387
123	1	16	31	1,837	0,000	2,209
89	1	7	31	3,123	0,000	2,149
128	1	66	31	0,557	1132,549	2,039
84	1	3	31	4,015	1993,287	2,669
135	1	31	31	1,233	1928,987	1,582
137	1	79	31	0,437	100,926	2,530
150	1	630	31	0,057	0,000	1,723
121	1	18	31	2,512	2519,293	1,524
94	1	8	31	4,941	996,644	1,635
79	1	8	31	4,806	0,000	1,685
102	1	7	31	4,460	0,000	2,622
95	1	47	31	0,805	0,000	1,806
101	1	12	31	3,079	2989,931	1,421
92	1	5	31	8,326	0,000	2,442
129	1	50	31	0,736	986,677	1,911
99	2	6	32	0,329	1578,019	2,277
124	1	94	32	0,325	3000,533	1,654
120	1	50	32	0,532	2531,475	1,639
136	1	88	32	0,427	2514,260	1,492
32	2	2	32	0,026	0,000	1,377
93	2	2	32	1,037	2989,931	1,819
139	1	27	32	0,351	2657,716	1,267
113	1	65	32	0,558	0,000	1,882

**Anexo 4 – Características das Rotas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
130	1	72	32	0,474	789,009	2,148
141	1	75	32	0,370	1315,569	2,013
90	1	111	32	0,210	53,873	2,225
61	2	19	32	0,181	2098,197	1,362
108	1	40	32	0,971	672,734	1,676
39	3	4	32	0,105	0,000	3,025
97	1	2	47	3,884	1993,287	3,014
91	1	1	47	11,341	2989,931	1,728
104	1	2	49	6,310	3488,252	1,807
126	1	3	53	7,289	2989,931	0,883
119	1	3	53	3,721	0,000	2,028
112	1	2	56	5,497	3488,252	1,489
125	1	6	58	1,900	1993,287	1,834
140	1	5	59	2,233	2989,931	1,541
105	1	2	59	5,278	0,000	1,512
154	1	8	60	0,801	0,000	2,860
138	1	7	60	2,161	0,000	2,163
132	1	6	60	2,198	0,000	1,964
110	1	3	60	3,389	0,000	2,650
151	1	38	61	0,514	2963,703	1,593
117	1	5	61	2,938	2989,931	1,649
156	1	110	61	0,208	2718,119	1,511
147	1	7	61	1,335	2989,931	1,746
145	1	37	61	0,432	2585,886	1,744
133	1	6	62	1,465	2989,931	1,785
118	1	4	62	3,125	4484,896	1,454
159	1	79	63	0,208	2725,000	1,581
153	1	17	63	0,873	4484,896	1,549
152	1	32	63	0,523	3488,252	1,507
155	1	57	63	0,361	2832,566	1,666
146	1	14	63	0,863	4484,896	1,361
103	1	2	63	12,861	2989,931	1,015
143	1	43	63	0,544	0,000	1,472
111	1	4	63	1,855	0,000	2,707
162	1	169	63	0,130	2871,985	1,581
98	1	1	63	8,451	3488,252	1,728
131	1	48	63	0,319	1038,170	1,839
134	1	66	63	0,389	2174,495	1,693
144	1	51	63	0,407	1582,904	1,524
158	1	75	64	0,232	1714,227	1,959
160	1	61	64	0,254	2630,485	1,542
161	1	114	64	0,102	1140,895	1,228
157	1	77	64	0,283	2841,081	1,646
163	1	323	64	0,058	597,060	1,502
164	1	163	64	0,112	3546,339	1,486
139	2	36	64	0,130	1910,233	1,416
39	4	1	64	0,014	0,000	2,305
90	2	2	64	0,033	0,000	2,160

## Anexo 4 – Características das Rotas Com Restrição de Capacidade

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
113	2	1	64	0,017	0,000	2,667
141	2	22	64	0,131	2808,723	1,588
142	1	95	64	0,202	2612,255	1,549
24	2	1	64	0,028	0,000	2,523
148	1	113	64	0,167	1243,599	1,718
149	1	53	64	0,438	2595,034	1,450
149	2	1	128	0,010	2989,931	1,556
164	2	51	128	0,045	2696,800	1,304
164	3	16	256	0,035	3799,703	1,623
164	4	6	512	0,021	2989,931	1,419
164	5	2	1024	0,008	2989,931	0,848
165	1	1	1024	0,006	3488,252	1,556
165	2	1	2048	0,005	2989,931	1,244

### 4.2. Heurística do Vizinho Mais Próximo

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
1	1	17	2	23,897	0,000	1,671
2	1	1	2	491,541	1993,287	1,886
3	1	1	2	473,865	1993,287	1,728
4	1	1	2	416,956	1993,287	1,728
6	1	1	2	216,700	1993,287	1,886
7	1	1	2	204,000	1993,287	1,728
5	1	1	3	360,000	1993,287	1,333
1	2	5	4	12,802	0,000	1,785
22	1	69	4	1,920	0,000	1,850
16	1	21	4	12,490	1044,103	2,122
10	1	30	4	7,016	0,000	1,863
11	1	2	5	93,167	1993,287	1,728
8	1	1	5	181,477	1993,287	1,886
14	1	1	6	103,940	1993,287	1,383
15	1	2	6	101,215	1993,287	1,420
20	1	2	6	42,682	1993,287	2,054
12	1	2	6	58,333	2989,931	1,807
25	1	4	7	45,219	1993,287	1,511
23	1	7	7	16,988	1993,287	2,381
33	1	5	7	37,695	1993,287	1,138
44	1	10	7	21,378	1993,287	1,350
31	1	10	7	13,442	2989,931	1,827
30	1	9	7	15,355	2989,931	1,798
29	1	5	7	23,323	1993,287	2,380
26	1	3	7	38,047	1993,287	1,768
19	1	2	7	67,992	1993,287	1,464
18	1	3	7	50,073	2989,931	1,597
17	1	2	7	72,550	1993,287	1,807

**Anexo 4 – Características das Rotas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
13	1	1	7	86,500	1993,287	1,728
37	1	1	8	120,000	2989,931	1,728
50	1	24	8	8,684	1993,287	1,474
46	1	23	8	4,506	2513,275	1,755
45	1	16	8	14,561	1993,287	1,252
9	1	1	8	135,000	1993,287	1,728
10	2	12	8	5,430	0,000	1,754
59	1	29	8	4,281	2989,931	1,507
40	1	46	8	2,510	1819,958	1,980
27	1	28	8	3,003	1174,616	3,058
39	1	38	8	3,102	629,459	1,787
21	1	24	8	2,802	0,000	1,974
36	1	1	8	120,000	2989,931	1,728
24	1	26	8	4,602	0,000	2,129
32	1	7	8	22,568	1993,287	1,469
22	2	49	8	1,381	0,000	2,419
34	1	2	11	27,447	2989,931	1,728
48	1	1	12	50,000	2989,931	1,728
49	1	1	13	40,000	2989,931	1,728
42	1	3	14	11,984	2989,931	1,761
28	1	2	14	46,032	1993,287	1,102
66	1	35	15	2,763	2733,651	1,466
56	1	5	15	7,084	2989,931	1,722
57	1	33	15	2,392	0,000	1,437
64	1	108	15	0,720	1301,173	1,955
68	1	45	15	1,170	1550,334	2,167
54	1	114	15	0,465	0,000	1,982
53	1	5	15	15,049	0,000	1,847
35	1	4	15	9,075	2989,931	1,574
47	1	2	15	26,967	2989,931	1,807
41	1	9	15	4,250	2989,931	1,757
43	1	12	15	4,871	0,000	2,002
38	1	1	15	72,000	2989,931	1,728
78	1	28	16	2,927	2669,581	1,555
71	1	170	16	0,502	1210,629	1,614
93	1	121	16	0,660	2545,148	1,656
69	1	19	16	2,732	2989,931	1,549
39	2	29	16	0,442	0,000	2,202
100	1	84	16	0,852	2978,066	1,562
51	1	16	16	5,217	2803,060	1,609
61	1	48	16	1,123	2927,640	1,620
60	1	25	16	3,395	3488,252	1,652
59	2	37	16	0,797	1939,414	1,700
58	1	42	16	1,826	2562,798	1,559
65	1	2	17	30,000	2989,931	1,728
55	1	1	18	35,000	2989,931	1,728
75	1	2	21	19,667	3488,252	1,728
67	1	4	22	11,079	996,644	2,066

**Anexo 4 – Características das Rotas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
72	1	4	26	7,818	996,644	2,765
85	1	5	26	7,052	1195,972	2,582
82	1	7	27	5,434	854,266	1,643
81	1	3	27	14,161	2989,931	1,597
70	1	1	27	20,000	2989,931	1,728
63	1	1	27	20,000	4484,896	1,728
73	1	3	28	11,256	1328,858	1,893
87	1	5	29	6,496	0,000	2,094
88	1	4	29	8,801	1744,126	1,807
76	1	1	29	20,000	2989,931	1,886
83	1	6	29	3,415	0,000	2,421
52	1	2	29	12,479	0,000	2,449
102	1	7	29	7,246	2989,931	1,507
77	1	1	30	9,996	1993,287	3,111
74	1	4	30	9,708	0,000	1,883
113	1	22	30	1,878	0,000	1,657
108	1	9	30	4,400	0,000	2,198
96	1	5	30	9,516	2989,931	1,394
80	1	2	30	18,200	2989,931	1,662
130	1	13	30	3,077	0,000	1,969
115	1	17	30	2,435	703,513	1,682
86	1	26	30	1,501	2414,944	1,680
116	1	30	31	1,211	797,315	1,898
124	1	34	31	0,972	1817,409	1,651
123	1	11	31	4,802	2989,931	1,418
120	1	23	31	1,834	2729,937	2,303
122	1	23	31	1,974	519,988	1,387
79	1	8	31	4,806	0,000	1,685
121	1	51	31	0,694	2305,960	1,603
107	1	9	31	3,308	664,429	2,082
106	1	30	31	1,294	498,322	1,969
128	1	19	31	1,582	944,189	2,222
104	1	11	31	2,331	0,000	1,532
112	1	18	31	1,076	0,000	1,572
95	1	47	31	0,805	0,000	1,806
84	1	3	31	4,015	1993,287	2,669
89	1	7	31	3,123	0,000	2,149
150	1	309	31	0,137	638,626	1,576
94	1	8	31	4,941	996,644	1,635
103	1	6	31	5,064	3488,252	1,802
135	1	77	31	0,468	103,547	2,089
99	1	104	31	0,430	3708,664	1,503
101	1	12	31	3,079	2989,931	1,421
62	1	2	31	10,132	2242,448	2,346
127	1	68	31	0,555	923,361	2,153
92	1	5	31	8,326	0,000	2,442
39	3	4	32	0,105	0,000	3,025
134	1	89	32	0,424	2620,389	1,554

#### Anexo 4 – Características das Rotas Com Restrição de Capacidade

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
131	1	79	32	0,259	2989,931	1,596
137	1	95	32	0,273	2360,472	1,537
149	1	112	32	0,355	2527,203	1,631
151	1	473	32	0,080	290,775	1,626
61	2	19	32	0,181	2098,197	1,362
118	1	62	32	0,412	2338,897	1,583
117	1	50	32	0,713	2511,542	1,796
114	1	17	32	2,517	2638,174	1,985
109	1	43	32	0,854	486,733	1,933
90	1	140	32	0,182	42,713	1,917
91	1	1	47	11,341	2989,931	1,728
97	1	2	47	3,884	1993,287	3,014
105	1	2	53	6,554	0,000	1,741
119	1	3	55	1,618	0,000	3,523
140	1	6	56	1,945	2989,931	1,411
125	1	3	57	2,151	0,000	3,122
110	1	3	60	3,389	0,000	2,650
139	1	12	61	1,035	0,000	1,652
147	1	40	61	0,189	0,000	2,535
126	1	9	61	1,163	2657,716	1,747
132	1	6	61	2,116	0,000	1,964
133	1	8	61	1,044	0,000	2,459
148	1	47	63	0,409	2671,853	1,572
142	1	18	63	0,816	0,000	2,518
152	1	70	63	0,226	1708,532	1,789
155	1	65	63	0,335	2667,938	1,636
156	1	107	63	0,216	2654,611	1,591
146	1	19	63	0,638	2360,472	1,798
145	1	40	63	0,405	3812,161	1,520
157	1	114	63	0,186	2491,609	1,562
111	1	4	63	1,855	0,000	2,707
141	1	130	63	0,175	2016,287	1,585
138	1	17	63	1,050	2989,931	1,631
136	1	72	63	0,295	622,902	1,519
98	1	1	63	8,451	3488,252	1,728
144	1	47	63	0,337	318,078	2,086
143	1	26	63	0,759	2146,617	1,559
162	1	178	64	0,090	3507,849	1,513
159	1	320	64	0,040	252,275	1,604
158	1	105	64	0,211	2297,026	1,739
39	4	1	64	0,014	0,000	2,305
154	1	62	64	0,139	2507,684	1,559
153	1	44	64	0,243	3193,789	1,442
60	2	1	64	0,017	0,000	2,593
151	2	5	64	0,047	0,000	1,885
90	2	2	64	0,037	0,000	3,025
24	2	1	64	0,028	0,000	2,523
129	1	70	64	0,232	825,790	2,009
160	1	47	126	0,127	2703,661	1,555

#### Anexo 4 – Características das Rotas Com Restrição de Capacidade

---

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))
161	1	45	126	0,127	2989,931	1,463
158	2	5	128	0,031	1395,301	1,883
162	2	18	128	0,039	4069,628	1,714
162	3	21	256	0,035	2705,175	1,399
162	4	16	512	0,025	2834,205	1,213
162	5	4	1024	0,006	3488,252	1,641

## 5. Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade

Neste caso, são apresentadas, para cada uma das heurísticas utilizadas, as localidades que constituem cada um dos clusters formados, pretendendo-se averiguar se existe proximidade geográfica entre as mesmas.

### 5.1. Modificação da Heurística da Inserção de Custo Mínimo

Cluster	Localidade
1	LOURES
2	AZAMBUJA
3	AZAMBUJA
4	AZAMBUJA
5	AZAMBUJA
6	AZAMBUJA
7	AZAMBUJA
8	AZAMBUJA
9	AZAMBUJA
10	LOURES
11	AZAMBUJA
12	CASCAIS
13	AZAMBUJA
14	AZAMBUJA
15	AZAMBUJA
16	ALVERCA
16	LOURES
17	AZAMBUJA
18	AMADORA
19	AZAMBUJA
20	AZAMBUJA
21	CACEM
21	LOURES
22	ALMADA
22	LISBOA
22	LOURES
23	ALVERCA
24	AZAMBUJA
25	AZAMBUJA
26	AZAMBUJA
27	LISBOA
28	AZAMBUJA
29	AZAMBUJA
30	AMADORA
31	SETUBAL
32	AZAMBUJA
32	VILA FRANCA XIRA
33	AZAMBUJA
34	BARREIRO
35	LISBOA

Cluster	Localidade
36	BRAGA
37	BRAGA
38	AVEIRO
39	ALVERCA
39	LOURES
39	POVOA SANTA IRIA
40	CARNAXIDE
40	CASAL CAMBRA
40	LINDA A VELHA
40	OEIRAS
40	QUELUZ
41	POVOA SANTO ADRIAO
42	ALVERCA
43	ALCANENA
43	AZAMBUJA
43	SANTAREM
44	AZAMBUJA
45	AZAMBUJA
46	ALMADA
46	ALVERCA
47	AVEIRO
48	AVEIRO
49	AVEIRO
50	AZAMBUJA
51	CASCAIS
51	ESTORIL
51	MEM MARTINS
52	TORTOSENDO
53	LOULE
53	SETUBAL
54	ALGES
54	ALMADA
54	AMADORA
54	CACEM
54	CARNAXIDE
54	CASAL CAMBRA
54	LINDA A VELHA
54	LOURES
54	MONTE DA CAPARICA
54	QUELUZ

**Anexo 5 – Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Localidade
54	SOBREDA CAPARICA
55	VILA NOVA GAIA
56	ALMADA
57	BOMBARRAL
57	CALDAS DA RAINHA
57	COIMBRA
57	MONTEMOR O VELHO
57	OBIDOS
58	ALVERCA
59	AMADORA
59	CACEM
59	MEM MARTINS
59	QUELUZ
60	LISBOA
61	LOURES
62	COIMBRA
63	COIMBRA
64	CACEM
64	ESTORIL
64	LINDA A VELHA
64	MEM MARTINS
64	OEIRAS
64	PAREDE
64	RIO MOURO
65	BRAGA
66	ALMADA
66	LISBOA
67	MATOSINHOS
67	SAO MAMEDE INFESTA
68	AZAMBUJA
68	SANTAREM
69	BARREIRO
70	SANTA MARIA FEIRA
71	CAMARATE
71	LISBOA
71	LOURES
71	ODIVELAS
71	SACAVEM
72	MATOSINHOS
72	SAO MAMEDE INFESTA
73	MATOSINHOS
73	SAO MAMEDE INFESTA
74	LOUROSA
74	SANGALHOS
75	VILA NOVA GAIA
76	BRAGA
77	MATOSINHOS
78	SETUBAL
79	MATOSINHOS

Cluster	Localidade
79	RIO MAIOR
79	SAO MAMEDE INFESTA
79	SENHORA DA HORA
80	MAIA
81	VILA NOVA GAIA
82	MATOSINHOS
82	SAO MAMEDE INFESTA
83	EVORA
84	VEISEU
85	MATOSINHOS
85	SAO MAMEDE INFESTA
86	ABRANTES
86	CASTELO BRANCO
86	CASTELO DE VIDE
86	ENTRONCAMENTO
87	LOULE
88	BRAGA
88	VILA NOVA FAMALICAO
89	ESTARREJA
89	PACOS FERREIRA
89	VIEIRA DE LEIRIA
90	ALENQUER
90	ALGES
90	ALMADA
90	ALVERCA
90	AMADORA
90	AZAMBUJA
90	CARNAXIDE
90	LINDA A VELHA
90	LISBOA
90	MONTE DA CAPARICA
90	POVOA SANTA IRIA
90	QUELUZ
90	SEIXAL
90	VILA FRANCA XIRA
91	MAIA
92	MATOSINHOS
92	SAO MAMEDE INFESTA
92	VIANA DO CASTELO
93	CACEM
93	CASCAIS
93	ESTORIL
93	LINDA A VELHA
93	LISBOA
93	LOURES
93	MEM MARTINS
93	MIRA SINTRA
93	PAREDE
93	PERO PINHEIRO

**Anexo 5 – Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Localidade
93	SINTRA
93	TERRUGEM
94	MATOSINHOS
94	SAO MAMEDE INFESTA
95	ALCOBACA
95	BOMBARRAL
95	CALDAS DA RAINHA
95	LEIRIA
95	MONTEMOR O VELHO
95	OBIDOS
95	VIEIRA DE LEIRIA
96	VILA NOVA GAIA
97	MATOSINHOS
98	VILA NOVA GAIA
99	LINDA A VELHA
99	LISBOA
99	OEIRAS
99	POVOA SANTO ADRIAO
100	LOULE
100	PALMELA
100	SETUBAL
101	ALBUFEIRA
102	LOULE
103	MAIA
104	VILA NOVA GAIA
105	SANGALHOS
106	EVORA
107	MATOSINHOS
107	SAO MAMEDE INFESTA
107	SENHORA DA HORA
108	ESTARREJA
108	SANGALHOS
108	SANTA MARIA FEIRA
108	VIEIRA DE LEIRIA
109	MAIA
110	VILA NOVA FAMALICAO
111	TOMAR
111	TORTOSENDO
112	VILA NOVA GAIA
113	ABRANTES
113	ALCANEDE
113	ALCOENTRE
113	AVEIRAS DE CIMA
113	CARTAXO
113	CASTELO DE VIDE
113	CHAMUSCA
113	ENTRONCAMENTO
113	RIACHOS
113	RIO MAIOR

Cluster	Localidade
113	SANTAREM
113	SARDOAL
113	TORRES NOVAS
114	BRAGA
114	CARVALHOS
114	LOUROS
114	VILA NOVA FAMALICAO
114	VILA NOVA GAIA
115	VILA NOVA GAIA
116	MATOSINHOS
116	SAO MAMEDE INFESTA
116	SENHORA DA HORA
117	VILA NOVA FAMALICAO
118	COIMBRA
119	LOULE
120	BARREIRO
120	LOULE
120	MONTIJO
121	VILA NOVA GAIA
122	MATOSINHOS
122	SAO MAMEDE INFESTA
123	LOULE
124	AMADORA
124	CACEM
124	LINDA A VELHA
124	OEIRAS
124	SETUBAL
125	UISEU
126	MAIA
127	VIANA DO CASTELO
128	AVEIRO
128	COIMBRA
128	MONTEMOR O VELHO
128	VIEIRA DE LEIRIA
129	LOUROS
129	PORTO
129	VILA NOVA GAIA
130	ALMANSIL
130	FARO
130	LOULE
131	ALCOBACA
131	COIMBRA
131	LAMEGO
131	MINDE
131	OUREM
131	SANGALHOS
132	TOMAR
132	TORTOSENDO
133	POVOA DE VARZIM

**Anexo 5 – Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Localidade
134	ATOUGUIA DA BALEIA
134	COIMBRA
134	LEIRIA
134	MONTEMOR O VELHO
134	PENICHE
134	TORRES VEDRAS
134	TORTOSENDO
134	VIEIRA DE LEIRIA
135	ESTARREJA
135	MAIA
135	VALONGO
136	EVORA
136	SETUBAL
136	TORTOSENDO
137	ESTARREJA
137	LOUROSA
137	MATOSINHOS
137	PORTO
137	SANTA MARIA FEIRA
137	SAO MAMEDE INFESTA
137	SENHORA DA HORA
137	VALONGO
137	VILA NOVA GAIA
138	VIANA DO CASTELO
139	ALVERCA
139	LOURES
139	SANTO TIRSO
139	VILA FRANCA XIRA
140	MIRANDELA
141	ABRANTES
141	FERREIRA ZEZERE
141	TOMAR
141	TORRES NOVAS
141	TORTOSENDO
141	VISEU
142	ALMADA
142	AMADORA
142	BRAGA
142	CALDAS DA RAINHA
142	LISBOA
142	ODIVELAS
142	TORRES VEDRAS
143	BRAGA
143	ERMESINDE
143	ESTARREJA
143	GONDOMAR
143	GUIMARAES
143	MACEDO DE CAVALEIROS
143	PACOS FERREIRA

Cluster	Localidade
143	SANTA MARIA FEIRA
143	VALONGO
144	BRAGA
144	ESTARREJA
144	MAIA
144	PORTO
144	VILA NOVA FAMALICAO
144	VILA NOVA GAIA
145	ESTARREJA
145	SANTA MARIA FEIRA
145	VALONGO
145	VILA NOVA GAIA
146	MATOSINHOS
147	VILA NOVA GAIA
148	BRAGA
148	ESTARREJA
148	MATOSINHOS
148	SAO MAMEDE INFESTA
148	VILA NOVA FAMALICAO
149	AGUEDA
149	VISEU
150	ALBUFEIRA
150	ALCACER SAL
150	ALJEZUR
150	ALMANSIL
150	ARMACAO PERA
150	LAGOA
150	LAGOS
150	ODECEIXE
150	PORTIMAO
150	QUARTEIRA
150	ROGIL
150	SAO BARTOLOMEU
150	SILVES
150	VILAMOURA
151	MATOSINHOS
151	PENAFIEL
151	RIO TINTO
152	BRAGA
153	ALBUFEIRA
154	VIANA DO CASTELO
155	LOUROSA
155	RIO TINTO
155	SANTA MARIA FEIRA
155	VILA NOVA GAIA
156	AVEIRO
156	LISBOA
156	RIO MOURO
156	SACAVEM

**Anexo 5 – Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Localidade
156	SANTO TIRSO
156	SEIXAL
156	SINTRA
156	VIEIRA DE LEIRIA
156	VILA FRANCA XIRA
156	VILA NOVA GAIA
157	AVEIRO
157	ESTARREJA
157	LEIRIA
157	PORTO
157	SANTA MARIA FEIRA
157	VILA NOVA GAIA
158	MAIA
158	POVOA DE VARZIM
158	SÃO MAMEDE INFESTA
158	VIANA DO CASTELO
159	ALVERCA
159	BRAGANCA
159	MIRANDELA
159	SAMORA CORREIA
159	SANTAREM
159	VILA FRANCA XIRA
160	AVEIRO
160	MAIA
160	MONTEMOR O VELHO
160	PORTO
160	VILA NOVA GAIA
161	ALBUFEIRA
161	ALMANSIL
161	LOULE
161	QUARTEIRA
161	SILVES
161	VILAMOURA
162	BRAGA
162	CHAVES
162	COIMBRA
162	GUARDA
162	MIRANDELA
162	PACOS FERREIRA
162	VILA NOVA GAIA
162	VISEU
163	ARMACAO PERA
163	BEJA

Cluster	Localidade
163	CARVOEIRO
163	CASTELO BRANCO
163	FARO
163	LAGOA
163	LAGOS
163	MALVEIRA
163	MONTE GORDO
163	ODECEIXE
163	OLHAO
163	PORTIMAO
163	SAGRES
163	SILVES
163	TAVIRA
163	VILA DO BISPO
163	VILA NOVA CACELA
163	VILA REAL SANTO
164	ABRANTES
164	AGUEDA
164	AVEIRO
164	BRAGA
164	BRAGANCA
164	CASTELO BRANCO
164	CASTELO DE VIDE
164	COIMBRA
164	ERMESINDE
164	GUARDA
164	LAMEGO
164	LISBOA
164	MATOSINHOS
164	MIRANDELA
164	PALMELA
164	PENAFIEL
164	POVOA DE VARZIM
164	RIO TINTO
164	SANTO TIRSO
164	SÃO MAMEDE INFESTA
164	TORTOSENDO
164	VALONGO
164	VILA NOVA FAMALICAO
164	VILA NOVA GAIA
165	OEIRAS
165	SETUBAL

## 5.2. Heurística do Vizinho Mais Próximo

Cluster	Localidade
1	LOURES
2	AZAMBUJA
3	AZAMBUJA
4	AZAMBUJA
5	AZAMBUJA
6	AZAMBUJA
7	AZAMBUJA
8	AZAMBUJA
9	AZAMBUJA
10	LOURES
11	AZAMBUJA
12	CASCAIS
13	AZAMBUJA
14	AZAMBUJA
15	AZAMBUJA
16	ALVERCA
16	LOURES
17	AZAMBUJA
18	AMADORA
19	AZAMBUJA
20	AZAMBUJA
21	CACEM
21	LOURES
22	ALMADA
22	LISBOA
22	LOURES
23	ALVERCA
24	AZAMBUJA
25	AZAMBUJA
26	AZAMBUJA
27	LISBOA
28	AZAMBUJA
29	AZAMBUJA
30	AMADORA
31	SETUBAL
32	AZAMBUJA
33	AZAMBUJA
34	BARREIRO
35	LISBOA
36	BRAGA
37	BRAGA
38	AVEIRO
39	ALVERCA
39	LOURES
39	POVOA SANTA IRIA
40	CARNAXIDE

Cluster	Localidade
40	CASAL CAMBRA
40	LINDA A VELHA
40	OEIRAS
40	QUELUZ
41	POVOA SANTO ADRIAO
42	ALVERCA
43	ALCANENA
43	AZAMBUJA
43	SANTAREM
44	AZAMBUJA
45	AZAMBUJA
46	ALMADA
46	ALVERCA
47	AVEIRO
48	AVEIRO
49	AVEIRO
50	AZAMBUJA
51	CASCAIS
51	ESTORIL
52	TORTOSENDO
53	LOULE
53	SETUBAL
54	ALGES
54	ALMADA
54	AMADORA
54	CACEM
54	CASAL CAMBRA
54	LINDA A VELHA
54	LOURES
54	MONTE DA CAPARICA
54	QUELUZ
54	SOBREDA CAPARICA
55	VILA NOVA GAIA
56	ALMADA
57	BOMBARRAL
57	CALDAS DA RAINHA
57	COIMBRA
57	MONTEMOR O VELHO
57	OBIDOS
58	ALVERCA
59	AMADORA
59	CACEM
59	MEM MARTINS
59	QUELUZ
60	LISBOA
61	LOURES

**Anexo 5 – Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Localidade
62	COIMBRA
63	COIMBRA
64	CACEM
64	ESTORIL
64	LINDA A VELHA
64	MEM MARTINS
64	OEIRAS
64	PAREDE
64	QUELUZ
64	RIO MOURO
65	BRAGA
66	ALMADA
66	LISBOA
67	MATOSINHOS
67	SAO MAMEDE INFESTA
68	AZAMBUJA
68	SANTAREM
69	BARREIRO
70	SANTA MARIA FEIRA
71	CAMARATE
71	LISBOA
71	LOURES
71	ODIVELAS
71	SACAVEM
72	MATOSINHOS
72	SAO MAMEDE INFESTA
73	MATOSINHOS
73	SAO MAMEDE INFESTA
74	LOUROSA
74	SANGALHOS
75	VILA NOVA GAIA
76	BRAGA
77	MATOSINHOS
78	SETUBAL
79	MATOSINHOS
79	RIO MAIOR
79	SAO MAMEDE INFESTA
79	SENHORA DA HORA
80	MAIA
81	VILA NOVA GAIA
82	MATOSINHOS
82	SAO MAMEDE INFESTA
83	EVORA
84	UISEU
85	MATOSINHOS
85	SAO MAMEDE INFESTA
86	CASTELO BRANCO
86	CASTELO DE VIDE
86	ENTRONCAMENTO

Cluster	Localidade
87	LOULE
88	BRAGA
88	VILA NOVA FAMALICAO
89	ESTARREJA
89	PACOS FERREIRA
89	VIEIRA DE LEIRIA
90	ALGES
90	ALMADA
90	ALVERCA
90	AMADORA
90	AZAMBUJA
90	CARNAXIDE
90	LINDA A VELHA
90	MONTE DA CAPARICA
90	POVOA SANTA IRIA
90	SEIXAL
90	VILA FRANCA XIRA
91	MAIA
92	MATOSINHOS
92	SAO MAMEDE INFESTA
92	VIANA DO CASTELO
93	ALGES
93	CACEM
93	CASCAIS
93	ESTORIL
93	LISBOA
93	LOURES
93	PAREDE
94	MATOSINHOS
94	SAO MAMEDE INFESTA
95	ALCOBACA
95	BOMBARRAL
95	CALDAS DA RAINHA
95	LEIRIA
95	MONTEMOR O VELHO
95	OBIDOS
95	VIEIRA DE LEIRIA
96	VILA NOVA GAIA
97	MATOSINHOS
98	VILA NOVA GAIA
99	LISBOA
99	PALMELA
99	SETUBAL
100	LISBOA
100	LOULE
100	POVOA SANTO ADRIAO
101	ALBUFEIRA
102	MAIA
103	VILA NOVA GAIA

**Anexo 5 – Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Localidade
104	SANGALHOS
105	LOULE
106	EVORA
107	MATOSINHOS
107	SAO MAMEDE INFESTA
107	SENHORA DA HORA
108	LOULE
109	ESTARREJA
109	MONTEMOR O VELHO
109	SANTA MARIA FEIRA
110	VILA NOVA FAMALICAO
111	TOMAR
111	TORTOSENDO
112	AVEIRAS DE CIMA
112	CARTAXO
112	CASTELO DE VIDE
112	CHAMUSCA
112	SANTAREM
113	BRAGA
113	VILA NOVA FAMALICAO
113	VILA NOVA GAIA
114	VILA NOVA GAIA
115	MATOSINHOS
115	SAO MAMEDE INFESTA
115	SENHORA DA HORA
116	CARVALHOS
116	LOUROSA
116	PORTO
116	VILA NOVA FAMALICAO
116	VILA NOVA GAIA
117	ALCANEDE
117	ALCOENTRE
117	ALENQUER
117	COIMBRA
117	LEIRIA
117	RIO MAIOR
118	BARREIRO
118	LINDA A VELHA
118	MEM MARTINS
118	MIRA SINTRA
118	OEIRAS
118	PERO PINHEIRO
118	SINTRA
118	TERRUGEM
119	LOULE
120	VILA NOVA GAIA
121	BARREIRO
121	LOULE
121	MONTIJO

Cluster	Localidade
122	MATOSINHOS
122	SAO MAMEDE INFESTA
123	MAIA
124	TORRES NOVAS
124	TORTOSENDO
124	WISEU
125	VIANA DO CASTELO
126	AVEIRO
127	ESTARREJA
127	LOUROSA
127	PORTO
127	SANTA MARIA FEIRA
127	VALONGO
127	VILA NOVA GAIA
128	FARO
128	LOULE
129	LAMEGO
129	MONTEMOR O VELHO
129	SANGALHOS
129	TORRES VEDRAS
129	VIEIRA DE LEIRIA
130	VIANA DO CASTELO
131	AMADORA
131	POVOA DE VARZIM
132	TOMAR
132	TORTOSENDO
133	CASTELO DE VIDE
134	EVORA
134	SETUBAL
134	TORTOSENDO
135	ERMESINDE
135	ESTARREJA
135	GONDOMAR
135	MAIA
135	MATOSINHOS
135	SANTA MARIA FEIRA
135	SAO MAMEDE INFESTA
135	SENHORA DA HORA
135	VALONGO
136	AVEIRO
136	ESTARREJA
136	GUIMARAES
136	LOUROSA
136	MATOSINHOS
136	PACOS FERREIRA
136	POVOA DE VARZIM
136	SANTA MARIA FEIRA
136	SAO MAMEDE INFESTA
136	VILA NOVA FAMALICAO

**Anexo 5 – Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade**

Cluster	Localidade
137	ALVERCA
137	LOURES
137	MAIA
137	PORTO
137	SANTA MARIA FEIRA
137	SANTO TIRSO
137	VILA FRANCA XIRA
137	VILA NOVA GAIA
138	MIRANDELA
139	TORRES NOVAS
139	TORTOSENDO
140	MAIA
141	ABRANTES
141	ALCOBACA
141	ALMADA
141	AMADORA
141	ATOUGUIA DA BALEIA
141	CACEM
141	CALDAS DA RAINHA
141	CARTAXO
141	ENTRONCAMENTO
141	LINDA A VELHA
141	LISBOA
141	ODIVELAS
141	OUREM
141	PENICHE
141	QUELUZ
141	RIACHOS
141	SANTAREM
141	SARDOAL
141	TORRES NOVAS
142	VIANA DO CASTELO
143	BRAGA
143	VILA NOVA FAMALICAO
144	ALCANEDE
144	FERREIRA ZEZERE
144	MACEDO DE CAVALEIROS
144	MINDE
144	TOMAR
144	TORTOSENDO
144	VALONGO
145	ESTARREJA
145	MATOSINHOS
145	SAO MAMEDE INFESTA
146	BRAGA
147	LAGOA
147	LOULE
147	PORTIMAO
148	ESTARREJA

Cluster	Localidade
148	PENAFIEL
148	VALONGO
149	MATOSINHOS
149	RIO TINTO
149	SAO MAMEDE INFESTA
149	VALONGO
149	VILA NOVA GAIA
150	ALBUFEIRA
150	ALCACER SAL
150	ALMANSIL
150	ARMACAO PERA
150	LOULE
150	SAO BARTOLOMEU MESSINES
150	VILAMOURA
151	ALBUFEIRA
151	ALMANSIL
151	CARVOEIRO
151	FARO
151	LAGOA
151	LOULE
151	ODECEIXE
151	OLHAO
151	QUARTEIRA
151	SAO BARTOLOMEU MESSINES
151	SILVES
151	VILAMOURA
152	AGUEDA
152	ALVERCA
152	AVEIRO
152	CASTELO DE VIDE
152	COIMBRA
152	SAMORA CORREIA
153	LISBOA
153	MAIA
153	RIO MOURO
153	SEIXAL
154	CALDAS DA RAINHA
154	MAIA
154	TORRES VEDRAS
155	AVEIRO
155	ESTARREJA
155	LOUROSA
155	MAIA
155	PORTO
155	VALONGO
155	VIEIRA DE LEIRIA
156	AVEIRO
156	ESTARREJA
156	LEIRIA

**Anexo 5 – Localidades Distintas Com Restrição de Capacidade**

---

Cluster	Localidade
156	VILA NOVA FAMALICAO
156	VILA NOVA GAIA
157	BRAGA
157	BRAGANCA
157	CHAVES
157	SACAVEM
157	SANTAREM
157	VILA NOVA GAIA
158	BRAGA
158	GUIMARAES
158	MATOSINHOS
158	MONTEMOR O VELHO
158	PACOS FERREIRA
158	PORTO
158	SANTA MARIA FEIRA
158	SAO MAMEDE INFESTA
158	VIANA DO CASTELO
158	VILA NOVA GAIA
159	ALJEZUR
159	BEJA
159	FARO
159	GUARDA
159	LAGOS
159	MONTE GORDO
159	PORTIMAO
159	QUARTEIRA
159	ROGIL
159	SAGRES
159	TAVIRA
159	TORRES NOVAS
159	VILA DO BISPO
159	VILA NOVA CACELA
159	VILA REAL SANTO ANTONIO

Cluster	Localidade
160	CASTELO BRANCO
160	GUARDA
160	MALVEIRA
160	TORTOSENDO
160	VISEU
161	BRAGA
161	CASTELO BRANCO
162	AGUEDA
162	ALBUFEIRA
162	AVEIRO
162	BRAGA
162	BRAGANCA
162	COIMBRA
162	ERMESINDE
162	FARO
162	GUARDA
162	LAMEGO
162	LEIRIA
162	LISBOA
162	MAIA
162	MATOSINHOS
162	MIRANDELA
162	OEIRAS
162	PALMELA
162	PENAFIEL
162	POVOA DE VARZIM
162	RIO TINTO
162	SANTO TIRSO
162	SETUBAL
162	SINTRA
162	VALONGO
162	VILA NOVA GAIA

## 6. Características das Rotas Com Restrição Temporal

À semelhança do que acontece no anexo 4, pretende-se identificar quais as variáveis determinantes na definição dos períodos de reposição para cada rota (e conseqüentemente para os itens que as constituem).

A tabela seguinte apresenta as médias da procura média diária, dos custos de posse, dos custos de entrega e dos tempos de espera, para os itens pertencentes a cada uma das rotas. Novamente foi ordenada pelo período de reposição, por ser esta a variável que se pretende explicar.

Neste caso já se consideram as restrições relativas à duração total da viagem, utilizando-se apenas a inserção de custo mínimo modificada na resolução dos *TSP's*.

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Tempos de Espera (h/entrega)
2	1	1	2	492,000	1,890	1993,287	1,000
3	1	1	2	474,000	1,730	1993,287	1,000
4	1	1	2	417,000	1,730	1993,287	1,000
6	1	1	2	217,000	1,890	1993,287	1,000
7	1	1	2	204,000	1,730	1993,287	1,000
1	1	17	2	23,907	1,671	0,000	0,000
5	1	1	3	360,000	1,330	1993,287	1,000
1	2	5	4	12,812	1,786	0,000	0,000
10	1	30	4	7,015	1,865	0,000	0,000
22	1	69	4	1,920	1,852	0,000	0,000
16	1	21	4	12,492	2,122	1044,103	0,524
11	1	2	5	93,150	1,730	1993,287	1,000
8	1	1	5	181,000	1,890	1993,287	1,000
20	1	2	6	42,700	2,055	1993,287	1,000
15	1	2	6	101,050	1,420	1993,287	1,000
14	1	1	6	104,000	1,380	1993,287	1,000
12	1	2	6	58,350	1,810	2989,931	1,500
40	1	8	7	22,688	1,348	1993,287	1,000
26	1	3	7	38,033	1,767	1993,287	1,000
33	1	5	7	37,700	1,140	1993,287	1,000
31	1	10	7	13,442	1,828	2989,931	1,500
30	1	9	7	15,363	1,799	2989,931	1,500
29	1	5	7	23,320	2,380	1993,287	1,000
25	1	4	7	45,225	1,513	1993,287	1,000
43	1	24	7	6,896	1,721	1993,287	1,000
19	1	2	7	68,000	1,465	1993,287	1,000
23	1	7	7	16,993	2,380	1993,287	1,000
13	1	1	7	86,500	1,730	1993,287	1,000
17	1	2	7	72,550	1,810	1993,287	1,000
18	1	3	7	50,067	1,597	2989,931	1,500
44	1	25	8	6,486	1,586	2631,139	1,320

**Anexo 6 – Características das Rotas Com Restrição Temporal**

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Tempos de Espera (h/entrega)
21	1	24	8	2,803	1,975	0,000	0,000
36	1	39	8	3,061	1,773	613,319	0,308
45	1	21	8	7,691	1,642	1708,532	0,857
27	1	28	8	3,006	3,057	1174,616	0,589
22	2	48	8	1,377	2,445	0,000	0,000
37	1	86	8	1,554	1,866	1014,027	0,509
10	2	12	8	5,430	1,752	0,000	0,000
9	1	1	8	135,000	1,730	1993,287	1,000
24	1	26	8	4,603	2,130	0,000	0,000
32	1	7	8	22,571	1,469	1993,287	1,000
51	1	74	9	2,094	1,577	2141,437	1,074
34	1	2	11	27,450	1,730	2989,931	1,500
42	1	3	13	30,033	0,842	1993,287	1,000
49	1	5	14	14,442	1,105	1993,287	1,000
28	1	2	14	46,050	1,104	1993,287	1,000
50	1	33	15	2,392	1,438	0,000	0,000
62	1	9	15	5,311	1,551	2989,931	1,500
58	1	58	15	1,429	1,690	1340,314	0,672
46	1	16	15	5,273	1,487	2616,189	1,313
41	1	6	15	7,382	1,612	2989,931	1,500
38	1	29	15	2,444	1,613	2680,627	1,345
35	1	4	15	9,075	1,575	2989,931	1,500
63	1	19	15	1,857	1,775	2675,201	1,342
64	1	42	15	1,775	1,948	640,699	0,321
39	1	12	15	4,866	2,002	0,000	0,000
59	1	104	16	0,166	1,501	167,704	0,084
36	2	29	16	0,442	2,201	0,000	0,000
45	2	15	16	0,470	2,369	0,000	0,000
52	1	25	16	3,396	1,652	3488,252	1,750
54	1	28	16	2,843	1,382	2669,581	1,339
57	1	89	16	0,744	2,011	1377,384	0,691
60	1	88	16	0,813	1,807	2446,307	1,227
67	1	105	16	0,469	2,060	569,511	0,286
68	1	86	16	0,618	1,685	2294,598	1,151
72	1	29	16	0,982	1,443	2989,931	1,500
53	1	55	17	1,260	1,607	2790,602	1,400
48	1	1	20	21,200	2,590	0,000	0,000
47	1	1	26	21,400	2,590	0,000	0,000
56	1	1	27	20,000	1,730	4484,896	2,250
70	1	3	28	6,630	1,817	0,000	0,000
75	1	6	28	5,453	2,328	0,000	0,000
83	1	8	29	2,399	2,287	0,000	0,000
79	1	10	29	3,596	2,399	0,000	0,000
65	1	4	30	6,163	2,598	0,000	0,000
69	1	9	31	2,324	1,848	0,000	0,000
80	1	40	31	0,905	1,966	0,000	0,000
55	1	2	31	10,132	2,345	2242,448	1,125

### Anexo 6 – Características das Rotas Com Restrição Temporal

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Tempos de Espera (h/entrega)
54	2	3	32	0,176	1,983	2989,931	1,500
84	1	55	32	0,317	1,693	2092,951	1,050
85	1	42	32	0,678	1,436	2989,931	1,500
45	3	3	32	0,139	3,653	0,000	0,000
87	1	18	32	1,591	2,181	996,644	0,500
88	1	68	32	0,305	1,512	2989,931	1,500
94	1	47	32	0,508	2,076	0,000	0,000
78	1	19	32	1,760	1,934	0,000	0,000
61	1	3	32	16,270	0,945	0,000	0,000
73	1	66	32	0,381	1,603	4024,326	2,019
71	1	61	32	0,575	2,007	0,000	0,000
74	1	4	32	5,880	1,770	4484,896	2,250
66	1	28	32	1,299	1,648	2456,014	1,232
82	1	39	32	0,878	1,693	2874,933	1,442
72	2	46	32	0,404	1,714	2924,932	1,467
76	1	58	32	0,477	1,446	1958,920	0,983
59	2	13	32	0,343	1,716	0,000	0,000
89	1	57	32	0,245	1,598	2710,171	1,360
36	3	3	32	0,090	3,170	0,000	0,000
81	1	59	32	0,437	1,702	2567,624	1,288
77	1	35	33	0,662	1,555	2633,986	1,321
99	1	44	64	0,119	1,525	2718,119	1,364
100	1	62	64	0,074	2,316	0,000	0,000
108	1	64	64	0,065	1,774	0,000	0,000
98	1	28	64	0,381	1,466	1708,532	0,857
102	1	70	64	0,043	2,110	0,000	0,000
97	1	56	64	0,092	1,693	907,657	0,455
101	1	30	64	0,202	1,685	1195,972	0,600
96	1	52	64	0,134	2,133	0,000	0,000
95	1	46	64	0,206	2,568	0,000	0,000
24	2	1	64	0,028	2,520	0,000	0,000
84	2	18	64	0,070	1,534	387,584	0,194
92	1	52	64	0,210	1,504	2625,772	1,317
91	1	45	64	0,204	1,696	2391,944	1,200
90	1	86	64	0,112	1,578	1599,265	0,802
88	2	7	64	0,103	1,646	1139,021	0,571
44	2	1	64	0,011	3,810	0,000	0,000
86	1	5	64	2,334	1,333	2690,938	1,350
93	1	22	64	0,644	1,708	2242,448	1,125
85	2	11	64	0,239	1,733	2627,515	1,318
76	2	13	64	0,038	2,298	689,984	0,346
112	1	31	128	0,101	1,676	1060,943	0,532
114	1	65	128	0,031	1,362	0,000	0,000
115	1	53	128	0,045	1,400	0,000	0,000
116	1	58	128	0,051	1,857	0,000	0,000
117	1	35	128	0,080	1,354	2989,931	1,500
120	1	55	128	0,040	1,259	0,000	0,000

### Anexo 6 – Características das Rotas Com Restrição Temporal

Cluster	Rota	Nº Itens	Período de Reposição (dias)	Média da Procura (caixas/dia)	Média dos Ct. Posse (\$/(caixa×dia))	Média dos Ct. Entrega (\$/entrega)	Média dos Tempos de Espera (h/entrega)
90	2	1	128	0,022	1,300	0,000	0,000
122	1	39	128	0,044	1,432	919,979	0,462
109	1	61	128	0,054	1,428	0,000	0,000
123	1	50	128	0,030	1,299	0,000	0,000
121	1	67	128	0,030	1,461	0,000	0,000
104	1	27	128	0,070	2,095	830,536	0,417
111	1	28	128	0,111	1,359	2562,798	1,286
103	1	22	128	0,175	1,551	1223,153	0,614
110	1	56	128	0,058	1,181	0,000	0,000
105	1	54	128	0,050	1,782	0,000	0,000
106	1	28	128	0,154	1,474	800,874	0,402
107	1	27	128	0,107	2,130	885,905	0,444
76	3	3	128	0,015	1,018	0,000	0,000
104	2	1	256	0,007	1,830	0,000	0,000
118	1	19	256	0,073	1,692	4248,849	2,132
119	1	13	256	0,055	1,739	2759,936	1,385
113	1	16	256	0,055	1,454	342,596	0,172
99	2	3	256	0,013	1,612	0,000	0,000
125	1	37	256	0,026	1,199	0,000	0,000
126	1	22	256	0,021	1,189	0,000	0,000
124	1	8	512	0,031	1,096	2989,931	1,500
125	2	1	512	0,068	0,778	0,000	0,000
126	2	3	512	0,015	1,213	2989,931	1,500
124	2	1	1024	0,006	1,560	3488,252	1,750
127	1	3	1024	0,011	1,133	2491,609	1,250

## 7. Localidades Distintas Com Restrição Temporal

Mais uma vez, procura-se avaliar se existe proximidade geográfica entre as localidades que constituem cada cluster, agora já impondo restrições relativas à duração total da viagem e utilizando apenas a heurística da inserção de custo mínimo modificada, na resolução dos *TSP's*.

Cluster	Localidade
1	LOURES
2	AZAMBUJA
3	AZAMBUJA
4	AZAMBUJA
5	AZAMBUJA
6	AZAMBUJA
7	AZAMBUJA
8	AZAMBUJA
9	AZAMBUJA
10	LOURES
11	AZAMBUJA
12	CASCAIS
13	AZAMBUJA
14	AZAMBUJA
15	AZAMBUJA
16	ALVERCA
16	LOURES
17	AZAMBUJA
18	AMADORA
19	AZAMBUJA
20	AZAMBUJA
21	CACEM
21	LOURES
22	ALMADA
22	LISBOA
22	LOURES
23	ALVERCA
24	AZAMBUJA
25	AZAMBUJA
26	AZAMBUJA
27	LISBOA
28	AZAMBUJA
29	AZAMBUJA
30	AMADORA
31	SETUBAL
32	AZAMBUJA
33	AZAMBUJA
34	BARREIRO
35	LISBOA
36	ALVERCA

Cluster	Localidade
36	LOURES
36	POVOA SANTA IRIA
37	AMADORA
37	CACEM
37	CARNAXIDE
37	CASAL CAMBRA
37	LINDA A VELHA
37	OEIRAS
37	QUELUZ
38	ALVERCA
38	POVOA SANTO ADRIAO
39	ALCANENA
39	AZAMBUJA
39	SANTAREM
40	AZAMBUJA
41	ALVERCA
42	AZAMBUJA
43	ALVERCA
43	AZAMBUJA
44	ALMADA
45	AZAMBUJA
46	CASCAIS
46	ESTORIL
46	MEM MARTINS
47	TORTOSENDO
48	LOULE
49	AZAMBUJA
50	BOMBARRAL
50	CALDAS DA RAINHA
50	COIMBRA
50	MONTEMOR O VELHO
50	OBIDOS
51	AMADORA
51	CACEM
51	MEM MARTINS
51	QUELUZ
52	LISBOA
53	AZAMBUJA
53	LOURES
54	AZAMBUJA

**Anexo 7 – Localidades Distintas Com Restrição Temporal**

Cluster	Localidade
54	SANTAREM
55	COIMBRA
56	COIMBRA
57	CACEM
57	CARNAXIDE
57	CASAL CAMBRA
57	LINDA A VELHA
57	MEM MARTINS
57	QUELUZ
57	RIO MOURO
58	ALMADA
58	BARREIRO
58	LISBOA
58	LOURES
58	SEIXAL
58	SOBRED A CAPARICA
59	CAMARATE
59	ESTORIL
59	LINDA A VELHA
59	LISBOA
59	LOURES
59	ODIVELAS
59	SACAVEM
60	ALGES
60	CARNAXIDE
60	CASAL CAMBRA
60	LINDA A VELHA
60	LISBOA
60	QUELUZ
61	LOULE
61	SETUBAL
62	SETUBAL
63	ALVERCA
64	EVORA
64	SETUBAL
65	LOULE
66	ABRANTES
66	CASTELO BRANCO
66	CASTELO DE VIDE
66	ENTRONCAMENTO
67	ALGES
67	AMADORA
67	CASCAIS
67	ESTORIL
67	LINDA A VELHA
67	OEIRAS
67	PAREDE
67	QUELUZ
68	ALMADA

Cluster	Localidade
68	LISBOA
68	LOURES
68	MONTE DA CAPARICA
69	VIEIRA DE LEIRIA
70	LOULE
71	ALCOBACA
71	BOMBARRAL
71	CALDAS DA RAINHA
71	LEIRIA
71	MONTEMOR O VELHO
71	OBIDOS
71	VIEIRA DE LEIRIA
72	LISBOA
73	LISBOA
73	LOURES
73	PALMELA
73	SACAVEM
73	SEIXAL
74	ALBUFEIRA
75	LOULE
76	ALVERCA
76	POVOA SANTA IRIA
76	SACAVEM
77	LINDA A VELHA
77	LISBOA
77	ODIVELAS
77	OEIRAS
78	TOMAR
78	TORRES NOVAS
78	TORTOSENDO
79	LOULE
80	ALENQUER
80	AVEIRAS DE CIMA
80	CARTAXO
80	CASTELO DE VIDE
80	CHAMUSCA
80	SANTAREM
81	EVORA
81	MONTIJO
82	COIMBRA
82	RIO MAIOR
83	LOULE
84	ALGES
84	CACEM
84	LINDA A VELHA
84	MEM MARTINS
84	MIRA SINTRA
84	OEIRAS
84	PERO PINHEIRO

**Anexo 7 – Localidades Distintas Com Restrição Temporal**

Cluster	Localidade
84	QUELUZ
84	SINTRA
84	TERRUGEM
85	AMADORA
85	MONTIJO
85	SETUBAL
86	ALBUFEIRA
87	FARO
87	LOULE
88	AMADORA
88	CACEM
88	CASCAIS
88	LOURES
88	QUELUZ
89	AMADORA
89	BARREIRO
89	LOURES
89	POVOA SANTO ADRIAO
90	ALCOENTRE
90	ALENQUER
90	ATOUGUIA DA BALEIA
90	AZAMBUJA
90	CALDAS DA RAINHA
90	PENICHE
90	RIO MAIOR
90	TORRES VEDRAS
90	VILA FRANCA XIRA
91	ABRANTES
91	CARTAXO
91	ENTRONCAMENTO
91	RIACHOS
91	SANTAREM
91	TORRES NOVAS
92	BARREIRO
92	LINDA A VELHA
92	LISBOA
92	RIO MOURO
92	SEIXAL
93	ALBUFEIRA
94	TOMAR
94	TORRES NOVAS
94	TORTOSENDO
95	ALMANSIL
95	LAGOA
95	LOULE
95	PORTIMAO
96	ALMANSIL
96	FARO
96	LOULE

Cluster	Localidade
97	ALCANEDE
97	ALCOBACA
97	LEIRIA
97	LOURES
97	MINDE
97	OUREM
97	SAMORA CORREIA
97	TORRES VEDRAS
97	VIEIRA DE LEIRIA
97	VILA FRANCA XIRA
98	FARO
98	LOULE
99	ALMADA
99	LINDA A VELHA
99	LISBOA
99	SACAVEM
99	SANTAREM
99	SINTRA
99	VILA FRANCA XIRA
100	ALCACER SAL
100	QUARTEIRA
100	VILAMOURA
101	ALBUFEIRA
102	ALJEZUR
102	LAGOS
102	ODECEIXE
102	ROGIL
103	ALBUFEIRA
104	COIMBRA
104	ENTRONCAMENTO
104	FERREIRA ZEZERE
104	LEIRIA
104	MALVEIRA
104	MONTEMOR O VELHO
104	SARDOAL
104	TORRES NOVAS
104	VIEIRA DE LEIRIA
105	MONTE GORDO
105	VILA NOVA CACELA
105	VILA REAL SANTO ANTONIO
106	ALBUFEIRA
107	CASTELO BRANCO
107	CASTELO DE VIDE
107	TORTOSENDO
108	ALBUFEIRA
108	ARMAÇAO PERA
108	SÃO BARTOLOMEU
108	SILVES
109	ALBUFEIRA

**Anexo 7 – Localidades Distintas Com Restrição Temporal**

Cluster	Localidade
110	ALMANSIL
110	LOULE
110	QUARTEIRA
110	VILAMOURA
111	ALBUFEIRA
111	SÃO BARTOLOMEU
112	FARO
113	ALMADA
113	BEJA
113	LISBOA
113	QUARTEIRA
114	ALJEZUR
114	LAGOS
114	ODECEIXE
114	SAGRES
114	VILA DO BISPO
115	ALMANSIL
115	FARO
115	LOULE
116	QUARTEIRA
116	VILAMOURA
117	ABRANTES
117	CASTELO BRANCO
118	ABRANTES
118	COIMBRA
119	FARO
119	PALMELA
120	ALMANSIL
120	OLHAO
120	QUARTEIRA
120	VILAMOURA
121	CARVOEIRO

Cluster	Localidade
121	LAGOA
121	PORTIMAO
121	SILVES
122	FARO
122	QUARTEIRA
122	VILAMOURA
123	ALBUFEIRA
123	ARMACAO PERA
123	FARO
123	OLHAO
123	QUARTEIRA
123	SÃO BARTOLOMEU
123	TAVIRA
123	VILAMOURA
124	CALDAS DA RAINHA
124	EVORA
124	LISBOA
124	OEIRAS
125	CARVOEIRO
125	LAGOA
125	LAGOS
125	MONTE GORDO
125	PORTIMAO
125	SILVES
126	FARO
126	MONTE GORDO
126	VILA NOVA CACELA
126	VILA REAL SANTO ANTONIO
127	ALBUFEIRA
127	SAGRES
127	SETUBAL

## 8. Caracterização dos Clusters

Na tabela seguinte estão registadas as taxas de ocupação (quantidade transportada/capacidade do veículo), bem como a percentagem de ocupação do dia de trabalho (duração do processo de distribuição/13 horas) para a rota mais longa de cada cluster.

Procura-se evidenciar que, em cada cluster, quando as taxas de ocupação do veículo são muito baixas é porque a duração do dia de trabalho está muito próxima das 13 horas e reciprocamente.

Cluster	%Ocupação dos Veículos	% Ocupação do Dia de Trabalho
1	0,999	0,387
2	0,993	0,330
3	0,878	0,330
4	0,772	0,330
5	0,964	0,330
6	0,730	0,253
7	0,756	0,253
8	0,917	0,330
9	1,000	0,330
10	0,999	0,582
11	0,863	0,330
12	0,868	0,348
13	0,935	0,253
14	0,924	0,253
15	0,888	0,330
16	1,000	0,554
17	0,982	0,330
18	0,903	0,388
19	0,938	0,330
20	0,922	0,330
21	1,000	0,303
22	0,992	1,000
23	0,895	0,430
24	0,999	0,499
25	0,952	0,484
26	0,895	0,407
27	0,995	0,538
28	0,966	0,349
29	0,977	0,503
30	0,882	0,499
31	0,878	0,534
32	0,998	0,648
33	0,935	0,560
34	0,932	0,379
35	0,952	0,295
36	1,000	0,783
37	0,923	0,996

Cluster	%Ocupação dos Veículos	% Ocupação do Dia de Trabalho
38	0,942	0,750
39	0,941	0,565
40	0,914	0,618
41	0,983	0,399
42	0,960	0,407
43	0,890	0,669
44	1,000	0,635
45	0,998	0,732
46	0,942	0,697
47	0,966	0,637
48	0,980	0,635
49	0,984	0,503
50	0,949	0,869
51	0,923	0,939
52	0,998	0,556
53	0,950	0,926
54	1,000	0,891
55	0,978	0,656
56	1,000	0,650
57	0,851	0,998
58	0,943	0,897
59	0,351	1,001
60	0,815	0,996
61	0,999	0,795
62	0,955	0,410
63	0,954	0,395
64	0,941	0,894
65	0,985	0,866
66	0,973	1,070
67	0,648	0,994
68	0,788	1,000
69	0,970	0,486
70	0,992	0,731
71	0,999	0,995
72	0,739	0,996
73	0,603	1,005
74	0,715	1,035

## Anexo 8 – Caracterização dos Clusters

Cluster	%Ocupação dos Veículos	% Ocupação do Dia de Trabalho
75	0,986	0,843
76	0,995	0,812
77	0,974	0,829
78	0,990	1,003
79	0,970	0,912
80	0,971	0,963
81	0,661	0,998
82	0,960	1,000
83	0,983	0,751
84	1,000	0,818
85	0,727	0,994
86	0,538	1,054
87	0,930	0,999
88	0,502	0,995
89	0,393	0,970
90	0,760	1,008
91	1,000	0,829
92	0,466	0,994
93	0,588	1,000
94	0,638	0,995
95	0,661	0,997
96	0,599	1,003
97	0,403	0,994
98	0,846	0,996
99	0,208	0,977
100	0,348	0,997
101	0,326	0,994

Cluster	%Ocupação dos Veículos	% Ocupação do Dia de Trabalho
102	0,202	0,995
103	0,449	0,994
104	0,403	0,971
105	0,658	0,996
106	0,355	1,000
107	0,350	0,998
108	0,252	0,998
109	0,283	1,000
110	0,321	1,001
111	0,488	0,997
112	0,678	1,003
113	0,167	0,999
114	0,183	0,997
115	0,205	0,999
116	0,332	0,997
117	0,270	1,000
118	0,312	0,972
119	0,240	1,009
120	0,167	0,994
121	0,195	0,995
122	0,152	0,995
123	0,119	0,999
124	0,079	1,000
125	0,242	0,996
126	0,167	0,950
127	0,021	0,948

## 9. Escalonamento da Frota

Nas tabelas seguintes mostra-se a viabilidade da solução, obtida a partir do algoritmo, no que respeita ao número de veículos necessários de 6, 8 e 10 paletas.

Na coluna “Grupo de Reposição”, o número indicado identifica o grupo a que os pseudo-veículos pertencem. A letra A significa que os pseudo-veículos correspondem a pseudo-veículos necessários, a letra B, que são pseudo-veículos desnecessários, pois a sua reposição pode ser feita usando um pseudo-veículo do mesmo grupo, de tipo A, bastando para tal aumentar o respectivo número de viagens diárias.

Finalmente, a letra C significa que não é necessária a totalidade dos pseudo-veículos daquele grupo, pois cada um deles pode fazer mais do que uma viagem diária, calculando-se o número real de pseudo-veículos necessários.

A coluna relativa ao número de pseudo-veículos necessários pressupõe que estes realizam os abastecimentos de 1024 em 1024 dias.

### 9.1. Clusters abastecidos por veículos de 6 paletas

Cluster	Período de Reposição (dias)	Potência de dois	Quantidade (paletas)	Duração da Viagem (horas)	Nº de Pseudo-Veículos Necessários	Grupo de Reposição	Nº Viagens Diárias
6	2	1	4,38	3,29	512	2A	2
20	6	3	5,53	4,29	128	1A	2
13	7	3	5,61	3,29	128	2B	
27	8	3	5,97	7,00	128	2B	
34	11	4	5,59	4,93	64	2B	
41	15	4	5,9	5,19	64	2B	
62	15	4	5,73	5,34	64	1B	
48	20	5	5,88	8,26	32	1B	
83	29	5	5,9	9,76	32	3A	1
69	31	5	5,82	6,32	32	2B	
55	31	5	5,87	8,53	32	1B	
76	32	5	5,97	10,55	32	4A	1
97	64	6	2,42	12,92	16	5A	1
90	64	6	4,56	13,10	16	6A	1
104	128	7	2,42	12,63	8	7A	1
111	128	7	2,93	12,96	8	8A	1
118	256	8	1,87	12,63	4	9A	1
125	256	8	1,45	12,95	4	10A	1

Total= 1304 760

## 9.2. Clusters abastecidos por veículos de 8 paletas

Cluster	Período de Reposição (dias)	Potência de dois	Quantidade (paletas)	Duração da Viagem (horas)	Nº de Pseudo-Veículos Necessários	Grupo de Reposição	Nº Viagens Diárias
5	3	2	7,71	4,29	224	4C (118)	3
5	3	2	7,71	4,29	32	3A	2
12	6	3	6,94	4,53	128	1A	2
19	7	3	7,5	4,29	128	4C	
26	7	3	7,16	5,29	128	2A	2
33	7	3	7,48	7,29	128	2B	
40	7	3	7,31	8,04	128	1B	
54	16	4	8	11,59	64	5A	1
68	16	4	6,3	13,00	64	6A	1
47	26	5	7,73	8,29	32	3B	
75	28	5	7,89	10,96	32	7A	1
61	32	5	7,99	10,34	32	8A	1
89	32	5	3,14	12,61	32	9A	1
82	32	5	7,68	13,00	32	10A	1
96	64	6	4,79	13,03	16	11A	1
103	128	7	3,59	12,92	8	12A	1
117	128	7	2,16	13,00	8	13A	1
110	128	7	2,57	13,01	8	14A	1
124	512	9	0,635	13,00	2	15A	1

Total= 1226 704

## 9.3. Clusters abastecidos por veículos de 10 paletas

Cluster	Período de Reposição (dias)	Potência de dois	Quantidade (paletas)	Duração da Viagem (horas)	Nº de Pseudo-Veículos Necessários	Grupo de Reposição	Nº Viagens Diárias
4	2	1	7,72	4,29	512	8A	3
3	2	1	8,78	4,29	512	8B	
2	2	1	9,93	4,29	512	8B	
1	2	1	9,99	5,03	512	4A	2
16	4	2	10	7,20	256	5A	2
10	4	2	9,99	7,56	256	4B	
22	4	2	9,92	13,00	256	10A	1
11	5	3	8,63	4,29	128	9C(86)	3
8	5	3	9,17	4,29	128	9C	
15	6	3	8,88	4,29	128	2A	2
17	7	3	9,82	4,29	128	1A	2
18	7	3	9,03	5,04	128	5B	
23	7	3	8,95	5,59	128	5B	
25	7	3	9,52	6,29	128	7A	2
30	7	3	8,82	6,49	128	6A	2
29	7	3	9,77	6,54	128	7B	
31	7	3	8,78	6,94	128	4B	
43	7	3	8,9	8,70	128	3B	
9	8	3	10	4,29	128	3A	2

**Anexo 9 – Escalonamento da Frota**

Cluster	Período de Reposição (dias)	Potência de dois	Quantidade (paletas)	Duração da Viagem (horas)	Nº de Pseudo-Veículos Necessários	Grupo de Reposição	Nº Viagens Diárias
24	8	3	9,99	6,49	128	6B	
44	8	3	10	8,26	128	2B	
32	8	3	9,98	8,42	128	1B	
45	8	3	9,98	9,52	128	11A	1
36	8	3	10	10,18	128	12A	1
37	8	3	9,23	12,95	128	13A	1
51	9	4	9,23	12,21	64	14A	1
39	15	4	9,41	7,35	64	4B	
46	15	4	9,42	9,06	64	15A	1
38	15	4	9,42	9,75	64	16A	1
50	15	4	9,49	11,30	64	17A	1
64	15	4	9,41	11,62	64	18A	1
58	15	4	9,43	11,66	64	19A	1
52	16	4	9,98	7,23	64	4B	
67	16	4	6,48	12,93	64	20A	1
72	16	4	7,39	12,95	64	21A	1
60	16	4	8,15	12,95	64	22A	1
57	16	4	8,51	12,97	64	23A	1
59	16	4	3,51	13,01	64	24A	1
53	17	5	9,5	12,04	32	25A	1
79	29	5	9,7	11,86	32	26A	1
65	30	5	9,85	11,26	32	27A	1
80	31	5	9,71	12,52	32	28A	1
85	32	5	7,27	12,92	32	29A	1
88	32	5	5,02	12,93	32	30A	1
71	32	5	9,99	12,93	32	31A	1
94	32	5	6,38	12,94	32	32A	1
81	32	5	6,61	12,97	32	33A	1
87	32	5	9,3	12,99	32	34A	1
78	32	5	9,9	13,04	32	35A	1
73	32	5	6,03	13,06	32	36A	1
74	32	5	7,15	13,45	32	37A	1
66	32	5	9,73	13,91	32	38A	1
99	64	6	2,08	12,71	16	39A	1
101	64	6	3,26	12,92	16	40A	1
92	64	6	4,66	12,92	16	41A	1
102	64	6	2,02	12,94	16	42A	1
95	64	6	6,61	12,96	16	43A	1
100	64	6	3,48	12,96	16	44A	1
108	64	6	2,52	12,97	16	45A	1
93	64	6	5,88	13,00	16	46A	1
86	64	6	5,38	13,70	16	47A	1
120	128	7	1,67	12,92	8	48A	1
122	128	7	1,52	12,93	8	49A	1
121	128	7	1,95	12,93	8	50A	1
116	128	7	3,32	12,96	8	51A	1
114	128	7	1,83	12,97	8	52A	1
107	128	7	3,5	12,97	8	53A	1

## Anexo 9 – Escalonamento da Frota

---

Cluster	Período de Reposição (dias)	Potência de dois	Quantidade (paletas)	Duração da Viagem (horas)	Nº de Pseudo-Veículos Necessários	Grupo de Reposição	Nº Viagens Diárias
115	128	7	2,05	12,98	8	54A	1
123	128	7	1,19	12,99	8	55A	1
109	128	7	2,83	13,00	8	56A	1
106	128	7	3,55	13,00	8	57A	1
113	256	8	1,67	12,98	4	58A	1
127	1024	10	0,209	12,33	1	59A	1

Total= 6629 4027